

多模激光场中电子-原子散射^y

朱遵略, 刘玉芳, 孙金锋

(河南师范大学物理与信息工程学院, 河南 新乡 453002)

摘要: 利用微扰理论对多模激光场中电子-原子散射进行了初步研究. 在激光场的极化方向平行于入射电子方向这种特殊的散射模式下, 计算得到了电子-原子微分散射截面与激光场的相移、交换光子数之间的关系. 结论和其它相关理论是一致的.

关键词: 微分散射截面; 多模激光场; 微扰理论

中图分类号: O463.2 文献标识码: A

1 引言

近些年来, 随着激光技术的发展, 激光场中的多光子交换过程成为一个研究热点. 自从 Kroll 和 Watson^[1]于 1973 年提出用于计算低频电磁场中微分散射截面的低频近似公式(习惯称作 K-W 近似公式)以来, 不少学者^[2-7]用多种方法对单模和多模激光场中的散射问题进行了研究, 都得到了一定的结论. 这里, 我们在对单模激光场散射问题研究^[8]的基础上, 利用微扰理论对双模激光场中电子-原子散射进行了初探. 由于问题的复杂性, 我们仅采用了一阶微扰理论.

2 理论方法

假设双模激光场基波及其谐波的频率分别为 ω 和 2ω , 两者的相位差为 φ , 根据激光场的特点, 可用以下电磁场来近似的表示该双模激光场:

$$\mathbf{E}(t) = E_0 \hat{\mathbf{e}} [\sin \omega t + \sin(2\omega t + \varphi)], \quad (1)$$

根据经典理论中的电磁场及矢势之间的关系, 可得该双模场所对应的矢势为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(t) &= -c \int \mathbf{E}(t') dt' \\ &= -cE_0 \hat{\mathbf{e}} \int [\sin \omega t' + \sin(2\omega t' + \varphi)] dt' \\ &= \frac{cE_0}{\omega} \hat{\mathbf{e}} \left| \cos \omega t + \frac{1}{2} \cos(2\omega t + \varphi) \right|, \quad (2) \end{aligned}$$

那么质量为 m , 电量为 $-e$ ($e > 0$) 的电子在此激光场中与势场为 $V(r)$ 的原子相互作用时, 散射体系的薛定谔方程为

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) = \left| \frac{\mathbf{P} + (e/c)\mathbf{A}}{2m} + V(r) \right| \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t). \quad (3)$$

利用以下变换, 可以消去上式中的 \mathbf{A}^2 项:

$$\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t \frac{e^2}{2mc^2} \cdot \mathbf{A}^2(t') dt'\right) \Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t), \quad (4)$$

所以(3)式可化为:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) \\ = \left| \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + \frac{e}{mc} \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}(t) + V(r) \right| \Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t). \quad (5) \end{aligned}$$

把原子势场 $V(r)$ 作为微扰, 则没有微扰情况下体系的哈密顿量为:

$$H_0 = \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + \frac{e}{mc} \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}(t), \quad (6)$$

这也就是自由电子在激光场中运动的体系哈密顿, 很显然, 其本征态就是双模激光场情况下的 Volkov 态^[9], 即

$$\chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) = \exp\left[i \left| \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{2m} t - \frac{e \mathbf{k} \cdot \mathbf{a}(t)}{mc} \right| \right], \quad (7)$$

^y 收稿日期: 2002 - 02 - 27; 修改日期: 2002 - 02 - 27

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10174019); 河南省教委基金资助项目(1999140009)

作者简介: 朱遵略(1974-), 男(汉族), 河南孟津县人, 助教, 从事原子分子理论研究.

其中, \mathbf{k} 为电子的波矢量, $\alpha(t)$ 的具体形式为

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \int A(t') dt' \\ &= \frac{cE_0}{\omega^2} \left[\hat{\mathbf{e}} \sin \omega t + \frac{1}{4} \sin(2\omega t + \varphi) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

我们取 Volkov 态为基函数, 则对应的推迟格林函数

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') &= -\frac{i}{(2\pi)^3 \hbar} \cdot \\ &\int d\mathbf{k} x_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) x_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}', t') u(t-t'), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $u(t-t')$ 为阶梯函数. 则式(5)的解为

$$\begin{aligned} \Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) &= x_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t) + \\ &\int d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t') V(\mathbf{r}') \Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}', t). \end{aligned} \quad (10)$$

根据含时散射理论, 双模激光场中运动的电子在原子势 $V(r)$ 作用下, 从初态 \mathbf{k}_i 跃迁到末态 \mathbf{k}_f 所对应的散射矩阵

$$S_{fi} = -\frac{i}{\hbar} \langle x_{\mathbf{k}_f} | V(r) | \Phi_{\mathbf{k}_i}(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (11)$$

这里的 $\Phi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t)$ 是式(5)的解, 尖括号表示对时间和空间的全部积分.

对于一阶微扰理论, 就是用 Volkov 态 $x_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t)$ 代替(11)式中的 $\Phi_{\mathbf{k}}$, 故一阶微扰理论的散射矩阵

$$S_{fi}^{(1)} = -\frac{i}{\hbar} \langle x_{\mathbf{k}_f} | V(r) | x_{\mathbf{k}_i} \rangle, \quad (12)$$

把 $x_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}, t)$ 的具体形式代入上式, 并整理得

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(1)} &= -\frac{i}{\hbar} \int dt \int d\mathbf{r} e^{-i(\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} V(r) \cdot \\ &e^{\frac{i}{\hbar}(E_f - E_i)t + \frac{ieE_0}{m\omega^2}(\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i) \cdot \hat{\mathbf{e}} \sin \omega t} e^{\frac{ieE_0}{4m\omega^2}(\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i) \cdot \hat{\mathbf{e}} \sin(2\omega t + \varphi)}, \end{aligned} \quad (13)$$

取

$$V(k_{fi}) = \int d\mathbf{r} e^{-i(\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}} V(r) \quad (14)$$

并利用

$$\begin{aligned} &\exp[ia_r \sin(r\omega t) + ia_s \sin(s\omega t + \varphi)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n(a_r, a_s, \varphi) \exp(in\omega t), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $B_n(a_r, a_s, \varphi)$ 称为总的贝赛耳函数(generalized Bessel function), 具体形式为

$$B_n(a, b, \varphi) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_{(n-2l)}(a) J_l(b) e^{-il\varphi}, \quad (16)$$

所以(13)式可化为

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(1)} &= -\frac{i}{\hbar} \int dt V(k_{fi}) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n(\lambda_{fi}, 4\lambda_{fi}, \varphi) \cdot \\ &e^{\frac{i}{\hbar}(E_f - E_i + n\hbar\omega)t} \\ &= -2\pi i \sum_n \delta(E_{k_f} - E_{k_i} + n\hbar\omega) \cdot \\ &B_n(\lambda_{fi}, 4\lambda_{fi}, \varphi) V(k_{fi}), \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\lambda_{fi} = \frac{eE_0}{m\omega^2} (\mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i) \cdot \hat{\mathbf{e}}, \quad (18)$$

故交换 n 个光子的散射过程所对应的 T 矩阵为

$$T_{fi}^{(n)} = B_n(\lambda_{fi}, 4\lambda_{fi}, \varphi) V(k_{fi}), \quad (19)$$

所以在双模激光场中, 交换 n 个光子的微分散射截面

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^n = \frac{k_f(n)}{k_i} \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2}\right) |T_{fi}^{(n)}|^2. \quad (20)$$

3 结果及其讨论

利用第二部分的理论结果, 我们对双模激光场中的电子-氩原子的自由-自由跃迁过程进行了研究. 由于问题的复杂性, 理论计算仅仅是在激光场的极化方向平行于入射电子方向这种特殊情况下进行的. 计算时所用的部分参数为: 入射电子能量 $E_i = 10$ eV, 散射角均为 $\theta = 60^\circ$, 光子能量为 $\hbar\omega = 0.117$ eV (仅指频率为 ω 的光子), 激光场的强度为 $I = 1.5 \times 10^8$ W/cm². 它的结果被显示在图 1—5 中.

图 1 列出的是在交换不同光子数时, 微分散射截面随相移 φ 的变化情况. 从图 1(a) 中可以看出, 当交换的光子数 $n = 0$ 时, 散射截面的最大值是在 $\varphi = \pi/2, 3\pi/2$ 处, 而当 $\varphi = 0, \pi, 2\pi$ 时, 截面达到最小值. 很明显, 散射截面随相移 φ 的变化是以 π 为周期的. 从图 1(b) 可知, 吸收或发射一个光子时散射截面的最大值及最小值的数值大小都是一样的, 只是它们出现的位置不同: 当 $n = -1$, 即吸收一个光子时, 散射截面的最大值是出现在 $\varphi = \pi$ 处, 最小值是在 $\varphi = 0$ 及 2π 处; 而当 $n = 1$ 时, 散射截面的最大值是在 $\varphi = 0$ 和 2π 处, 最小值是在 $\varphi = \pi$ 处. 它们之间的相位差也是 π .

图 2(a) 显示了在不同的相移情况下, 散射截面

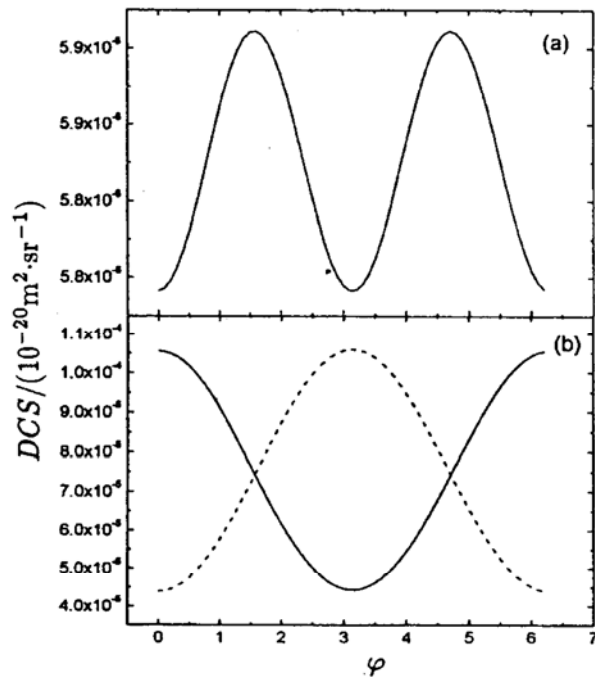


图1 交换不同光子时散射截面随相移的变化
(a) 零光子交换; (b) 单光子交换, --为单光子发射, —为单光子吸收.

与交换的光子数之间的关系. 很显然, 当相移为 $\pi/2$ 时, 散射截面是关于 $n=0$ 对称的, 而对于 $\varphi=\pi/4$ 和 $\varphi=3\pi/4$ 时, 如图 2(b) 所示, 它们是关于某一纵轴对称的. 从图 2(c) 可知, 当相移为 $\varphi=\pi$ 时, 散射截面是没有对称性的.

总的来说, 双模激光场的情况下, 自由-自由跃迁过程中的相移控制也是很明显的. 我们的这些结

参 考 文 献:

[1] Kroll N M, Watson K M. Charged-particle Scattering in the Presence of a Strong Electromagnetic Wave[J]. Phys Rev, 1973, **A8**: 804.
 [2] Weingartshofer A, Holmes J K, Sabbagh J, et al. Electron Scattering in Intense Laser Fields[J]. J Phys, 1983, **B16**: 1 805.
 [3] Wallbank B, Holmes J K. Laser-assisted Elastic Electron-atom Collisions[J]. Phys Rev, 1993, **A48**: R2 515.
 [4] Geltman S. Field-induced Dipole Effects in Laser-assisted Elastic Electron-atom Scattering[J]. Phys Rev, 1995, **A51**: R34.
 [5] Chen C T, Robicheaux F. Low-energy Electron-argon Scattering in a Low-frequency Laser Field[J]. J phys, 1996, **B29**: 345.
 [6] Varró S, Ehlötzky F. Free-free Transitions in a Bichromatic Laser Field[J]. Phys Rev, 1993, **A47**: 715.
 [7] Varró S, Ehlötzky F. Coherent Phase Control of Free-free Transitions

果和 Muller 等^[10, 11] 在研究多光子电离过程中得到的相移影响是一致的. 我们也期待着实验工作者对此进行研究验证.

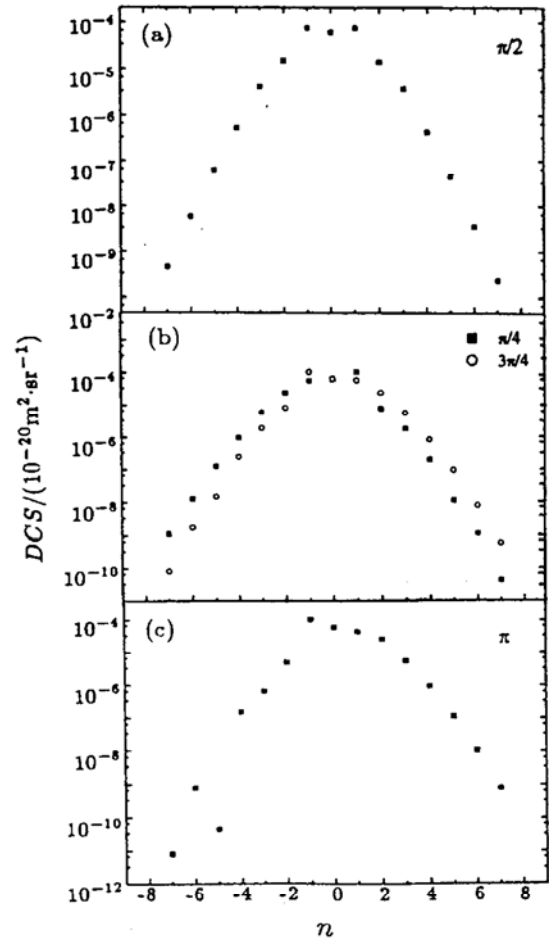


图2 不同相移时散射截面随光子数的变化

in Bichromatic Laser Fields[J]. J Phys, 1995, **B28**: 1 613.
 [8] Zhu Zunlue, Jiang Yuhai, Sun Jinfeng. Laser-assisted e-Ar Scattering in CO₂ Laser Field[J]. Chin Phys, 2000, **9**(6): 419.
 [9] Volkov K M. The Solution for Wave Equations for a Spin $\frac{1}{2}$ Charged Particle Moving in a Classical Electromagnetic Plane Wave[J]. Z Phys, 1935, **94**: 250.
 [10] Muller H G, Bucksbaum P H, Schuhmacher D W, et al. Above-threshold Ionization with a Two-colour Laser Field[J]. J Phys, 1990, **B28**: 2 761.
 [11] Schafer K J, Kulander K C. Phase-dependent Effects in Multiphoton Ionization Induced by a Laser Field and Its Second Harmonic[J]. Phys Rev, 1992, **A45**: 8 026.

(下转第 39 页 continued on page 39)