

文章编号: 1007-4627(2006)03-0175-07

# QCD 真空凝聚和参数化的夸克传播子<sup>\*</sup>

潘继环<sup>1</sup>, 蒙成举<sup>1</sup>, 周丽娟<sup>2</sup>, 马维兴<sup>3, #</sup>

(1 河池学院物理与电子工程系, 广西 宜州 546300;

2 广西工学院强子物理与非微扰 QCD 研究组, 广西 柳州 545006;

3 中国科学院高能物理研究所, 北京 100049)

**摘要:** 基于整体色对称模型, 用完全穿衣服参数化的夸克传播子研究了量子色动力学(QCD)真空的性质, 预言了各种表征 QCD 真空的凝聚值。其结果与其他唯象 QCD 理论模型的预言是一致的。结果清楚地表明了参数化的夸克传播子是成功和可靠的。讨论了计算 QCD 真空凝聚值时积分截断参数的问题, 提出了一个避免计算的结果对截断参数强烈依赖的物理方法。

**关键词:** 整体色对称模型; 参数化的夸克传播子; 非微扰 QCD 真空和真空凝聚

中图分类号: O572.33

文献标识码: A

## 1 引言

强相互作用是用色 $SU_c(3)$ 规范理论来描述的, 理论称为量子色动力学(QCD)。QCD 是非 Abelian 理论, 在低动量和低能量区域内是无法求解的。因此, 研究非微扰 QCD 和 QCD 真空的性质对强相互作用过程来说是一个非常重要的问题<sup>[1]</sup>。QCD 真空凝聚和真空结构是非微扰 QCD 问题的两个很重要的方面。实际上, 非微扰 QCD 真空凝聚的存在和大小是手征对称自发破缺的一个重要参数, 在粒子物理和核物理领域里有很多应用。例如, 夸克、胶子的真空凝聚、夸克-胶子混合真空凝聚在 QCD 求和规则方法<sup>[2]</sup>和决定 QCD 基态中夸克虚度<sup>[3]</sup>的方面是很重要的。除了在标准模型中 Higgs 机制产生质量之外<sup>[4]</sup>, 凝聚也对粒子质量的产生(如夸克、轻子和弱相互作用的规范玻色子)有重要的贡献<sup>[3]</sup>。基本粒子质量的确定是一个十分有趣和重要的问题。由于夸克是禁闭在强子之中, 所以夸克的质量是不能通过实验直接测量得到。但是, 质量是 QCD 拉氏量中一个基本自由参数。例如,  $\pi$  介子在真空中的感应函数 $\chi^\pi a$ 是由 QCD 真空的极化度和夸克的真空凝聚值来确定的<sup>[5]</sup>。张量真空感应率也是与核子的张量荷相关, 而核子的张量荷通过深度非弹求

和规则跟扭度为 1 的核子结构函数及横向分布函数  $h_1(x)$  相连在一起<sup>[6]</sup>, 这里  $h_1(x)$  是一个破坏结构函数的附加的扭度为 2 的手征性函数。因此, 研究 QCD 真空凝聚和 QCD 真空感应率是非常重要的和有趣的问题。本文用文献[7]中提出的完全穿衣服参数化的夸克传播子来预言各种 QCD 真空凝聚值和研究非微扰 QCD 的许多物理问题。文章的结构是: 第 2 节简单地介绍了整体色对称模型(GCM)<sup>[8]</sup>; 第 3 节致力于推导 QCD 真空凝聚的公式和数值计算; 第 4 节介绍了我们的计算结果和从这个研究中得到的初步结论。

## 2 整体色对称模型(GCM)

### 2.1 GCM

在文献[8]里我们已经指出, 在手征极限( $m_q = 0$ )下欧几里德空间中 QCD 生成函数可以写为

$$Z[\bar{\eta}, \eta] = \int Dq D\bar{q} D\omega D\omega DA \cdot \exp\{-S - S_{gf} - S_g + \int d^4x (\bar{\eta}q + \bar{q}\eta)\}, \quad (1)$$

这里  $S$  是 QCD 的作用量, 即

\* 收稿日期: 2006-12-31; 修改日期: 2007-03-09

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10565001, 10647002); 广西科技厅自然科学基金资助项目(0481030, 0542042, 0575020)  
作者简介: 潘继环(1972-), 男(汉族), 广西河池学院, 讲师, 从事强子物理和非微扰 QCD 研究。

# 通讯联系人: 马维兴, E-mail: weixing\_ma2002@sina.com

$$S = \int d^4x \left\{ \bar{q}(x) \left[ \gamma_\mu (\partial_\mu - ig \frac{\lambda^a}{2} A_\mu^a) \right] \cdot q(x) + \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \right\}, \quad (2)$$

其中  $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$  是胶子场强张量, 此式中的  $f^{abc}$  是色  $SU_C(3)$  群的结构常数,  $S_{\text{gf}}$  和  $S_g$  分别是固定规范作用量和鬼场的作用量, 用文献 [5—8] 所定义的双定域场  $B^\theta(x, y)$ , 生成函数可写为

$$Z[\bar{\eta}, \eta] = \exp \left[ W_1 \left( ig \frac{\delta}{\delta \bar{\eta}(x)} \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\mu \frac{\delta}{\delta \eta(x)} \right) \right] \cdot \int D\bar{q} Dq DB^\theta(x, y) \cdot \exp \{-S[\bar{q}, q, B^\theta(x, y)] + \int d^4x (\bar{\eta}q + q\eta)\}, \quad (3)$$

其中

$$W_1[J_\mu^a] = \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n} \int d^4x_1 \cdots d^4x_n \cdot D_{\mu_1^a \cdots \mu_n^a}^a(x_1, \cdots, x_n) \prod_{i=1}^n J_{\mu_i^a}^a(x_i), \quad (4)$$

$$S[\bar{q}, q, B^\theta(x, y)] = \int d^4x \int d^4y \cdot$$

$$\left[ \bar{q}(x) G^{-1}(x, y; [B^\theta]) q(y) + \frac{B^\theta(x, y) B^\theta(y, x)}{2g^2 D(x-y)} \right], \quad (5)$$

方程(5)中的  $g^2 D(x-y)$  表示胶子两点格林函数, 它不包含夸克圈图的贡献。如果不考虑  $W_1$  的贡献, 我们就得到了 GCM 下的生成函数<sup>[6]</sup>:

$$Z_{\text{GCM}}[\bar{\eta}, \eta] = \int D\bar{q} Dq DB^\theta(x, y) \cdot \exp \{-S[\bar{q}, q, B^\theta(x, y)] + \int d^4x (\bar{\eta}q + q\eta)\}. \quad (6)$$

如果对上式的  $D\bar{q}$  和  $Dq$  进行路径积分, 就得到

$$Z_{\text{GCM}}[\bar{\eta}, \eta] = \int DB^\theta(x, y) \cdot \exp \{-S[\bar{\eta}, \eta, B^\theta(x, y)]\}, \quad (7)$$

这里

$$S[\bar{\eta}, \eta, B^\theta(x, y)] = -\text{tr} \ln [\not{p} \delta(x-y) + \Lambda^\theta B^\theta(x+y)] +$$

$$\int d^4x \int d^4y \left\{ \frac{B^\theta(x, y) B^\theta(y, x)}{2g^2 D(x-y)} + \bar{\eta}(x) G(x, y; [B^\theta]) \eta(y) \right\}. \quad (8)$$

真空的组态是由双定域场的作用量的极小值来确定的, 即

$$\frac{\delta S[\bar{\eta}, \eta, B^\theta(x, y)]}{\delta B^\theta(x, y)} \Big|_{\bar{\eta}, \eta=0} = 0, \quad (9)$$

然后根据平均场近似, 我们得到

$$B_0^\theta(x-y) = g^2 D(x-y) \text{tr}_{\gamma C} [\Lambda^\theta G_0(x-y)]. \quad (10)$$

上式就是“彩虹”近似下的 Dyson-Schwinger(DSEs) 方程<sup>[9]</sup>。  $G_0$  代表  $G[B_0^\theta]$ 。现在夸克格林函数可以明确地表示为

$$G_0(x, y) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{-i \not{p} A(p^2) + B(p^2)}{p^2 A^2(p^2) + B^2(p^2)} e^{ip(x-y)}, \quad (11)$$

$A$  和  $B$  就是 DSEs 方程的解。在平均场近似下, 动量空间里完全穿衣服的夸克传播子  $G(x-y)$  可由  $G_0(x-y)$  来代替

$$G_0^{-1}(p) = i \not{p} A(p^2) + B(p^2), \quad (12)$$

这里  $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$ 。夸克的自能  $\Sigma(p)$  定义为

$$\Sigma(p) = \Lambda^\theta B_0^\theta(p) = i \not{p} [A(p^2) - 1] + B(p^2), \quad (13)$$

$A$  和  $B$  叫自能函数。在类空点  $\mu^3$ ,  $A$  和  $B$  满足  $A(\mu^2) = 1$  和  $B(\mu^2) = m_q(\mu^2)$ ,  $m_q(\mu^2)$  是 QCD 拉氏量中流夸克的质量。

除了流夸克的质量和微扰修正之外, 函数  $[A(p^2) - 1]$  和  $B(p^2)$  是非微扰量, 并定义为向量和标量传播子的凝聚。在“彩虹”近似和费曼规范  $\xi = 1$  下,  $A(p^2)$  和  $B(p^2)$  满足 DSEs 方程<sup>[10]</sup>,

$$[A_f(p^2) - 1] p^2 = \frac{8}{3} g_s^2 \int \frac{d^4q}{(4\pi)^4} \cdot G(p-q) \frac{A_f(q^2)}{q^2 A_f^2(q^2) + B_f^2(q^2)} p \cdot q, \quad (14)$$

$$B_f(p^2) = \frac{16}{3} g_s^2 \int \frac{d^4q}{(4\pi)^4} \cdot G(p-q) \frac{B_f(q^2)}{q^2 A_f^2(q^2) + B_f^2(q^2)}, \quad (15)$$

这里,  $G(p-q)$  是完全穿衣服的胶子的传播子,  $g_s$  是强耦合常数。

## 2.2 参数化的夸克传播子

DSEs 方程很好地描述了 QCD 的非微扰特征和夸克的传播子。但是, 求解 DSEs 方程是一件非常复杂和困难的问题, 它不但要知道完全穿衣服的胶子传播子, 而且也要求解 Bethe-Salpeter(BSEs) 方程, 得到夸克-反夸克-胶子的耦合顶点相互作用<sup>[10]</sup>。在文献[3]中, 我们提出了一个能很好地近似 DSEs 方程解的参数化的夸克传播子, 即

$$S_f(p^2) = \frac{1}{i\gamma p A_f^2(p^2) + B_f^2(p^2)} = i\gamma p \sigma_v^f + \sigma_s^f. \quad (16)$$

公式(16)表明,

$$A_f(p^2) = \frac{\sigma_v^f}{(\sigma_s^f)^2 [p^2 (\sigma_v^f / \sigma_s^f)^2 + 1]}, \quad (17)$$

$$B_f(p^2) = \frac{1}{\sigma_s^f [p^2 (\sigma_v^f / \sigma_s^f)^2 + 1]}. \quad (18)$$

这里我们定义

$$\sigma_s^f = \frac{\bar{\sigma}_s^f}{\Lambda}, \quad \sigma_v^f = \frac{\bar{\sigma}_v^f}{\Lambda^2}. \quad (19)$$

而

$$\bar{\sigma}_s^f(x_1) = \frac{[1 - \exp(-b_1^f x_1)] [1 - \exp(-b_3^f x_1)]}{b_1^f b_3^f x_1} \cdot \left[ b_0^f + b_2^f \frac{1 - \exp(-\Lambda' x_1)}{\Lambda' x_1} \right] + \frac{\bar{m}_f}{m_f} \frac{1 - \exp[-2(x_1 + \bar{m}_f)]}{x_1 + \bar{m}_f^2}, \quad (20)$$

$$\bar{\sigma}_v^f(x_1) = \frac{2(x_1 + \bar{m}_f^2) - 1 + \exp[-2(x_1 + \bar{m}_f^2)]}{2(x_1 + \bar{m}_f^2)^2}, \quad (21)$$

其中,  $\bar{m}_f = m_f / \Lambda$ ,  $x_1 = p^2 / \Lambda^2$ ,  $\Lambda' = 10^{-4}$  和  $\Lambda = 0.566 \text{ GeV}$ , 参数  $b_i^f (i=0, 1, 2, 3; f$  是 u, d, s 介子的味道) 和  $m_f$  见表 1, 而  $\sigma_s^f$  和  $\sigma_v^f$  在有限的  $p^2$  复平面内都是解析的, 没有 Lamann 奇异点, 因此没有夸克产生的域。

表 1 参数  $b_i^f$  和  $m_f$  的值<sup>[11-14]</sup>

味道 ( $f$ )	$b_0^f$	$b_1^f$	$b_2^f$	$b_3^f$	$m_f/\text{MeV}$
u	0.131	2.90	0.603	0.185	5.1
d	0.131	2.90	0.603	0.185	5.1
s	0.105	2.90	0.740	0.185	127.5

## 2.3 算符乘积展开和 QCD 真空凝聚

在此小节里, 我们简要地介绍算符乘积展开式(OPE)<sup>[15]</sup>和在 OPE 展开中夸克传播子的公式。OPE 是计算 QCD 真空凝聚的基础。夸克真空凝聚、夸克-胶子混合真空凝聚、四夸克真空凝聚等都是描述 QCD 非微扰真空性质的。夸克传播子可以用夸克场的两点格林函数来表示:

$$G(x) = \langle 0 | T[\bar{q}(x)q(0)] | 0 \rangle, \quad (22)$$

这里  $T$  是编时算符,  $|0\rangle$  表示物理真空态, 它由微扰真空和非微扰真空组成。因此, 相应的夸克传播子也可以分为两部分: 微扰项  $G^{\text{PT}}(x)$  和非微扰项  $G^{\text{NPT}}(x)$ , 即

$$G(x) = G^{\text{PT}}(x) + G^{\text{NPT}}(x), \quad (23)$$

其中, 微扰项  $G^{\text{PT}}(x)$  由下式给出:

$$G^{\text{PT}}(x) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\gamma x}{x^4} \delta^{ab} - \frac{m}{(2\pi x)^2} \delta^{ab} + \dots, \quad (24)$$

非微扰项  $G^{\text{NPT}}(x)$  可表示为

$$G^{\text{NPT}}(x) = -\frac{1}{12} \{ \langle 0 | : \bar{q}(x)q(0) : | 0 \rangle + x_\mu \langle 0 | : \bar{q}(x)\gamma^\mu q(0) : | 0 \rangle \}. \quad (25)$$

在短距离情况下, 乘积展开中的非微扰  $G^{\text{NPT}}(x)$  标量项  $\langle 0 | : \bar{q}(x)q(0) : | 0 \rangle$  由泰勒展开(在  $x=0$  点)而得到:

$$\langle 0 | : \bar{q}(x)q(0) : | 0 \rangle = \langle 0 | : \bar{q}(0)q(0) : | 0 \rangle - \frac{x^2}{2} \langle 0 | : \bar{q}(0)g\sigma G(0)q(0) : | 0 \rangle + \dots, \quad (26)$$

在上式里, 展开的第 1 项是定域夸克真空凝聚, 第 2 项是夸克-胶子混合真空凝聚, 等等。对我们的目的, 本文只讨论非微扰项  $G^{\text{NPT}}(x)$  中的标量项  $\langle 0 | : \bar{q}(x)q(0) : | 0 \rangle$ 。

在微扰真空中, 正规算符乘积  $\bar{q}(x)q(0)$  的矩阵元等于零, 而在非微扰真空中它是不等于零的。下一节我们用完全穿衣服的夸克传播子来计算 QCD 真空的凝聚值。

## 3 公式和数值计算

在第 2 节的讨论和所给出的公式的基础上, 我们对定域夸克真空凝聚、夸克-胶子混合真空凝聚、

四夸克真空凝聚和在 QCD 真空态中夸克的虚度进行了数值计算。

### 3.1 夸克真空凝聚的推导

利用 GCM 模型的生成函数, 在平均场近似下很容易计算任何夸克算符

$$O_n \equiv (\bar{q}_{i_1} \Lambda_{i_1 j_1}^{(1)} q_{j_1}) (\bar{q}_{i_2} \Lambda_{i_2 j_2}^{(2)} q_{j_2}) \cdots (\bar{q}_{i_n} \Lambda_{i_n j_n}^{(n)} q_{j_n}) \quad (27)$$

的真空期待值, 即真空凝聚值<sup>[16]</sup>。这里  $\Lambda^{(i)}$  代表狄拉克、味道和色空间的算符。对传播子  $G_0$  中的外场  $\eta_i$  和  $\bar{\eta}_j$  作适当数目的微商, 然后令  $\eta_i = \bar{\eta}_j = 0$ , 就得<sup>[16]</sup>

$$\langle 0 | : O_n : | 0 \rangle = (-1)^n \sum_p (-1)^p, \quad [ \Lambda_{i_1 j_1}^{(1)} \cdots \Lambda_{i_n j_n}^{(n)} (G_0)_{j_1 i_{p(1)}} \cdots (G_0)_{j_n i_{p(n)}} ] \quad (28)$$

这里,  $p$  代表  $n$  个指标的置换。从上式容易得到 QCD 真空凝聚的表达式。例如, 两夸克凝聚和四夸克真空凝聚(四夸克凝聚是 QCD 求和规则里另外一个重要的参量)。因此, 非定域的四夸克真空凝聚可由下式给出<sup>[17, 18]</sup>:

$$\langle 0 | : \bar{q}(x) \Lambda^{(1)} q(x) \bar{q}(y) \Lambda^{(2)} q(y) : | 0 \rangle = -\text{tr}_{\gamma C} [ G(y, x) \Lambda^{(1)} G_0(x, y) \Lambda^{(2)} ] + \text{tr}_{\gamma C} [ G_0(x, x) \Lambda^{(1)} ] \text{tr}_{\gamma C} [ G_0(y, y) \Lambda^{(2)} ] \quad (29)$$

所以, 一旦给出了穿衣服的夸克传播子, 就可以在平均场近似下计算非定域的四夸克真空凝聚值。

### 3.2 夸克的真空凝聚

利用 3.1 节的讨论和方法, 可以得到各种 QCD 真空凝聚的公式。

#### 3.2.1 非定域和定域夸克真空凝聚

非定域夸克真空凝聚是由夸克传播子的非微扰部分的标量项来给出的:

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(x) q(0) : | 0 \rangle &= -4N_C \int_0^{\mu^2} \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{B(p^2)}{p^2 A^2(p^2) + B^2(p^2)} e^{ipx} \\ &= -\frac{3}{4\pi^2} \int_0^{\mu^2} s ds \frac{B(s)}{sA^2(s) + B^2(s)} \left[ 2 \frac{J_1 \sqrt{sx^2}}{\sqrt{sx^2}} \right], \end{aligned} \quad (30)$$

这里  $N_C = 3$  是色量子数,  $\mu^2$  是积分截断参数, 截断

保证了平均是在非微扰区域内进行的。当  $x=0$  时, 由(30)式得到了定域夸克真空凝聚为

$$\langle 0 | : \bar{q}(x) q(0) : | 0 \rangle = -\frac{3}{4\pi^2} \int_0^{\mu^2} s ds \frac{B(s)}{sA^2(s) + B^2(s)}, \quad (31)$$

$g(x) \langle 0 | : \bar{q}(x) q(0) : | 0 \rangle / \langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle$  就是 Kisslinger 真空函数<sup>[12]</sup>。

#### 3.2.2 四夸克真空凝聚公式

利用公式(29)可以计算各种四夸克真空凝聚。如果  $\Lambda^{(1)} = \Lambda^{(2)} = \gamma_\mu (\lambda_C^a) / 2$ , 有

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(x) \gamma_\mu \frac{\lambda_C^a}{2} q(x) \bar{q}(0) \gamma_\mu \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) : | 0 \rangle &= -\int_0^{\mu^2} \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \int_0^{\mu^2} \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{ix(p-q)} \cdot \\ &\left[ 4^3 \frac{B(p^2)}{p^2 A^2(p^2) + B^2(p^2)} \frac{B(q^2)}{q^2 A^2(q^2) + B^2(q^2)} + \right. \\ &2 \times 4^2 \frac{A(p^2)}{p^2 A^2(p^2) + B^2(p^2)} \cdot \\ &\left. \frac{A(q^2)}{q^2 A^2(q^2) + B^2(q^2)} p \cdot q \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

同样的, 在  $x=0$  时, 就得到了四夸克真空凝聚的值表示式

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(0) \gamma_\mu \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) \bar{q}(0) \gamma_\mu \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) : | 0 \rangle &= -4^3 \left\{ \int_0^{\mu^2} \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{A(p^2)}{p^2 A^2(p^2) + B^2(p^2)} \right\}^2 \\ &= -\frac{4}{9} [\langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle]^2. \end{aligned} \quad (33)$$

用类似的方法, 另外两种四夸克定域真空凝聚值可表示如下:

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(0) \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) \bar{q}(0) \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) : | 0 \rangle &= -\frac{4}{3} [\langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle]^2, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(0) \gamma_5 \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) \bar{q}(0) \gamma_5 \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) : | 0 \rangle &= -\frac{1}{9} [\langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle]^2. \end{aligned} \quad (35)$$

#### 3.2.3 夸克-胶子混合真空凝聚

夸克-胶子混合真空凝聚推导过程很长。但是, 用文献[6]所描述的方法, 欧几里得空间中的夸克-胶子混合真空凝聚的表示式为

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(0) i g \sigma_{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) : | 0 \rangle = \\ - \frac{9}{4\pi^2} \frac{81}{16} \int_0^{\mu^2} s ds \frac{B[2A(A-1)s + B^2]}{sA^2 + B^2} - \\ \frac{9}{4\pi^2} \int_0^{\mu^2} s^2 ds \frac{B(2-A)}{sA^2 + B^2}. \end{aligned} \quad (36)$$

因此定域夸克真空凝聚、四夸克真空凝聚、夸克-胶子混合真空凝聚的理论值都可以用这些公式来估算。

### 3.3 QCD 真空态中夸克的虚度

定域真空凝聚是描述夸克-胶子在非微扰真空的分布。从物理上讲,这意味着夸克-胶子在真空中有一个非零的平均平方动量,叫夸克的虚度。的确夸克和胶子的平均虚度是非定域夸克真空凝聚值及胶子凝聚值联系在一起的<sup>[19]</sup>,即

$$2\lambda_q^2 = \frac{\langle 0 | : \bar{q}(0) i g \sigma_{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) : | 0 \rangle}{\langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle}. \quad (37)$$

因此,给出夸克真空凝聚值和夸克-胶子混合定域真空凝聚值,就得到了夸克的虚度。

### 3.4 计算的重要性和数值计算结果

量子力学告诉我们,即使是“真空”也不是空的,它充满了各种可能的量子涨落。QCD 真空态充满了夸克和胶子场的长波涨落,这些涨落是用定域的真空凝聚值来表征的。凝聚值是夸克和胶子场各种单态结合在真空中的矩阵元<sup>[20]</sup>。特别是,当相互作用很强时,真空涨落可能是非常大的,甚至“凝聚”成介质。这些介质影响着通过它传播的粒子的性质<sup>[21]</sup>。

一个重要的真空凝聚的例子是 Higgs 真空。Higgs 真空是在粒子物理的标准模型中引入的。夸克、轻子和弱相互作用的规范玻色子的质量是由 Higgs 机制产生的。夸克和轻子的质量的不同是由于这些费米子场对 Higgs 场的耦合强度不一样而产生的。同时, QCD 真空中夸克和胶子的凝聚也对夸克的质量有贡献<sup>[22]</sup>。实际上, QCD 真空凝聚对 3 个轻夸克(u, d, s)质量的贡献远远大于通过 Higgs 场产生质量的贡献。

QCD 真空凝聚的存在直接反映了非微扰 QCD 真空的性质。例如,非零的定域夸克真空凝聚与手

征对称自发破缺有关,非零的定域胶子凝聚通过迹反常确定了强子的质量标度。非定域真空凝聚描述了夸克和胶子在非微扰 QCD 真空中的分布。

QCD 凝聚分为两类:一类是手征性守恒的凝聚,比如,胶子凝聚  $\langle 0 | \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} | 0 \rangle$ , 因为  $G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$  是手征变换不变的;另一类是手征性破缺的凝聚,比如  $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle$ , 它是与夸克的质量有关,是手征变换变化的。本文仅计算手征对称性破缺的 QCD 真空凝聚。

#### 3.4.1 轻夸克的真空凝聚值

我们用完全穿衣服参数化的夸克传播子分别计算了 u, d 和 s 夸克真空凝聚值,计算结果如下:

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle_{\mu^2=1 \text{ GeV}^2}^{u, d} = \\ - (0.212 \text{ GeV})^3 = -0.009 6 \text{ GeV}^3, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle_{\mu^2=1 \text{ GeV}^2}^s = \\ - (0.265 \text{ GeV})^3 = -0.018 6 \text{ GeV}^3. \end{aligned} \quad (39)$$

公式(38)和(39)之比给出了 s 夸克与 u, d 夸克凝聚值之比,即

$$\frac{\langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle_{u, d}}{\langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle_s} = 0.51. \quad (40)$$

应当指出的是:许多文献给出的此比值是不对的。文献中的比值与我们的结果不一致,原因可能是引用的不当所引起的。

#### 3.4.2 夸克-胶子混合真空凝聚值

我们用完全穿衣服参数化的夸克传播子分别计算了 u, d 和 s 夸克混合真空凝聚值,其结果如下:

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(0) i g_s \sigma G(0) q(0) : | 0 \rangle_{\mu^2=1 \text{ GeV}^2}^{u, d} = \\ - 0.045 \text{ GeV}^5, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \langle 0 | : \bar{q}(0) i g_s \sigma G(0) q(0) : | 0 \rangle_{\mu^2=1 \text{ GeV}^2}^s = \\ - 0.057 \text{ GeV}^5, \end{aligned} \quad (42)$$

#### 3.4.3 u 和 d 夸克的虚度 $\lambda_{u, d}^2$ 和 s 夸克的虚度 $\lambda_s^2$

利用公式(38), (39), (41), (42)和(37)计算了轻夸克的虚度:

$$\begin{aligned} \lambda_{u, d}^2 = \frac{1}{2} \frac{\langle 0 | : \bar{q}(0) i g_s \sigma G(0) q(0) : | 0 \rangle_{u, d}}{\langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle_{u, d}} \\ = 2.328 \text{ GeV}^2, \end{aligned} \quad (43)$$

### 3.4.4 四夸克真空凝聚值

我们用完全穿衣服参数化的夸克传播子分别计算了 u, d 和 s 夸克的四夸克真空凝聚值, 计算结果如表 2 所示。

$$\lambda_s^2 = \frac{1}{2} \frac{\langle 0 | : \bar{q}(0) i g_s \sigma G(0) q(0) : | 0 \rangle_s}{\langle 0 | : \bar{q}(0) q(0) : | 0 \rangle_s} = 1.509 \text{ GeV}^2. \quad (44)$$

表 2 四夸克真空凝聚值

四夸克真空凝聚值	u, d 夸克 ( $\times 10^{-5}$ ) ( $\text{GeV}^6$ )	s 夸克 ( $\times 10^{-5}$ ) ( $\text{GeV}^6$ )
$\langle 0   : \bar{q}(0) \gamma_\mu \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) \bar{q}(0) \gamma_\mu \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) :   0 \rangle_{\mu^2=1 \text{ GeV}^2}$	- 0.129	- 0.154
$\langle 0   : \bar{q}(0) \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) \bar{q}(0) \sigma_{\mu\nu} \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) :   0 \rangle_{\mu^2=1 \text{ GeV}^2}$	- 0.412	- 0.462
$\langle 0   : \bar{q}(0) \gamma_5 \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) \bar{q}(0) \gamma_5 \frac{\lambda_C^a}{2} q(0) :   0 \rangle_{\mu^2=1 \text{ GeV}^2}$	- 0.124	- 0.385

## 4 结果和讨论

在 GCM 下, 我们用完全穿衣服参数化的夸克传播子计算了各种 QCD 真空凝聚值和夸克的虚度。参数化的夸克传播子是描述禁闭夸克的传播子, 它在有限的  $p^2$  复平面上到处都是解析的, 从而保证了夸克传播子没有 Lahmann 奇点, 因此在计算中没有夸克产生的域。我们的计算结果和其他 QCD 理论模型的结果是一致的。我们的结果表明: 用完全穿衣服参数化的夸克传播子研究非微扰 QCD 真空和其结构是成功的和可靠的。

总之, 在 GCM 模型下, 我们不仅得到一个合理而实用的参数化的夸克传播子, 并且计算了各种 QCD 真空凝聚值和夸克的虚度, 也阐述了 QCD 真空凝聚的重要性。我们得到的定域夸克真空凝聚值、夸克-胶子混合真空凝聚值、各种四夸克真空凝聚值和其他 QCD 理论模型所得到的值是一致的。研究 QCD 真空凝聚和真空结构是很重要的, 这不仅对研究非微扰 QCD, 而且对确定夸克的质量(它是 QCD 拉氏量的一个基本输入参数)和在 QCD 真空中夸克的分布都是很重要的。我们的理论结果清楚地表明了用参数化的夸克传播子来计算各种真空凝聚和夸克的虚度是实用的和可靠的。

### 参考文献 (References):

[1] Belyaev V M, Kogan Y I. Phys Lett, 1984, **B136**: 273; Henley E M, Hwang W-Y P, Kisslinger L S. Phys Lett, 1996,

**B367**: 21; Henley E M, Hwang W-Y P, Kisslinger L S. Phys Rev, 1992, **D46**: 431; Chiu C B, Pasupathy J, Wilson S J. Phys Rev, 1985, **D32**: 1 786.

[2] Shiman M A, Vainshtein A Z, Zakharon V Z. Nucl Phys, 1979, **B147**: 385; Shifman M. Vacuum Structure and QCD Sum Rules. Amsterdam: North Holland, 1992; Narison S. QCD Spectral Sum Rules. Sinapore: World Scientific, 1989.

[3] Zhou Lijuan, Ma Weixing. Chinese Physics Letter, 2004, **21** (8): 1 471.

[4] Lee T D, Trans N Y. Acad Sci(Ser. 2), 1980, **40**: 111.

[5] Zong Hongshi, Shi Qi, Chen Wei, *et al.* arXiv: hep-ph/0310004; Zong Hongshi, Ping Jiajun, Yang Hongting, *et al.* Phys Rev, 2003, **D67**: 074 004; Yang Hongting, Zong Hongshi, Ping Jiajun, *et al.* Phys Lett, 2003, **B557**: 33.

[6] Zhang Zhao, Zhao Weiqin, arXiv: hep-ph/0409100; Yang Hongting, arXiv: hep-ph/0501285.

[7] Zhou Lijuan, Ma Weixing. Commun Theor Phys, 2006, **45**: 675.

[8] Roberts C D, Williams A G. Prog Part Nucl Phys, 1994, **33**: 477; Roberts C D. Prog Part Nucl Phys, 2000, **45**: 511.

[9] Dyson F J. Phys Rev, 1949, **75**: 1 736; Schwinger L S. Proc Nat Acad Sci, 1951, **37**: 452.

[10] Zhou Lijuan, Ping Ronggang, Ma Weixing. Commun Theor Phys, 2004, **42**: 875; Zhou Lijuan, Ma Weixing. High Energy Physics and Nuclear Physics, 2005, **29**(8): 757(in Chinese). (周丽娟, 马维兴. 高能物理与核物理, 2005, **29**(8): 757.)

[11] Williams A C, Krein G, Roberts C D. Ann Phys, 1991, **210**: 404; Stainsby S J, Cahill R T. Intern J Mod Phys, 1992, **A7**: 7 541.

[12] Zhou Lijuan, Ma Weixing. Chinese Physics Letter, 2003, **20**: 2 137; Kisslinger L S, Meissner T. Phys Rev, 1998,

- C57**:1 528; Frank M R, Meissner T. Phys Rev, 1996, **C53**: 2 410.
- [13] Cahill R T, Roberts C D. Phys Rev, 1985, **D32**: 2 419; Cahill R T. Nucl Phys, 1992, **A543**: 63c.
- [14] Ma Weixing, Zhu Jizhen, Zhou Lijuan, *et al.* Commun Theor Phys, 2005, **43**(1): 147; Tandy P C. Prog Part Nucl Phys, 1997, **39**: 117; Burden C D, Roberts C D. Phys Rev, 1993, **D47**: 5 581.
- [15] Wilson K G. Phys Rev, 1969, **179**: 1 499; Wilson K G. On Products of Quantum Eldsoperators at Short Distance, Cornell Report, 1964, Cornell (Sec. 4. 1); Brandt R A. Ann Phys, 1967, **44**: 221; Gimenez V, Lubicz V, Mescia F, *et al.* arXiv: hep-ph/0503001.
- [16] Negele J, Orland H. Quantum Many-Particle Systems. Reading(MA): Addison-Wesley, 1988, 269.
- [17] Wang Zhigang. arXiv: hep-ph/0204157; Muta T. Foundations of Quantum Chromodynamics, an Introduction to Perturbative Methods in Gauge Theories, World Scientific Lecture Notes in Physics (15). Singapore: World Scientific, 1987, 234.
- [18] He H X, Ji X D. Phys Rev, 1996, **D54**: 6 897.
- [19] Ovchinnikov A A, Pivovarov A A. Yad Fiz, 1998, **48**: 1 135.
- [20] Ma Weixing, Zhou Lijuan, Gu Yunting, *et al.* Commun Theor Phys, 2005, **44**(2): 333.
- [21] Bakulev A P, Radyushkin A V. Phys Lett, 1991, **B271**: 223; Shifman M A, Vainshtein A Z, Zakharov V Z. Nucl Phys, 1979, **B147**: 385.
- [22] Zhou Lijuan, Ma Weixing. Commun Theor Phys, 2006, **45**(6): 1 085; Jamin M. HD THEP 0201, arXiv: hep-ph/0201174 (2002); Tamin M, Ollder J A. Euro Phys J, 2002, **C24**: 237; Libicz V. Nucl Phys(Proc Suppl), 2001, **B94**: 116.

## QCD Vacuum Condensates and Parameterized Quark Propagator<sup>①</sup>

PAN Ji-huan<sup>1</sup>, MENG Cheng-ju<sup>1</sup>, ZHOU Li-juan<sup>2</sup>, MA Wei-xing<sup>3, #</sup>

(1 *Department of Physics, Hechi College, Yizhou 546300, Guangxi, China*;

2 *Collaboration Group of Hadron Physics and Non-perturbative QCD Study, Guangxi University of Technology, Liuzhou, 545006, China*;

3 *Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

**Abstract:** Based on the Global Color Symmetry Model, the non-perturbative QCD vacuum is investigated by use of the parameterized fully dressed quark propagator. Our theoretical predictions for various quantities characterized the QCD vacuum are in agreement with those predicted by many other phenomenological QCD inspired models. The successful predictions clearly indicate the extensive validity of our parameterized quark propagator. A detailed discussion on the arbitrariness in determining the integration cut-off parameter of  $\mu^2$  in calculating QCD vacuum condensates is given and a good method, which avoids the dependence of calculating results on the cut-off parameter, is also strongly recommended.

**Key words:** global color symmetry model; parameterized quark propagator; non-perturbative QCD vacuum and vacuum condensate

① **Received date:** 31 Dec. 2006; **Revised date:** 9 Mar. 2007

\* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(10565001, 10647002); Natural Science Foundation of Guangxi Province(0542042, 0481030, 0575020)

# **Corresponding author:** Ma Wei-xing, E-mail: weixing\_ma2002@sina.com