

文章编号: 1007-4627(2017)03-0469-07

## 原子核基态性质的系统研究

苏学斗<sup>1</sup>, 齐胜美<sup>1</sup>, 刘肖<sup>1</sup>, 王艳召<sup>1,2,3</sup>

- (1. 石家庄铁道大学数理系, 石家庄 050043;
2. 石家庄铁道大学应用物理研究所, 石家庄 050043;
3. 中国原子能科学研究院, 北京 102413)

**摘要:** 在 Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov (SHFB) 理论框架下, 利用 SkOP1, SkOP2, SKC 和 SKD 4 套新的 Skyrme 相互作用参数系统地研究了 Ca, Ni, Sn 和 Pb 同位素链上原子核的结合能、电荷半径等基态性质, 并重点讨论了丰中子 Ca 核的新中子幻数以及 Pb 的同位素位移现象。通过与实验数据和 SLy5 相互作用参数的结果对比, 发现这 4 套相互作用参数都能很好地再现结合能的实验数据, 其预言精度比 SLy5 要高。对于丰中子 Ca 核, 只有 SKC 和 SKD 相互作用参数能够再现  $N = 28$  处的壳效应, 而对于实验上发现的新幻数  $N = 32$  和 34, 所有的相互作用参数均不能再现这一结果。对于电荷半径, 发现所有的相互作用参数均不能很好地预言 Ca 同位素链电荷半径的演化规律以及 Pb 的同位素位移现象。另外, 还将这些相互作用参数推广至远离  $\beta$  稳定线原子核的单粒子能级结构研究, 发现其不适用于描述其随同位素的演化行为。因此, 为了更好地描述远离  $\beta$  稳定线原子核的宏观性质及单粒子能级, 建议在拟合 Skyrme 相互作用参数时, 除自旋-轨道耦合项包括合理的同位旋依赖外, 还要考虑张量力成分。

**关键词:** Skyrme 相互作用; SHFB 理论; 结合能; 电荷半径; 单粒子能谱

**中图分类号:** O571.25      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.34.03.469

### 1 引言

近几十年来, 平均场理论在描述原子核基态性质方面取得了巨大成功<sup>[1-5]</sup>, 其中 Skyrme 能量密度泛函理论就是重要的平均场方法之一<sup>[3,4]</sup>。我们知道, Skyrme 相互作用是一种等效的两体相互作用, 它是 20 世纪 50 年代末被提出的<sup>[6]</sup>。由于 Skyrme 相互作用包含  $\delta$  函数, 具有很强的定域性, 致使计算比较简单。另外, 它还是动量相关的, 即具有非定域和密度相关性, 加上若干可调参数, 可以很好地模拟核介质中束缚核子之间的相互作用, 所以至今仍在核多体理论计算中发挥着重要作用。早在 1972 年, Vautherin 和 Brink 就首次利用 Skyrme 相互作用在 Hartree-Fock 平均场理论框架下实现了自洽计算, 并给出了两套 Skyrme 相互作用参数, 即 SI 和 SII 相互作用参数<sup>[7]</sup>。继他们的工作之后, 人们不断地提出了各种版本的 Skyrme 相互作用参数<sup>[8-16]</sup>。到目前为止, 大约有 300 多套 Skyrme 相互作用参数。一般情况下, 人们主要通过拟合核物质以及稳定原子核 (如  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{120}\text{Sn}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  等) 的基态性

质得到 Skyrme 参数, 如 SKM<sup>[8]</sup>, SKP<sup>[9]</sup>, SLy5<sup>[13]</sup> 参数等。人们不仅将这些 Skyrme 相互参数用于稳定原子核基态性质的研究, 还将其推广至原子核的激发态以及远离  $\beta$  稳定线原子核结构的研究, 这些 Skyrme 相互作用参数不同程度地再现了已有的实验数据<sup>[17,18]</sup>。2010 年, Pilipenko 等<sup>[19]</sup>为了得到核子-核反应的微观光学势, 通过拟合核物质的性质、靶核的基态结合能与电荷半径以及核子-核散射角分布的实验数据得到了 2 套 Skyrme 相互作用参数, 即 SkOP1 和 SkOP2 参数。之后, Xu 等<sup>[20]</sup>在 Pilipenko 等<sup>[19]</sup>的研究工作基础之上, 通过拟合核物质的性质、闭壳核基态性质 (结合能、电荷半径和单粒子能谱) 的实验数据以及中子导致的核反应的截面和极化的实验数据得到了 SKC 和 SKD 2 套 Skyrme 相互作用参数。那么, 这些新的 Skyrme 相互作用参数能否很好地描述稳定核以及远离  $\beta$  稳定线原子核的性质呢? 这是值得研究的一个问题。我们认为, 这些新 Skyrme 相互作用参数的有效性应该用更多的实验数据来检验。所以, 本文在 Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov (SHFB) 理论框架下, 利用 SkOP1,

收稿日期: 2016-12-07; 修改日期: 2017-03-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11305109, 11675265); 河北省自然科学基金资助项目 (A2014210005); 河北省高等学校青年拔尖人才科学研究项目 (BJ2014052)

作者简介: 苏学斗 (1995-), 女, 河北沧县人, 本科, 从事原子核结构理论研究; E-mail: 2319427237@qq.com

† 通信作者: 王艳召, E-mail: yanzaowang09@126.com。

SkOP2, SKC 和 SKD 4 套相互作用参数计算稳定核以及奇特核的结合能、电荷半径、单粒子能级等基态性质, 并与实验数据进行对比, 以检验这 4 套参数的合理性和预言能力。

## 2 SHFB 理论简介

Skyrme 相互作用在坐标空间中的表达式为

$$V_{12} = t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 P_\sigma) [\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}'^2 + \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}^2] + t_2(1 + x_2 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k} + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \rho^\gamma \left( \frac{1}{2} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \right) + i W_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (\sigma_1 + \sigma_2) \cdot \mathbf{k}' \times \mathbf{k}, \quad (1)$$

其中,  $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, W_0, \gamma$  为自由参数。 $t_0$  描述一个带有自旋交换算符的纯  $\delta$  力,  $t_1$  和  $t_2$  反映有限程相互作用,  $t_3$  表示三体相互作用, 最后一项为自旋轨道耦合项。这些参数通常由拟合有限核的结合能、电荷均方根半径、自旋轨道劈裂等实验数据和核物质的性质得到。 $P_\sigma$  为自旋交换算符;  $\mathbf{k}$  是两核子之间相对动量算符, 在坐标表象中为

$$\mathbf{k} = \frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2), \quad \mathbf{k}' = -\frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2). \quad (2)$$

对相互作用采用密度依赖  $\delta$  形式:

$$V'_{12} = \left( t'_0 + \frac{t'_3}{6} \rho'^\gamma \right) \delta, \quad (3)$$

上式中,  $t'_3 = -18.75 t'_0$ ,  $\gamma' = 1$ 。 $t'_0$  为可调的对力强度参数, 由原子核奇偶质量差的实验数据来确定。

在 SHFB 理论框架下, 原子核的总能量为如下形式:

$$E = K + E_{\text{Skyrme}} + E_{\text{pair}} + E_{\text{Coul}} = \int d^3 \mathbf{r} [k(\mathbf{r}) + \varepsilon_{\text{Skyrme}}(\mathbf{r}) + \varepsilon_{\text{pair}}(\mathbf{r}) + \varepsilon_{\text{Coul}}(\mathbf{r})]. \quad (4)$$

其中,  $K, E_{\text{Skyrme}}, E_{\text{pair}}, E_{\text{Coul}}$  分别为原子核动能、Skyrme 能量、对能和库仑能。而  $k, \varepsilon_{\text{Skyrme}}, \varepsilon_{\text{pair}}$  和  $\varepsilon_{\text{Coul}}$  分别为各自的能量密度。动能项密度为

$$k = \frac{\hbar^2}{2m} \tau \left( 1 - \frac{1}{A} \right). \quad (5)$$

对于偶偶核, Skyrme 能量密度可以写为同位旋标量 ( $T=0$ ) 和同位旋矢量 ( $T=1$ ) 之和,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{Skyrme}} = & \frac{1}{2} t_0 \left[ \left( 1 + \frac{x_0}{2} \right) \rho^2 - \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) \sum_q \rho_q^2 \right] + \\ & \frac{t_1}{4} \left\{ \left( 1 + \frac{x_1}{2} \right) \left[ \rho \tau + \frac{3}{4} (\nabla \rho)^2 \right] - \right. \\ & \left. \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) \sum_q \left[ \rho_q \tau_q + \frac{3}{4} (\nabla \rho_q)^2 \right] \right\} + \\ & \frac{t_2}{4} \left\{ \left( 1 + \frac{x_2}{2} \right) \left[ \rho \tau - \frac{1}{4} (\nabla \rho)^2 \right] - \right. \\ & \left. \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) \sum_q \left[ \rho_q \tau_q - \frac{1}{4} (\nabla \rho_q)^2 \right] \right\} - \\ & \frac{1}{16} (t_1 x_1 + t_2 x_2) J^2 + \frac{1}{16} (t_1 - t_2) \sum_q J_q^2 + \\ & \frac{1}{2} t_3 \rho^\alpha \left[ \left( 1 + \frac{x_3}{2} \right) \rho^2 - \left( x_3 + \frac{1}{2} \right) \sum_q \rho_q^2 \right] + \\ & \frac{1}{2} W_0 \left( J \nabla \rho + \sum_q J_q \nabla \rho_q \right), \quad (6) \end{aligned}$$

$q$  表示质子或中子,  $\rho, \tau$  和  $J$  分别表示局域密度、动能密度和自旋流密度。

对能密度表示为

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{pair}} = & \sum_q \left\{ \frac{t'_0}{4} (1 - x'_0) \tilde{\rho}_q^2 + \frac{t'_1}{4} (1 - x'_1) \times \right. \\ & \left. \left[ \tilde{\rho}_q \tilde{\tau}_q + \frac{1}{4} (\nabla \tilde{\rho}_q)^2 \right] \right\} + \\ & \sum_q \left\{ \left[ \frac{t'_2}{8} (1 + x'_2) \tilde{\rho}_q^2 + \frac{1}{4} W'_0 \right] \tilde{J}_q^2 + \right. \\ & \left. \frac{t'_3}{24} (1 - x'_3) \rho'^\alpha \tilde{\rho}_q^2 \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

库仑能量密度分为直接项和交换项之和, 直接项依赖于电荷密度  $\rho_{\text{ch}}(\mathbf{r})$ ,

$$\varepsilon_{\text{Coul}}^{\text{dir}} = \frac{e^2}{2} \iint d^3 \mathbf{r} d^3 \mathbf{r}' \frac{\rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}) \rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (8)$$

在 Slater 近似下, 库仑能密度的交换部分依赖于点质子密度  $\rho_{\text{p}}(\mathbf{r})$ , 它是非局域的, 其形式为

$$\varepsilon_{\text{Coul}}^{\text{ex}} = -\frac{3}{4} e^2 \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \int d^3 \mathbf{r} \rho_{\text{p}}^{4/3}(\mathbf{r}). \quad (9)$$

由于 Bogoliubov 变换并不能保持粒子数不变, 引入 Lagrange 乘子  $\lambda_N$  和  $\lambda_Z$  来保持平均质子数和中子数不变。HFB 方程则由条件  $\delta[\varepsilon - (\lambda_N N + \lambda_Z Z)] = 0$  来给出。 $\varepsilon$  的动能密度依赖导致了如下有效质量

$$M_q = \frac{\hbar^2}{2m_q^*} E \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{t_1}{4} \left[ \left(1 + \frac{x_1}{2}\right) \rho - \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) \rho_q \right] + \frac{t_2}{4} \left[ \left(1 + \frac{x_2}{2}\right) \rho - \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) \rho_q \right], \quad (10)$$

$$\tilde{M}_q = \frac{t'_1}{4} (1 - x'_1) \tilde{\rho}_q. \quad (11)$$

粒子-空穴平均场:

$$U_q = t_0 \left[ \left(1 + \frac{x_0}{2}\right) \rho - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) \rho_q \right] + \frac{t_1}{4} \left[ \left(1 + \frac{x_1}{2}\right) \left( \tau - \frac{3}{2} \Delta \rho \right) - \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) \left( \tau_q - \frac{3}{2} \Delta \rho_q \right) \right] + \frac{t_2}{4} \left[ \left(1 + \frac{x_2}{2}\right) \left( \tau + \frac{1}{2} \Delta \rho \right) - \left(x_2 + \frac{1}{2}\right) \left( \tau_q + \frac{1}{2} \Delta \rho_q \right) \right] + \frac{t_3}{12} \left[ \left(1 + \frac{x_3}{2}\right) (2 + \gamma) \rho^{\gamma+1} - \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) \left( \gamma \rho^{\gamma-1} \sum_q \rho_q^2 + 2 \rho^\gamma \rho_q \right) \right] + \frac{t'_3}{24} (1 - x'_3) \gamma' \rho^{\gamma'-1} \sum_q \tilde{\rho}_q^2 - \frac{W_0}{2} (\nabla J + \nabla J_q). \quad (12)$$

粒子-粒子平均场:

$$\tilde{U}_q = \frac{t'_0}{2} (1 - x'_0) \tilde{\rho}_q + \frac{t'_1}{4} (1 - x'_1) \left[ \tilde{\tau}_q - \frac{1}{2} \Delta \tilde{\rho}_q^2 \right] + \frac{t'_3}{12} (1 - x'_3) \rho'^\gamma \tilde{\rho}_q. \quad (13)$$

库仑场为

$$V_c(\mathbf{r}) = \frac{e^2}{2} \int d^3 \mathbf{r}' \frac{\rho_p(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - e^2 \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} \rho_p^{1/3}(\mathbf{r}). \quad (14)$$

自旋轨道场为如下形式:

$$B_q = \frac{W_0}{2r} \nabla(\rho + \rho_q) - \frac{1}{8} (t_1 x_1 + t_2 x_2) J + \frac{1}{8} (t_1 - t_2) J_q, \quad (15)$$

$$\tilde{B}_q = \left[ \frac{t_2}{2} (1 + x'_2) + W'_0 \right] \tilde{J}_q. \quad (16)$$

SHFB 方程为

$$\left[ -\frac{d}{dr} \mathcal{M} \frac{d}{dr} + \mathcal{U} + \mathcal{M} \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{\mathcal{M}'}{r} + \mathcal{U}_{so} \right] \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} =$$

其中,  $u_1$  和  $u_2$  分别为径向波函数的上下两个分量。求解 SHFB 方程, 就可以得到原子核的结合能、半径、密度分布、准粒子能量等基态性质。为了清楚地理解原子核的壳结构, 对于准粒子能量, 可以将其转化为正则基下的单粒子能量或 HF 等价能量, 具体方法详见参考文献[21]。

### 3 计算结果与讨论

在 SHFB 理论框架下, 利用 SKC, SKD, SkOP1 和 SkOP2 相互作用参数首先计算了 Ca, Ni, Sn 和 Pb 同位素链上原子核的结合能和电荷半径, 如图 1 所示。为了检验计算结果的精度, 我们也与 SLy5 相互作用参数的计算结果和实验数据进行了对比。从图 1 我们可以看出, 所有的相互作用参数的计算结果都能很好地再现结合能的实验数据, 只是 SLy5 相互作用参数的计算结果与实验数据有着少量的偏离, 从精确计算原子核质量的角度来看, SKC, SKD, SkOP1 和 SkOP2 相互作用参数比 SLy5 更能精确地预言原子核的质量。不过从整体上看, 随着电荷数  $Z$  的不断增大, 理论值与实验值的符合程度会不断提高。这说明 Skyrme 能量密度泛函理论更适用于重原子核结合能的计算。对于 Ca, 其丰中子核结构的性质一直是人们感兴趣的研究课题。最近, 人们通过测量丰中子 Ca 核的质量和低能激发谱的性质, 发现  $^{52}\text{Ca}$  和  $^{54}\text{Ca}$  具有双幻结构, 即  $N = 32$  和  $34$  为中子幻数<sup>[23,24]</sup>。为了研究 Ca 同位素链上丰中子核的幻数问题, 我们利用上述 5 套相互作用参数计算了每个核的双中子分离能  $S_{2n}$ , 并与实验数据进行了对比, 如图 2 所示。通过观察图 2 中  $S_{2n}$  的实验数据随中子数  $N$  的演化情况可以知道,  $^{48}\text{Ca}$  和  $^{52}\text{Ca}$  为双幻核。对于理论计算结果, 只有 SKC 和 SKD 两套参数能够再现  $^{48}\text{Ca}$  处的“突变”。对于  $^{52}\text{Ca}$  处的“突变”, 所有的参数均不能再现这一实验事实。另外, 5 套相互作用参数的预言结果也显示在  $^{54}\text{Ca}$  处并不存在“突变”现象。这表明, 当用这些 Skyrme 相互作用参数预言  $N = 28$  之后的中子幻数时, 其预言结果的准确度就会降低。

对于电荷半径, 从图 3 我们可以看到, SKC 相互作用参数的计算结果明显比实验数据偏低。另外, 除了 Ca 同位素链, 其它的相互作用参数 SKD, SkOP1, SkOP2 和 SLy5 都能相对较好地再现 Ni, Sn 和 Pb 同位素链上原子核电荷半径的实验值。但对于 Ca 同位素链, 其电荷半径的实验值在  $A = 48$  处有一极小值, 这表明

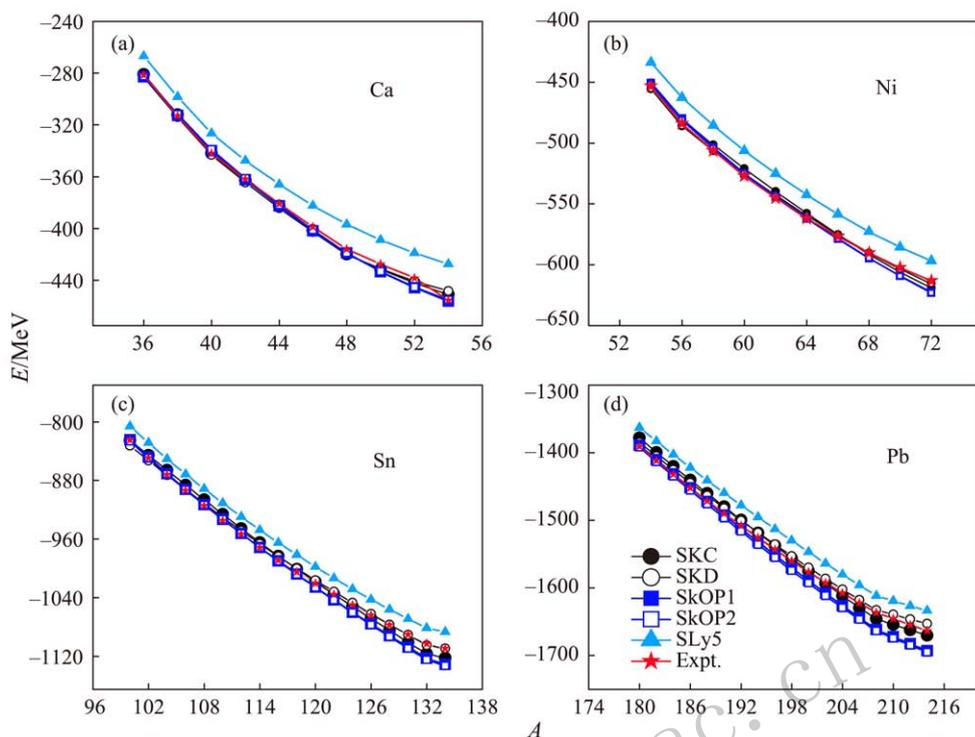


图 1 (在线彩图) Ca, Ni, Sn和Pb同位素链上原子核结合能的理论值与实验数据的对比情况  
五角星为结合能的实验数据, 取自文献[22]。

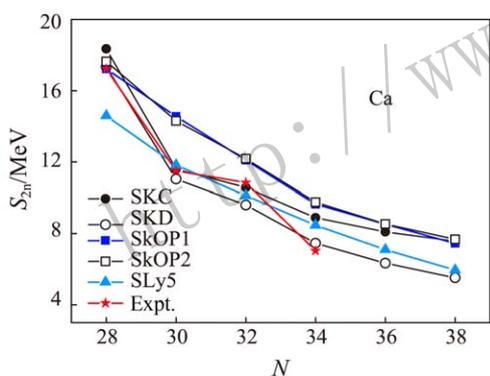


图 2 (在线彩图) Ca 同位素链上原子核双中子分离能的理论值与实验数据的对比情况  
五角星为结合能的实验数据, 取自文献[22]。

$^{48}\text{Ca}$  具有较小的电荷半径, 其原因是  $^{48}\text{Ca}$  具有双幻结构。从图 3 Ca 同位素链原子核电荷半径的理论值与实验值的对比情况可以看到, 所有的相互作用参数都不能再现这一极小值。另外, 上文提到  $^{52}\text{Ca}$  是双幻核, 所以按照一般的理解, 其电荷半径应该较小。但最近 Garcia 等<sup>[26]</sup>的测量结果却显示,  $^{52}\text{Ca}$  具有较大的电荷半径, 该现象可以从图 3(a)Ca 核电荷半径的实验数据随质量数  $A$  的演化趋势看出。 $^{52}\text{Ca}$  具有反常大电荷半径的现象对现有的核模型和相互作用提出了挑战。此外, 我们还利用上述 5 套相互作用参数计算了 Pb 的同位素位移, 即不同  $A$  的原子核的电荷半径与双幻

核  $^{208}\text{Pb}$  的电荷半径的差  $\Delta R$  随同位旋的演化情况, 如图 4 所示。事实上, 同位素位移现象是检验核模型的重要场所<sup>[27,28]</sup>。从图 4 我们可以看到,  $\Delta R$  的实验曲线超过  $^{208}\text{Pb}$  (中子数  $N = 126$ ) 后, 其值会快速增加, 而这些相互作用的参数的计算结果均不能再现这一实验事实, 这与前人利用其它 Skyrme 相互作用参数研究 Pb 的同位素位移得到的结论一致<sup>[28]</sup>。事实上, 在 Skyrme 相互作用中, 自旋—轨道耦合部分没有给出合理的同位旋依赖关系, 以致于这些相互作用参数不能准确地预言丰中子 Ca 核的新幻数、Ca 同位素链的电荷半径的演化趋势和 Pb 的同位素位移现象。根据上文的讨论, 不难推断, 当用这些相互作用参数预言远离  $\beta$  稳定线原子核的单粒子能级结构时, 其精度不会太高。

为了验证上述推论, 我们利用上述 5 套相互作用参数计算了  $Z = 50$  同位素链上原子核的单质子态  $1h_{11/2}$  与  $1g_{7/2}$  的能级差随同位旋  $N-Z$  的演化情况以及  $N = 82$  同中子素链上原子核的单中子态  $1i_{13/2}$  与  $1h_{9/2}$  的能级差随  $N-Z$  的演化情况, 并与实验数据进行了对比, 如图 5 所示。从图 5 我们可以看到, 所有的相互作用参数都不能再现单粒子能级差的演化趋势。这表明这些相互作用参数不能推广至远离  $\beta$  稳定线原子核的单粒子能级结构的研究, 特别是 SKC 和 SKD 相互作用参数, 尽管在其拟合过程中包含了单粒子能谱的实验数据, 但其计算结果仍不能与实验数据很好地符合, 我

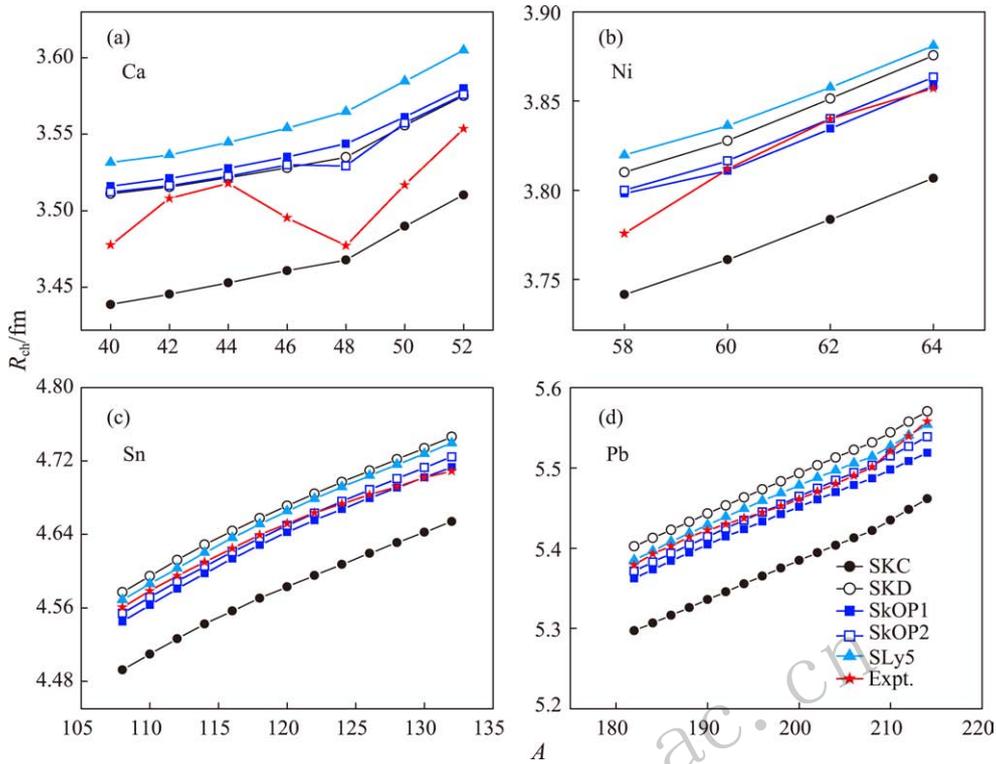


图 3 (在线彩图) Ca, Ni, Sn和Pb同位素链上原子核电荷半径的理论值与实验数据的对比情况  
五角星为电荷半径的实验数据, 大部分实验数据取自文献[25],  $^{52}\text{Ca}$ 的实验数据取自文献[26]。

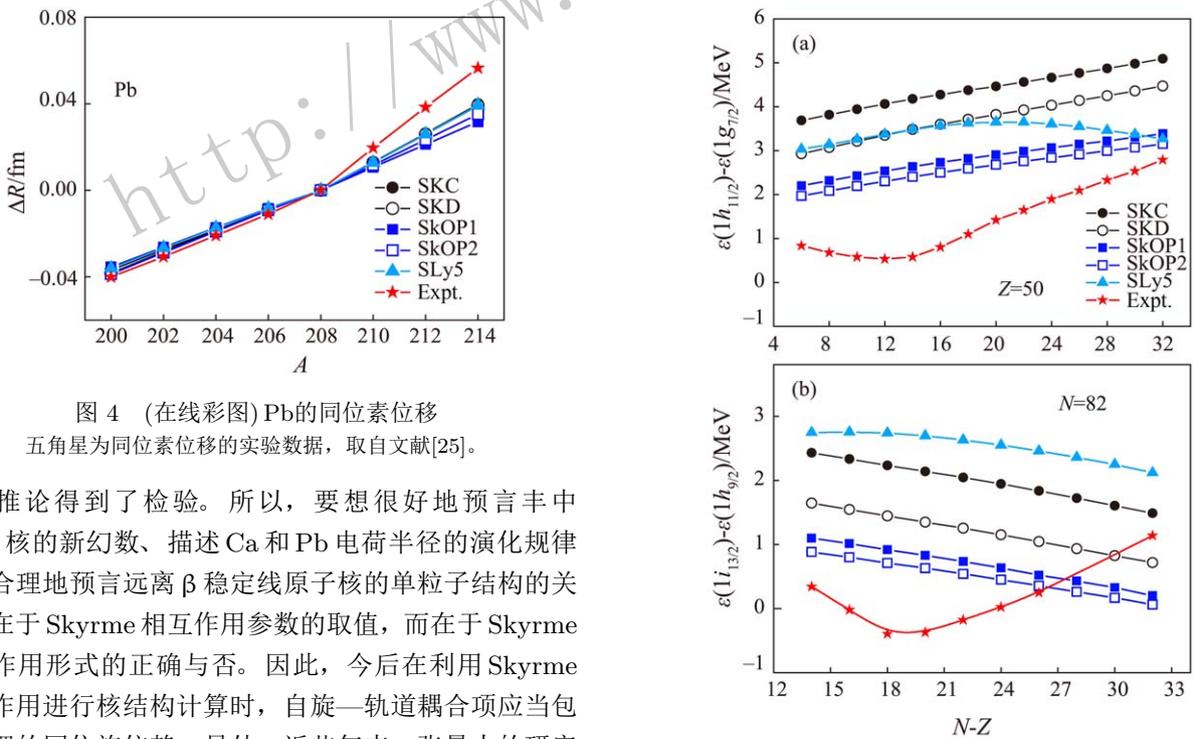


图 4 (在线彩图) Pb的同位素位移  
五角星为同位素位移的实验数据, 取自文献[25]。

图 5 (在线彩图)  $Z = 50$  同位素链上原子核的单粒子态  $1h_{11/2}$  与  $1g_{7/2}$  的能级差随同位旋的演化情况 (a) 及  $N = 82$  同中子素链上原子核的单中子态  $1i_{13/2}$  与  $1h_{9/2}$  的能级差随同位旋的演化情况 (b)  
五角星为实验数据, 取自文献[29]。

们的推论得到了检验。所以, 要想很好地预言丰中子 Ca 核的新幻数、描述 Ca 和 Pb 电荷半径的演化规律以及合理地预言远离  $\beta$  稳定线原子核的单粒子结构的关键不在于 Skyrme 相互作用参数的取值, 而在于 Skyrme 相互作用形式的正确与否。因此, 今后在利用 Skyrme 相互作用进行核结构计算时, 自旋—轨道耦合项应当包括合理的同位旋依赖。另外, 近些年来, 张量力的研究引起了人们的研究兴趣。相关研究发现, 只有考虑了张量力才能较好地描述远离  $\beta$  稳定线原子核的单粒子能级随同位旋的演化行为<sup>[30-32]</sup>。但一般的 Skyrme 相互作用并未包含张量力成分, 这是这些相互作用参数的计算

结果与图 5 实验数据偏离的一个重要原因。因此,为了更好地描述远离  $\beta$  稳定线原子核的单粒子能级,在利用文献[20]的方法拟合 Skyrme 相互作用参数时,应该考虑张量力成分。

## 4 结论

本文在 SHFB 理论框架下,利用 SKC, SKD, SkOP1 和 SkOP2 4 套新的 Skyrme 相互作用参数研究了 Ca, Ni, Sn 和 Pb 同位素链上原子核的基态性质,如结合能、电荷半径以及远离  $\beta$  稳定线原子核的单粒子能级的演化等,并重点讨论了丰中子 Ca 核的壳效应以及 Pb 的同位素位移现象,通过与实验数据和 SLy5 相互作用参数的计算结果的对比,得到了如下结论。

(1) SKC, SKD, SkOP1 和 SkOP2 相互作用参数能够精确地预言原子核的结合能,其精度比 SLy5 要高;

(2) 只有 SKC 和 SKD 相互作用参数可以描述 Ca 同位素链  $N = 28$  处的壳效应,对于  $N = 28$  之后的新幻数,所有的参数都不能给出准确的理论预言;

(3) 所有的相互作用参数都不能很好地预言 Ca 同位素链电荷半径的演化异常以及 Pb 的同位素位移现象,这是由于 Skyrme 相互作用中,自旋—轨道耦合部分没有给出合理的同位旋依赖关系所致;

(4) 所有的 Skyrme 相互作用参数不适用于研究远离  $\beta$  稳定线原子核的单粒子能级随同位旋的演化行为,因此建议在拟合 Skyrme 相互作用参数时,应该包含张量力成分。

## 参考文献:

- [1] VRETENAR D, AFANASJEV A V, LALAZISSIS G A, *et al.* Phys Rep, 2005, **409**: 101.
- [2] MENG Jie, GUO Jianyou, LI Jian, *et al.* Progress in Physics, 2011, **31**: 199. (in Chinese)  
(孟杰, 郭建友, 李剑, 等. 物理学进展, 2011, **31**: 199.)
- [3] SAMYN M, GORIELY S, BENDER M, *et al.* Phys Rev C, 2004, **70**: 044309.
- [4] SCHUNCK N, DOBACZEWSKI J, SATUW, *et al.* S Com Phys Commun, 2017, **216**: 145.
- [5] DELAROCHE J P, GIROD M, GOUTTE H, *et al.* Nucl Phys A, 2006, **771**: 103.
- [6] SKYRME T H R. Nucl Phys, 1959, **9**: 615.
- [7] VAUTHERIN D, BRINK D M. Phys Rev C, 1972, **5**: 626.
- [8] BARTEL J, QUENTIN P, BRACK M, *et al.* Nucl Phys A, 1982, **386**: 79.
- [9] DOBACZEWSKI J, FLOCARD H, TREINER J. Nucl Phys A, 1984, **422**: 103.
- [10] FRIEDRICH J, REINHARD P G. Phys Rev C, 1986, **33**: 335.
- [11] REINHARD P G, FLOCARD H. Nucl Phys A, 1995, **584**: 467.
- [12] CHABANAT E, BONCHE P, HAENSEL P, *et al.* Nucl Phys A, 1997, **627**: 710.
- [13] CHABANAT E, BONCHE P, HAENSEL P, *et al.* Nucl Phys A, 1998, **635**: 231.
- [14] BROWN B A. Phys Rev C, 1998, **58**: 220.
- [15] AGRAWAL B K, SHLOMO S, AU KIM V. Phys Rev C, 2005, **72**: 014310.
- [16] GAMBACURTA D, LI L, COLO G, *et al.* Phys Rev C, 2011, **84**: 024301.
- [17] NAZAREWICZ W, DOBACZEWSKI J, WERNER T R, *et al.* Phys Rev C, 1996, **53**: 740.
- [18] STOITSOV M V, DOBACZEWSKI J, NAZAREWICZ W, *et al.* Phys Rev C, 2003, **68**: 054312.
- [19] PILIPENKO V V, KUPRIKOV V I, SOZNIK A P. Phys Rev C, 2010, **81**: 044614.
- [20] XU Y L, GUO H R, HAN Y L, *et al.* J Phys G: Nucl Part Phys, 2014, **41**: 015101.
- [21] BENNACEUR K, DOBACZEWSKI J. Com Phys Commun, 2005, **168**: 96.
- [22] WANG M, AUDI G, KONDEV F G, *et al.* Chin Phys C, 2017, **41**: 030003.
- [23] WIENHOLTZ F, BECK D, BLAUM K, *et al.* Nature, 2013, **498**: 346.
- [24] STEPPENBECK D, TAKEUCHI S, AOI N, *et al.* Nature, 2013, **502**: 207.
- [25] ANGELI I, MARINOVA K P. At Data Nucl Data Tables, 2013, **99**: 69.
- [26] GARCIA RUIZ R F, BISSELL M L, BLAUM K, *et al.* Nature Physics, 2016, **12**: 594.
- [27] ZHANG H F, ZUO W, LI J Q, *et al.* HEP & NP, 2006, **30**: 745. (in Chinese)  
(张鸿飞, 左维, 李君清, 等. 高能物理与核物理, 2006, **30**: 745.)
- [28] TAJIMA N, BONCHE P, FLOCARD H, *et al.* Nucl Phys A, 1993, **551**: 434.
- [29] SCHIFFER J P, FREEMAN S J, CAGGIANO, *et al.* Phys Rev Lett, 2004, **92**: 162501.
- [30] COLO G, SAGAWA H, FRACASSO O, *et al.* Phys Lett B, 2007, **646**: 227.
- [31] WANG Y Z, GU J Z, DONG J M, *et al.* Phys Rev C, 2011, **83**: 054305.
- [32] WANG Y Z, GU J Z, ZHANG X Z, *et al.* Phys Rev C, 2011, **84**: 044333.

# Systematic Study on Ground State Properties of Nuclei

SU Xuedou<sup>1</sup>, QI Shengmei<sup>1</sup>, LIU Xiao<sup>1</sup>, WANG Yanzhao<sup>1,2,3,†</sup>

(1. Department of Mathematics and Physics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

2. Institute of Applied Physics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

3. China Institute of Atomic Physics, Beijing 102413, China)

**Abstract:** The nuclear ground state properties of Ca, Ni, Sn and Pb isotopes, such as the binding energies, the charge radii, are studied systematically by 4 sets of new Skyrme parametrizations SKC, SKD, SkOP1 and SkOP2 in the framework of the Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov (SHFB) method. The new magic numbers of neutron-rich Ca isotopes and the isotopic shift of Pb isotopes are discussed emphatically. By the comparisons between the calculations and the experimental data and results from the SLy5 interaction parametrization, it is found that the experimental binding energies can be reproduced accurately by all parametrizations. The calculated accuracies of SKC, SKD, SkOP1 and SkOP2 parametrizations are higher than the ones of SLy5 parametrization. For the neutron-rich Ca nuclei, the shell effect of  $N=28$  can be reproduced by the SKC and SKD parametrizations, but the magic numbers at  $N=32$  and  $34$  are not found by the calculations of all the parametrizations. For the charge radii, the experimental evolution tendency of Ca isotopes and isotopic shift of Pb isotopes can not be reproduced by all the parametrizations. In addition, all Skyrme parametrizations are extended to study the structure of the nuclei far from the  $\beta$  stability line, it is shown that the single-particle energy evolutions with the isospin are not suitable for being studied by these parametrizations. Thus the tensor force component should be considered besides the isospin dependence in spin-orbit coupling term when the Skyrme interaction parametrizations are fitted.

**Key words:** Skyrme interaction; SHFB method; binding energy; charge radius; single-particle energy spectrum

<http://www.iapb.ac.cn>

---

**Received date:** 7 Dec. 2016; **Revised date:** 30 Mar. 2017

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(11305109, 11675265); Natural Science Foundation of Hebei Province of China (A2014210005); Research Foundation for College Outstanding Young Scholars of Hebei Province (BJ2014052).

† **Corresponding Author:** WANG Yanzhao, E-mail: [yanzhaowang09@126.com](mailto:yanzhaowang09@126.com).