

文章编号: 1007-4627(2017)03-0520-05

重离子核反应中丰中子余核产额的标度规律

程瑞学¹, 宋一丹², 代智涛³, 马春旺^{2,†}

(1. 新乡市中心医院影像中心, 河南 新乡 453000;

2. 河南师范大学物理与材料科学学院, 河南 新乡 453007;

3. 第二军医大学附属长海医院放射诊疗科, 上海 200000)

摘要: 在重离子碰撞 (HICs) 的实验数据和动力学模拟的反应中发现了丰中子余核产额的标度现象。在这种标度现象中, 两个同位旋不同的炮弹碎裂反应产生的余核中, 不同中子丰度差的余核的信息熵不确定度的差具有一致的分布。利用反对称化分子动力学模型 (AMD) 模拟并联合退激发模型 (GEMINI) 模拟了 140 A MeV $^{58,64}\text{Ni} + ^9\text{Be}$ 碰撞体系中余核的产额, 并展示了实验测量的余核已经理论模拟得到的余核的标度现象。由于信息熵方法对反应系统是否处于平衡状态没有要求, 不仅可以用于处于平衡态系统的核物质研究, 也可以用于动力学变化过程中的核物质性质研究。信息熵方法将为 HICs 中的核物质演化研究提供新的理论分析方法。

关键词: 信息熵; 重离子核碰撞; 同量异位素; 核物质; 动力学演化

中图分类号: O571.42 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.34.03.520

1 引言

相比物理中关于熵的定义, 信息学中关于信息熵的定义具有更加广泛的使用范围。在重离子核碰撞 (HICs) 过程中, 核物质的演化是一个复杂的变化过程。在这个过程中, 碰撞系统由于剧烈碰撞和碰撞后的系统膨胀难以达到平衡状态, 因而热力学理论模型和热力学观测量难以用于研究体系的动态变化。相比于反应系统末态的性质研究, 核反应从开始的碰撞到膨胀等中间动力学演化状态的观测方法较少。尽管通过轻粒子发射等方法可以研究状态的演化过程, 但对中等质量余核的演化研究有助于更全面地理解核碰撞过程中体系的变化规律。部分信息推测系统整体性质的理论研究方法^[1], 起到通过可观测的部分信息提取系统未知信息可能发生概率的效果, 即“窥一斑而知全豹”。除了信息及信号学研究以外, 信息熵方法被广泛地应用于经济学、工程、联合医学影像等多种研究领域。在强子碰撞产物分析中, 信息熵显示出其良好的分析优势。马余刚^[2]研究员利用信息熵分析了重离子核反应过程中的轻粒子发射产物, 并指出信息熵可以很好地用来显示核解体过程中的液气相变现象。本工作中, 我们将利用信息熵方法分析重离子核

反应中余核产物的规律, 并分析信息熵方法对于重离子核反应的动力学过程中核物质演化研究的可行性和重要性^[3,4]。

2 理论方法

事件的信息熵的大小 \ln 和该事件的发生几率有关^[5]。费米能区以下的重离子核反应中, 核子数守恒, 单个反应事件中, 所有余核的质量数之和等于炮弹和靶核反应体系的质量数之和。同理, 中子数和质子数也满足守恒。因此, 余核可以看做碰撞体系中的一种可能产物, 其发生概率可以用截面表示。根据信息熵的定义, 余核 (I, A) 携带的体系信息熵不确定度 \ln 定义如下^[3]:

$$\ln(I, A) = -\ln\sigma(I, A), \quad (1)$$

其中 $\sigma(I, A)$ 表示余核 (I, A) 的产生截面, $I \equiv N - Z$ 是余核中子丰度, A 是余核的质量数。在单个碰撞体系中, I 相差 2 个单位同质异位素 (isobar) 的 \ln 之差为

$$\ln(I+2, I, A) = \ln(I+2, A) - \ln(I, A)。 \quad (2)$$

根据香农信息熵理论^[3], 虽然公式 (1) 中 $\ln(I, A)$ 的定义与标准定义略微不同, 但 $\ln(I+2, I, A)$ 中与系统相关

收稿日期: 2016-12-13; 修改日期: 2017-08-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(U1732135); 河南省自然科学基金项目(162300410179); 国家级大学生创新创业训练计划项目(201510476017)

作者简介: 程瑞学(1971-), 男, 河南新乡人, 高级工程师, 从事核磁共振原理与影像技术研究; E-mail: 15637359388@163.com

通信作者: 马春旺, E-mail: machunwang@126.com。

的参数可被消除, 因此信息不确定度的差不受该定义的影响。在两个不同的碰撞体系中可以定义 $\ln(I+2, I, A)$ 之差,

$$\Delta_{21}\ln(I+2, I, A) = \ln_2(I+2, I, A) - \ln_1(I+2, I, A), \quad (3)$$

公式 (3) 中的下标 1 和 2 表示两个中子质子不对称度不同的重离子核反应系统(其中下标 2 指丰中子系统, 1 指对称系统)。Mocko 等^[6]利用美国密西根州立大学 (MSU) 国家超导回旋加速器实验室对 140 A MeV $^{40,48}\text{Ca} + ^9\text{Be}$ 和 $^{58,64}\text{Ni} + ^9\text{Be}$ 炮弹碎裂反应中产生的余核截面进行了高精度的测量, 这为本文研究提供了实验数据基础。我们已经分析了这两个碰撞体系中余核中子剩余度相差 2 的 $\Delta_{21}\ln(I+2, I, A)$ 的结果^[3]。本工作中我们将研究中子丰度更大余核的信息不确定度, 并给出以下 I 相差更大的同量异位素的信息熵不确定度的比在两个碰撞体系中的差的定义,

$$\Delta_{21}\ln(I+4, I, A) = \ln_2(I+4, I, A) - \ln_1(I+4, I, A), \quad (4)$$

$$\Delta_{21}\ln(I+6, I, A) = \ln_2(I+6, I, A) - \ln_1(I+6, I, A). \quad (5)$$

此外, 我们还利用反对称分子动力学 (AMD) 模型模拟分析了 140 A MeV $^{58,64}\text{Ni} + ^9\text{Be}$ 碰撞体系在不同碰撞时刻的余核产额, 本文也将对相应结果进行分析。

3 结果和讨论

在图 1 至图 3 中分别画出了 $\Delta_{21}\ln(I+2, I, A)$, $\Delta_{21}\ln(I+4, I, A)$ 和 $\Delta_{21}\ln(I+6, I, A)$ 在 140 A MeV $^{40,48}\text{Ca} + ^9\text{Be}$ 和 $^{58,64}\text{Ni} + ^9\text{Be}$ 碰撞中产生余核的信息熵不确定度比在两个碰撞体系中的差的结果。它们的分布呈典型的平台加随余核质量数下降的部分。 $\Delta_{21}\ln(I+2, I, A)$, $\Delta_{21}\ln(I+4, I, A)$ 和 $\Delta_{21}\ln(I+6, I, A)$ 分布中, 平台的高度大概具有简单倍数关系。因此我们定义以下具有标度性的信息熵不确定度物理量($S\Delta_{21}\ln$)

$$S\Delta_{21}\ln = \Delta_{21}\ln(I+2m, I, A)/m, \quad m = 1, 2, 3 \dots \quad (6)$$

在图 4 中, 我们给出了两个碰撞体系中的 $S\Delta_{21}\ln$ 对同量异位素分析的结果。从图 4 中可以看出, 尽管同量异位素具有不同的中子剩余度差, 但 $S\Delta_{21}\ln$ 具有非常好的标度规律。表明它们反映了较为一致的系统性质。

重离子核反应中的余核截面可以通过多种模型和理论方法预言, 如统计热力学方法^[7]、正则系综理论^[8,9]、

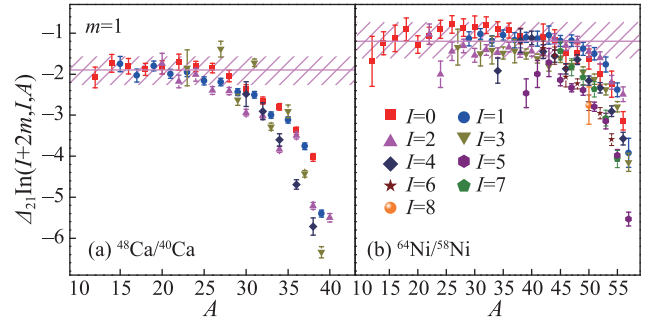


图 1 (在线彩图) (a) $^{48}\text{Ca}/^{40}\text{Ca}$ 、(b) $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ 两个碰撞体系之间余核的信息不确定度之差 $\Delta_{21}\ln(I+2, I, A) = \ln_2(I+2, I, A) - \ln_1(I+2, I, A)$

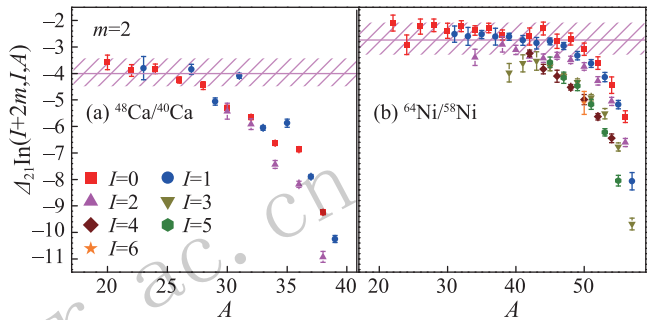


图 2 (在线彩图) (a) $^{48}\text{Ca}/^{40}\text{Ca}$ 、(b) $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ 两个碰撞体系之间余核的信息不确定度之差 $\Delta_{21}\ln(I+4, I, A) = \ln_2(I+4, I, A) - \ln_1(I+4, I, A)$

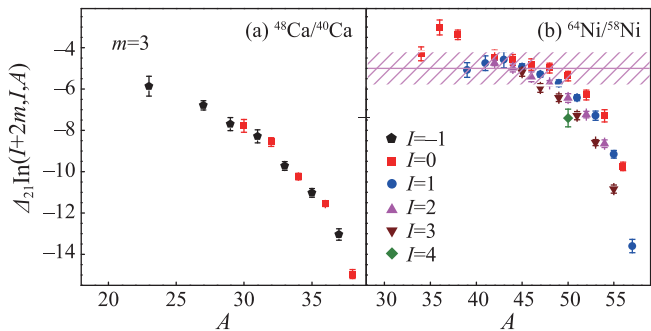


图 3 (在线彩图) (a) $^{48}\text{Ca}/^{40}\text{Ca}$ 、(b) $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ 两个碰撞体系之间余核的信息不确定度之差 $\Delta_{21}\ln(I+6, I, A) = \ln_2(I+6, I, A) - \ln_1(I+6, I, A)$

朗道自由能理论^[10]等, 但这些方法都需要假设碰撞体系处于热平衡状态。我们尝试在正则系综理论中解释这种不同中子丰度的同量异位素信息熵不确定度的标度现象。在巨正则近似下的正则系综理论模型中, 余核的截面可以用以下参数化公式描述,

$$\sigma(I, A) = CA^T \exp\{\beta[-F(I, A) + \mu_n N + \mu_p Z]\}, \quad (7)$$

其中 C 是与碰撞体系有关的常数; $\beta = 1/T$ 是温度的倒数; μ_n (μ_p) 是中子 (质子) 化学势; $F(I, A)$ 是余核的自

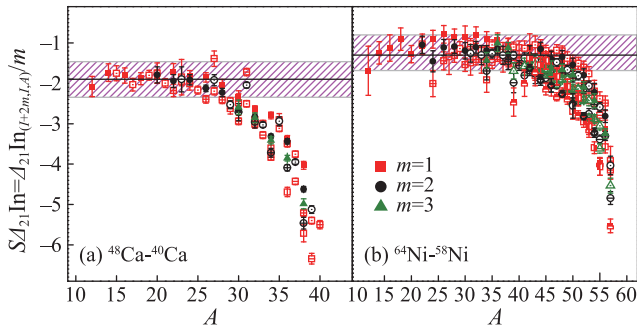


图 4 (在线彩图) (a) $^{48}\text{Ca}/^{40}\text{Ca}$ 、(b) $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ 碰撞体系间 $S\Delta_{21}\ln$ 的结果
其中 $m = 1, 2,$ 和 3 分别用方块、圆圈和三角符号表示, 不同的填充方式代表 I 不同的余核。

由能。在碰撞条件相似时, 两个碰撞系统的温度 ($1/T = \beta$) 可认为相同。在同量异位素的产额比中, 与碰撞体系有关的参数被消除^[11-16]。将 $\sigma(I, A)$ 带入公式 (1) 后, 我们可以得到以下公式

$$\Delta_{21}\ln(I+2, I, A) = \beta[\mu_{n1} - \mu_{n2} - (\mu_{p1} - \mu_{p2})], \quad (8)$$

$$\Delta_{21}\ln(I+4, I, A) = 2\beta[\mu_{n1} - \mu_{n2} - (\mu_{p1} - \mu_{p2})], \quad (9)$$

$$\Delta_{21}\ln(I+6, I, A) = 3\beta[\mu_{n1} - \mu_{n2} - (\mu_{p1} - \mu_{p2})]. \quad (10)$$

文献 [17, 18] 指出 $\Delta_{21}\ln(I+2, I, A) = -\Delta(\beta\mu)_{21}$, 其中 $\text{IBD-}\Delta(\beta\mu)_{21}$ 反映了在碰撞体系中的核密度或中子(质子)化学势^[11-16]。方程 (8)~(10) 可概括为

$$S\Delta_{21}\ln = (m/2) \times \beta[(\mu_{n1} - \mu_{n2}) - (\mu_{p1} - \mu_{p2})], \quad (11)$$

$m = 2, 4, 6 \dots$

因此在热平衡系统中, $S\Delta_{21}\ln$ 代表两个碰撞体系中 μ_n 和 μ_p 的差, 故与中子与质子密度以及核物质对称能有关^[19-24]。所以 $S\Delta_{21}\ln$ 的标度现象反映了碰撞体系中核物质的均匀度。假如体系的核密度是均匀的, 理论上可以得到完美的 $S\Delta_{21}\ln$ 标度。相比 $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ 碰撞体系, $^{48}\text{Ca}/^{40}\text{Ca}$ 碰撞体系的 $S\Delta_{21}\ln$ 的标度现象更完美。

为了进一步研究 $S\Delta_{21}\ln$ 的标度现象, 用 AMD+GEMINI 模型^[25-29] 模拟了 140 A MeV $^{58,64}\text{Ni}+^9\text{Be}$ 碰撞中产生的余核。模拟中采用软的 Gogny 势 (g_0)^[30]。首先通过并合分析 ($R_c=5$ fm) 方法得到了 $t=500$ fm/c 时相空间中的初始余核 (primary fragment) 的产额^[11,15,31], 并在此基础上利用 GEMINI 模型对初始余

核进行了退激发计算, 得到了冷余核 (Cold fragment) 的产额。由于 AMD 模型的输运过程是一个动态的非平衡过程, 对余核的分析不能直接使用热力学探针。但由于信息熵不确定度方法对碰撞体系是否处于平衡态未做要求, 因此在 AMD 模拟的碰撞体系的动力学过程变化中可以利用信息不确定度探针开展研究。利用 AMD 模型模拟得到的 $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ 碰撞体系的 $S\Delta_{21}\ln$ 结果见图 5 (a), 从中可知理论模拟的结果和实验测量的 $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ 碰撞体系的结果具有相似分布。另外, 次级衰变过程会在很大程度上影响结果^[32]。和 AMD+GEMINI 相比, AMD 的结果中有较大的涨落行为, 即利用 GEMINI 退激发后的结果中 $S\Delta_{21}\ln$ 有更好的标度现象, 见图 5 (b)。同时, AMD+GEMINI 理论模拟 $S\Delta_{21}\ln$ 的平台与实验结果 (阴影区域) 重合。由此可以得出结论, AMD+GEMINI 模型很好地再现了实验结果中 $S\Delta_{21}\ln$ 的标度现象。

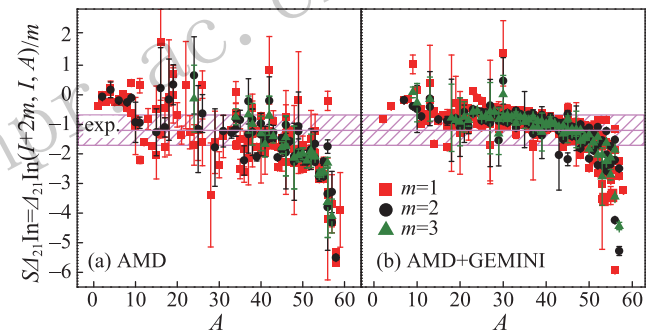


图 5 (在线彩图) AMD 模型 (a) 和 AMD+GEMINI 模型 (b) 模拟计算 $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ 碰撞体系中的 $S\Delta_{21}\ln$
阴影区域表示平台范围和图 4(b) 中相同, $m = 2, 4,$ 和 6 中用不同填充的符号表示 I 不同的余核。

为了更为系统地理解 $S\Delta_{21}\ln$ 的标度现象, 我们利用 AMD 模型模拟了 140 A MeV $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}+^9\text{Be}$ 碰撞体系的碰撞时间从 $t=20$ fm/c 到 1000 fm/c ($t=20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 180, 200, 250, 300, 500, 700, 1000$ fm/c) 的动力学变化, 模拟中仍然采用软的 Gogny 势 (g_0)。为了在较小的碰撞时刻获得合理的余核分析结果, 并合半径 R_c 采用 1.5 fm。由于分析时间的限制, 我们分析了碰撞参数 $b=0 \sim 2$ fm 区域中心碰撞的结果。图 6 中画出了不同质量数的余核的 $S\Delta_{21}\ln$ 的在不同碰撞时刻的标度结果。从图中可以看出, $S\Delta_{21}\ln$ 随着碰撞时间有明显的增大并趋于平衡的趋势, 但质量数较小的核对于不同 m 的 $S\Delta_{21}\ln$ 具有更好的一致性, 展示了更好的 $S\Delta_{21}\ln$ 标度现象。这种标度现象有助于人们理解动力学过程中碰撞系统的变化行为。下一步我们将对所模拟的碰撞系统结果进行系统和深入的分析比较。

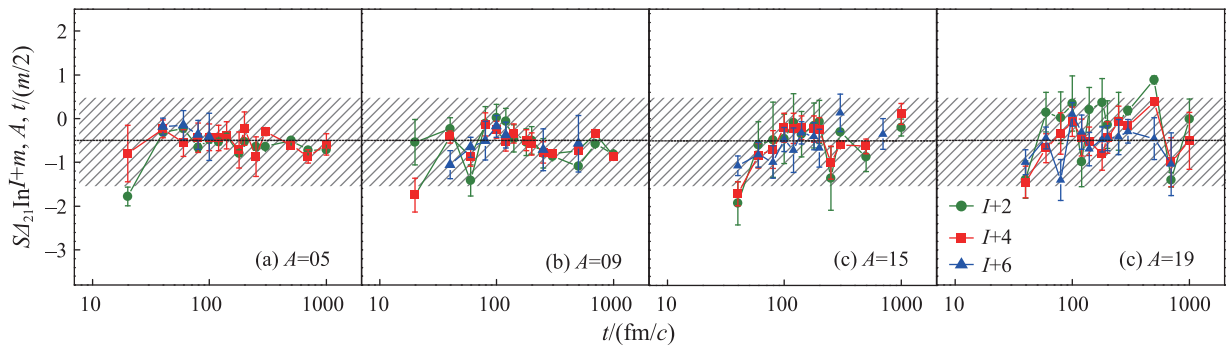


图6 (在线彩图) 利用 AMD 模型模拟的 $140 \text{ A MeV } ^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}+^9\text{Be}$ 反应体系在中心碰撞中不同质量数 ($A=5, 9, 15, 19$) 的余核的 $S\Delta_{21}\text{In}$ 随时间演化的结果

图中不同形状的点代表 $m=2, 4, 6$ 时的结果。AMD 模型模拟中, 选择碰撞参数范围为 $b=0\sim 2 \text{ fm}$, 并和半径 $R_c=1.5 \text{ fm}$, 碰撞时间范围为 $t = 20\sim 1000 \text{ fm}/c$ 。

4 总结

信息熵分析方法是一种通过部分信息研究体系性质的理论分析方法。本文中通过引入重离子核反应中产生的余核的信息熵不确定度这一物理量来研究 HICs 体系中核物质的性质。通过定义 $^{48}\text{Ca}/^{40}\text{Ca}$ 和 $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ 两个碰撞体系中产生余核的信息熵不确定度之差 $S\Delta_{21}\text{In}$, 我们发现实验测量的余核中, 中子丰度相差不同 I 的余核的 $S\Delta_{21}\text{In}$ 具有标度现象。我们利用正则系综理论来解释这种标度现象, 即 $S\Delta_{21}\text{In}$ 标度现象反映了 HICs 中核物质的性质。进一步地, 我们利用 AMD+(GEMINI) 方法模拟了 $140 \text{ A MeV } ^{58,64}\text{Ni}+^9\text{Be}$ 碰撞体系中产生的初始余核和冷余核, 并发现了初始余核和冷余核的 $S\Delta_{21}\text{In}$ 标度现象。通过对 $140 \text{ A MeV } ^{58,64}\text{Ni}+^9\text{Be}$ 碰撞体系的中心碰撞从 $t=20\sim 1000 \text{ fm}/c$ 的时间演化过程的系统分析, 发现在 AMD 模型模拟的动力学过程中 $S\Delta_{21}\text{In}$ 随着碰撞时间的演化仍然具有较好的标度现象。值得强调的是, 信息不确定度探针无需系统处于平衡状态, 可在热力学模型和动力学模型模拟的核碰撞中得到应用。利用信息不确定度方法构造与热力学探针类似探针, 可以把动力学过程和热力学模型的结果联接起来, 更好地研究 HICs 过程中的核物质演化。

参考文献:

- [1] SHANNON C E. Bell System Technical J, 1948, **27**: 379.
- [2] MA Y G. Phys Rev Lett, 1999, **83**: 3617.
- [3] MA C W, WEI H L, WANG S S, *et al.* Phys Lett B, 2015, **742**: 19.
- [4] MA C W, WEI H L. Commun Theor Phys, 2014, **62**: 717.
- [5] JAYNES E T. Phys Rev, 1957, **106**: 620.
- [6] MOCKO M, TSANG M B, ANDRONENKO L, *et al.* Phys Rev C, 2006, **74**: 054612.
- [7] ALBERGO S, COSTA S, COSTANZO E, *et al.* Nuovo Cimento A, 1985, **89**: 1.
- [8] DAS C B, DAS GUPTA S, LIU X D, *et al.* Phys Rev C, 2001, **64**: 044608.
- [9] TSANG M B, LYNCH W B, FRIEDMAN W A, *et al.* Phys Rev C, 2007, **76**: 041302(R).
- [10] HUANG M, CHEN Z, KOWALSKI S. Nucl Phys A, 2011, **847**: 233.
- [11] MA C W, WANG S S, ZHANG Y L, *et al.* Phys Rev C, 2013, **87**: 034618.
- [12] MA C W, WANG S S, ZHANG Y L, *et al.* J Phys G: Nucl Part Phys, 2013, **40**: 125106.
- [13] MA C W, BAI X M, YU J, *et al.* Eur Phys J A, 2014, **50**: 139.
- [14] MA C W, YU J, BAI X M, *et al.* Phys Rev C, 2014, **89**: 057602.
- [15] QIAO C Y, WEI H L, MA C W, *et al.* Phys Rev C, 2015, **92**: 014612.
- [16] YU M, WEI H L, MA C W. Nucl Sci Tech, 2015, **26**: S20503.
- [17] BROGUEIRA P, DIAS D J, DA SILVA I P. Phys Rev D, 1996, **53**: 5283.
- [18] CAO Z, HWA R C. Phys Rev D, 1996, **53**: 6608.
- [19] XU H S, TSANG M B, LIU T X, *et al.* Phys Rev Lett, 2000, **85**: 716.
- [20] GERACI E, BRUNO M, D'AGOSTINO M, *et al.* Nucl Phys A, 2004, **732**: 173.
- [21] TSANG M B, FRIEDMAN W A, GELBKE C K, *et al.* Phys Rev Lett, 2001, **86**: 5023.
- [22] MA C W, BAI X M, YU J, *et al.* Eur Phys J A, 2014, **50**: 139.
- [23] MA C W, YU J, BAI X M, *et al.* Phys Rev C, 2014, **89**: 057602.
- [24] YU M, WEI H L, MA C W. Commun Theor Phys, 2015, **64**: 727.
- [25] ONO A, DANIELEWICZ P, FRIEDMAN W A, *et al.* Phys Rev C, 2003, **68**: 051601(R).
- [26] ONO A, HORIUCHI H. Phys Rev C, 1996, **53**: 2958.
- [27] ONO A. Phys Rev C, 1999, **59**: 853.

- [28] ONO A, DANIELEWICZ P, FRIEDMAN W A, *et al.* Phys Rev C, 2004, **70**: 041604(R).
[29] CHARITY R J, MCMAHAN M A, WOZNIAK G J, *et al.* Nucl Phys A, 1988, **483**: 371.
[30] DECHARGÉ J, GOGNY D. Phys Rev C, 1980, **21**: 1568.
[31] MA C W, ZHANG Y L, WANG S S, *et al.* Chin Phys Lett, 2015, **32**: 072501.
[32] HUANG M, CHEN Z, KOWALSKI S, *et al.* Phys Rev C, 2010, **81**: 044620.

Scaling of Information Uncertainty of Neutron-rich Isobars in Heavy-ion Collisions

CHENG Ruixue¹, SONG Yidan², DAI Zhitao³, MA Chunwang^{2,†}

(1. Medical Imaging Centre, Xinxiang Centre Hospital, Xinxiang 453000, Henan, China;
2. College of Physics and Materials Science, Henan Normal University, Xinxiang 453007, Henan, China;
3. Changhai Hospital, Second Medical University of PLA, Shanghai 200000, China)

Abstract: A scaling phenomena has been discovered for fragments produced in heavy-ion collisions both in the measured experiments and in the simulated reactions by transport model. In this scaling phenomena, the information entropy uncertainty difference between isobars with different neutron-excess has a uniform distribution between two reactions. The simulated reactions of 140 A MeV $^{58,64}\text{Ni}+^9\text{Be}$ by using the asymmetric molecular dynamics(AMD) model plus the sequential decay code GEMINI are analyzed to show the scaling phenomena of fragments. Since the application of information entropy theory does not require the system to be in equilibrium, it can be used both in the analysis of transport model and thermodynamics models. The advantage of the information entropy theory provides a new method to study the dynamical evolution of nuclear matter in heavy-ion collisions.

Key words: information entropy; heavy-ion collision; isobar; nuclear matter; dynamical evolution

Received date: 13 Dec. 2016; **Revised date:** 2 Aug. 2017

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (U1732135); Natural Science Foundation of Henan Province (162300410179); National Training Programs of Innovation and Entrepreneurship for Undergraduates (201510476017)

† **Corresponding author:** MA Chunwang, E-mail: machunwang@126.com.