

文章编号: 1007-4627(2017)04-0705-05

## $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$ 在库仑位垒以下能区的熔合截面测量

陈治均<sup>1</sup>, 张宁涛<sup>1,†</sup>, 李奇特<sup>3</sup>, 任晓堂<sup>2</sup>, 唐晓东<sup>1</sup>, 王新雨<sup>1</sup>, 许金艳<sup>3</sup>, 许世伟<sup>1</sup>

(1. 中国科学院近代物理研究所, 兰州 73000;

2. 北京大学重离子物理研究所, 北京 100871;

3. 北京大学物理学院和核物理与核技术国家重点实验室, 北京 100871)

**摘要:** 深垒下能区的  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  熔合截面测量对检验天体中熔合反应外推模型具有很重要的意义。目前在库仑位垒以下能区存在的各种测量结果, 都利用了统计模型来修正得到熔合截面, 但对于这些方法间的系统误差仍没有很好地研究。实验采用离线活度测量的方法, 在  $E_{c.m.}=4.4\sim 5.8$  MeV 能区内对  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  熔合截面进行测量。经 Hauser-Feshbach 统计模型对分支比的修正后, 熔合总截面由  $^{24}\text{Na}$  活度推导出。通过本实验数据与其它实验方法获得的数据进行比较, 确定了统计模型的系统误差为 14%。

**关键词:**  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  垒下熔合; 统计模型; 系统误差

**中图分类号:** O571.53      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.34.04.705

### 1 引言

随着恒星的氢、氦燃烧过程结束后,  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  熔合反应成为恒星的第三个重要燃烧过程, 对恒星的演化和重元素合成有着重要影响<sup>[1]</sup>。此外,  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  是 Ia 型超新星的重要点火反应, 中子星的超暴现象也被认为是由于  $^{12}\text{C}$  的不稳定燃烧引起的<sup>[2]</sup>。然而由于该反应截面极低 ( $>10^{-22}$  b), 深入天体能区的截面测量非常困难, 且在垒下存在复杂的共振结构, 这为天体能区的理论外推带来了很大的不确定性<sup>[3, 4]</sup>。美国圣母大学 Notani 等<sup>[5]</sup>发现碳同位素间的熔合反应存在系统的关联性, 截面变化平缓的  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  和  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  共振熔合截面一致, 因此  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  反应为  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  熔合截面提供了可靠的上限, 实验上可通过测量  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  熔合截面来约束  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  理论模型。

为了截面测量结果和理论计算进行比较, 对于碳-碳系统, 通常选择统一的修正  $S^*$  因子<sup>[6]</sup>:

$$S^* = \sigma(E)E \exp\left(\frac{87.21}{\sqrt{E}} + 0.46E\right), \quad (1)$$

其中:  $\sigma$  为熔合截面;  $E$  为质心系能量。如图 1 所示, 描述  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  反应截面的理论模型在 高能部分和实验数据符合得较好。但在深垒下能区, 各模型出现分歧, 特别是当  $E_{c.m.} < 3$  MeV, 不同于 ESW<sup>[7]</sup> 和 M3Y+Rep<sup>[5, 9]</sup>, Hindrance<sup>[8]</sup> 模型预言的  $S^*$  因子随能量减小

而急剧下降。由于各模型的外推对低能区的实验数据有很强的依赖性, 这对截面测量的准确性提出了很高的要求。

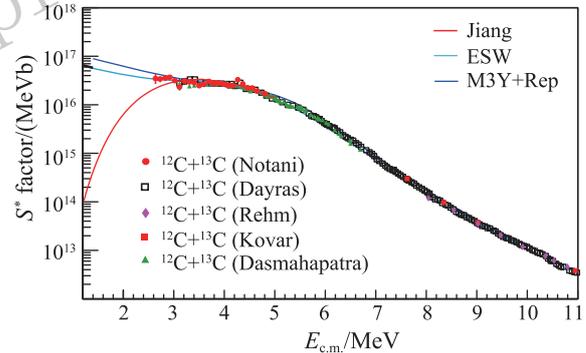


图 1 (在线彩图)  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  的实验数据与理论计算对比。实验数据来自文献<sup>[5, 10-13]</sup>, 而理论计算 ESW—采用 Equivalent Square Well 作用势的势模型<sup>[7]</sup>, Jiang—基于 Hindrance 现象的公式拟合<sup>[8]</sup>, M3Y+Rep—基于 M3Y+Rep 的耦合道计算<sup>[5, 9]</sup>。

针对库仑位垒以下能区的截面测量, 所有的实验都利用了 Hauser-Feshbach 统计模型来修正各自的测量数据, 进而得到  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  熔合截面, 其中 Dayras 和 Dasmahapatra 都采用了在束伽玛谱学的方法<sup>[10, 11]</sup>。Dayras 采用高分辨的 Ge(Li) 探测器测量了  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  各反应道退激发时释放的特征  $\gamma$  射线, 利用统计模型修正蒸发余核退激到特定激发态的几率, 得

收稿日期: 2017-05-04; 修改日期: 2017-05-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11475228, 11405226); 中国科学院百人计划资助项目(Y411010BRO)

作者简介: 陈治均(1991-), 男, 福建泉州人, 硕士研究生, 从事粒子物理与原子核物理研究; E-mail: chenzt@impcas.ac.cn

† 通信作者: 张宁涛, E-mail: zhangningtao@impcas.ac.cn.

到  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  的总熔合截面。而 Dasmahapatra 的实验是利用两个 NaI 组成的 Summing 探测器, 测量了各反应道的总  $\gamma$  产额, 然后利用统计模型对总  $\gamma$  产额进行修正, 从而得到熔合总截面。然而对于更低截面的测量, 由于本底的影响, 在线测量变得非常困难。Notani 利用离线活度测量方法得到  $^{24}\text{Na}$  (质子蒸发道) 的产额, 结合统计模型计算的反应道分支比, 得到了  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  的熔合截面。由于缺失效率刻度, Notani 并没有得到绝对截面<sup>[5]</sup>。在库仑位垒以上能区, Kovar 和 Carnelli 分别采用了硅望远镜系统和活性靶气体探测技术<sup>[12, 13]</sup>, 在不依赖统计模型的前提下, 直接得到了  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  反应的总截面。截至目前, 以上不同实验数据间的偏差, 特别是垒下不同测量方法间的系统误差还未得到系统的研究, 这对数据间的归一和天体能区的截面外推带来了很大的不确定性。

本实验我们利用离线活度测量方法, 在  $E_{\text{lab}} = 9.2 \sim 12.0$  MeV ( $E_{\text{c.m.}} = 4.4 \sim 5.8$  MeV) 能区对质子道  $^{12}\text{C}(^{13}\text{C}, \text{p})^{24}\text{Na}$  进行了测量, 再利用 Hauser-Feshbach 模型给出的分支比计算得到全熔合截面<sup>[14]</sup>。通过与已有的各种实验数据进行对比, 确定不同实验方法间的系统误差。

## 2 实验设置

### 2.1 在线辐照

利用北京大学重离子物理研究所的 6 MeV 串列加速器提供的  $^{13}\text{C}$  束流, 辐照  $20 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  的碳靶, 如图 2 所示。由于碳靶很薄,  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  反应产物从靶中反冲出来, 被阻停在后端的铜收集片上。当辐照结束后, 将铜片取出进行离线的活度测量。

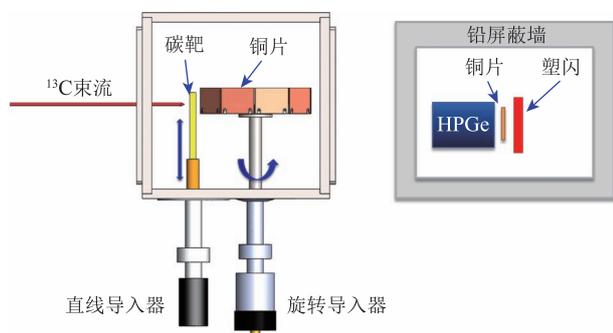


图 2 (在线彩图) 在线辐照装置(左)与离线测量装置(右)示意图

加速器可提供  $120 \text{ pA}$  的  $^{13}\text{C}$  束流, 束斑的大小约为  $2 \text{ mm}$ 。在整个实验过程中, 束流能量的变化范围为  $9.2 \sim 12.0$  MeV, 各个能量点之间的步长均为  $200$

keV。为了检测辐照过程中的碳沉积, 选择某些特定能量点进行重复辐照, 通过对比产额变化来评估碳沉积的影响<sup>[15]</sup>。同时, 在每次调整能量点后, 我们都通过直线导入器轻微调整碳靶的空间位置, 保证束流不会重复打在同一位置, 从而降低碳沉积对测量结果的影响。在线辐照过程中, 利用绝缘层将靶室与束线管道隔离, 靶室前安装负压环并加  $-300\text{V}$  电压以抑制溅射出来的电子, 实验的靶室作为法拉第筒, 实时记录束流的强度变化。

### 2.2 离线的活度测量

对于  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  反应, 只有质子道反应产物  $^{24}\text{Na}$  ( $T_{1/2}=15.0 \text{ h}$ ) 寿命较长, 可开展离线的活度测量。 $^{24}\text{Na}$  通过  $\beta$  衰变为  $^{24}\text{Mg}$ , 并放出两条级联  $\gamma$  射线 ( $1369 \sim 2754 \text{ keV}$ )。实验中通过 HPGe 探测器测量  $\gamma$  射线, 从而确定  $^{24}\text{Na}$  产额。为了提高对  $^{24}\text{Na}$  衰变  $\gamma$  射线的探测效率, 辐照样品紧贴 HPGe, 距离约  $1 \text{ cm}$ ; 为了降低环境天然放射性本底, 搭建铅室, 包围 HPGe 探测器, 并利用塑闪探测器, 通过  $\beta$ - $\gamma$  符合方法, 以获得更干净的  $\gamma$  能谱(见图 3)。

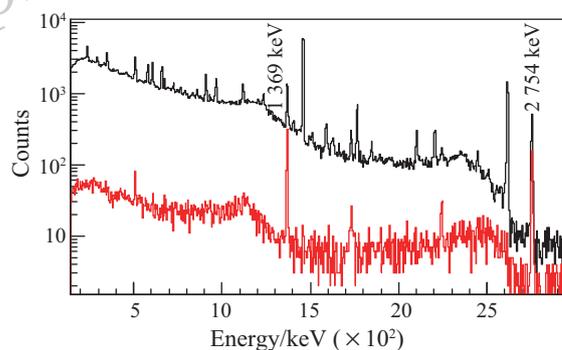


图 3 (在线彩图) 离线测量到的  $^{24}\text{Na}$  衰变  $\gamma$  能谱(束流能量为  $9.2 \text{ MeV}$ )

黑线为 HPGe 探测器单独测量的  $\gamma$  能谱, 红线表示  $\beta$ - $\gamma$  符合后的  $\gamma$  能谱。

由于  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{152}\text{Eu}$  标准源的活度较强, 若紧贴 HPGe 探测器, 合峰效应和死时间会影响探测效率的准确刻度。因此, 我们利用  $^{13}\text{C}$  束流辐照厚碳靶制备了一枚  $^{24}\text{Na}$  放射源, 用于效率刻度。首先将标准源  $^{60}\text{Co}$ ,  $^{152}\text{Eu}$  放置在距离 HPGe 中心  $15 \text{ cm}$  的位置, 对 HPGe 的探测效率进行刻度; 然后将厚碳靶样品放在相同位置, 刻度出  $^{24}\text{Na}$  的活度; 最后将已知活度的  $^{24}\text{Na}$  放置在 HPGe 和塑闪之间, 从而刻度探测器对  $1369 \text{ keV}$  的探测效率。在本实验中, HPGe 的探测效率为  $(1.81 \pm 0.09)\%$  ( $E_{\gamma}=1369 \text{ keV}$ ),  $\beta$ - $\gamma$  符合后的效率为  $(0.63 \pm 0.03)\%$ 。

### 3 实验结果与分析

实验测量得到  $^{24}\text{Na}$  的反应产额, 由以下表达式给出:

$$Y = \frac{N_\gamma}{e^{-\lambda t_i} \cdot e^{-\lambda t_w} (1 - e^{-\lambda t_m}) \cdot \int_0^{t_i} I(t) e^{\lambda t} dt}, \quad (2)$$

其中:  $t_i$  为在线辐照时间;  $t_w$  为辐照结束到开始离线测量的等待时间;  $t_m$  为衰变测量时间。通过  $\sigma = Y/N_s$  则可得  $^{12}\text{C}(^{13}\text{C},p)^{24}\text{Na}$  反应道的截面, 其中  $N_s$  是碳靶

单位面积的靶核数。为了获得  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  的总熔合截面, 利用 Hauser-Feshbach 统计模型计算得到的质子反应道的分支比, 进而导出总截面 (详细结果见表 1)。

以覆盖能区较宽的 Dayras 数据为基准, 通过内插法得到了不同数据的  $S^*$  因子比值, 结果如图 4 所示。其中 Carnelli、Kovar 数据集中在库仑位垒以上能区, 因为他们都直接测量了  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  总熔合截面, 相应的实验系统误差最小, 而 Dayras 则采用在线谱学方法, 利用统计模型计算了  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  各反应道特征  $\gamma$  射线的

表 1 实验测得的 14 个能量点数据, 其中质心能量是修正了束流在薄靶中能损后得到的有效能量<sup>[13]</sup>, 每个能量点的辐照时长约为 0.5~1 h

质心能量/MeV	$^{24}\text{Na}$ 分截面/b	$^{24}\text{Na}$ 分支比/%	总截面/b	误差*/b
5.73	$1.97 \times 10^{-2}$	23.4	$8.39 \times 10^{-2}$	$8.84 \times 10^{-3}$
5.63	$1.43 \times 10^{-2}$	24.1	$5.94 \times 10^{-2}$	$7.31 \times 10^{-3}$
5.44	$1.33 \times 10^{-2}$	25.2	$5.27 \times 10^{-2}$	$5.99 \times 10^{-3}$
5.35	$9.68 \times 10^{-3}$	25.7	$3.77 \times 10^{-2}$	$5.44 \times 10^{-3}$
5.25	$6.92 \times 10^{-3}$	26.1	$2.65 \times 10^{-2}$	$3.91 \times 10^{-3}$
5.15	$5.27 \times 10^{-3}$	26.5	$1.99 \times 10^{-2}$	$2.78 \times 10^{-3}$
5.06	$5.00 \times 10^{-3}$	26.9	$1.86 \times 10^{-2}$	$2.08 \times 10^{-3}$
4.96	$3.40 \times 10^{-3}$	27.2	$1.25 \times 10^{-2}$	$1.96 \times 10^{-3}$
4.87	$2.85 \times 10^{-3}$	27.5	$1.04 \times 10^{-2}$	$1.33 \times 10^{-3}$
4.77	$2.04 \times 10^{-3}$	27.7	$7.35 \times 10^{-3}$	$1.11 \times 10^{-3}$
4.68	$1.52 \times 10^{-3}$	27.9	$5.44 \times 10^{-3}$	$7.85 \times 10^{-4}$
4.58	$1.13 \times 10^{-3}$	28.0	$4.04 \times 10^{-3}$	$5.84 \times 10^{-4}$
4.48	$7.88 \times 10^{-4}$	28.2	$2.80 \times 10^{-3}$	$3.08 \times 10^{-4}$
4.39	$5.74 \times 10^{-4}$	28.2	$2.03 \times 10^{-3}$	$2.21 \times 10^{-4}$

\* 误差项包含了实验的统计误差、靶厚误差 10% 和法拉第筒读取束流的误差 3%。

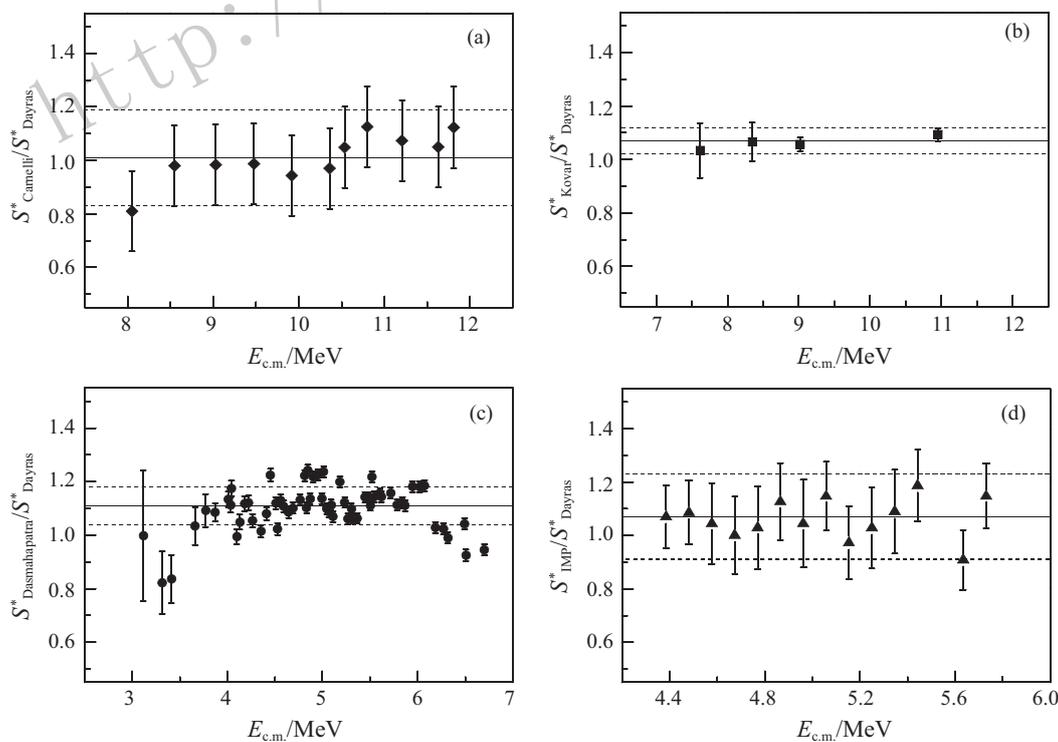


图 4 不同实验数据的  $S^*$  因子比值  
图中实线是指  $S^*$  因子比的统计平均值, 虚线表示  $1\sigma$  统计涨落。

产生几率,进而得到了总融合截面。图 3(a)和(b)给出了 Carnelli、Kovar 数据和 Dayras 数据的对比。将各个能量点的比值按高斯分布展开,得到数据间的比值统计分布分别为  $1.01(\text{mean})\pm 0.18(1\sigma)$  和  $1.07(\text{mean})\pm 0.05(1\sigma)$ 。在垒下能区, Dasmahapatra 虽然也采用了在线谱学测量和统计模型修正,但总截面却是通过  $\gamma$  总产额得到,这和 Dayras 的修正方法差别很大,  $S^*$  因子的对比如图 3(c) 所示,两者的比值为  $1.11(\text{mean})\pm 0.07(1\sigma)$ 。图 3(d) 给出了本次实验利用  $^{24}\text{Na}$  活度法得到的结果和 Dayras 数据的对比,两者的比值为  $1.07(\text{mean})\pm 0.16(1\sigma)$ 。

表 2 给出了 4 组实验方法的数据,与 Dayras 比值得到的平均偏差 (mean) 和涨落 ( $\sigma$ ) 结果。不同实验间平均值的偏差有两个来源:统计模型的系统误差和实验归一化因子的不同。统计涨落主要来自于实验误差及统计模型的系统误差。这 4 个比值的平均值为  $1.07(\text{mean})\pm 0.12(1\sigma)$ 。作为系统误差的保守估算,我们采用  $\sqrt{0.07^2+0.12^2}\approx 0.14$ ,作为统计模型带来的系统误差。

表 2 其他实验数据与 Dayras 结果的比值统计

	平均比值	涨落	系统误差*
Carnelli	1.01	0.18	0.18
Kovar	1.07	0.05	0.09
Dasmahapatra	1.11	0.07	0.13
IMP	1.07	0.16	0.17

\* 对于 Carnelli 数据,系统误差为  $\sqrt{0.01^2+0.18^2}\approx 0.18$ 。

## 4 总结

本工作利用离线活度测量的方法,在  $E_{c.m.}=4.4\sim 5.8$  MeV 能区内测量了  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  的质子道反应产物  $^{24}\text{Na}$  活度,结合 Hauser-Feshbach 统计模型得到的融合

总截面。通过与以往数据的比较,第一次研究了不同实验方法间的系统误差,其中利用统计模型修正产生的系统误差约为 14%。这为今后利用离线活度测量方法深入天体能区开展极低截面的测量时,正确估计统计模型的系统误差和不同数据间的归一,提供了可靠的依据。

## 参考文献:

- [1] ROLFS C, RODNEY W S. *Cauldrons in the Cosmos*[M]. Chicago: University of Chicago Press, 1988.
- [2] HILLEBRANDT W, NIEMEYER J. *Annu Rev Astron Astrophys*, 2000, **38**: 191.
- [3] SPILLANE T, RAIOLA F, ROLFS C, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2007, **98**: 122501.
- [4] GASQUES L R, BROWN E F, CHIEFFI A, *et al.* *Phys Rev C*, 2007, **76**: 035802.
- [5] NOTANI M, ESBENSEN H, FANG X, *et al.* *Phys Rev C*, 2012, **85**: 014607.
- [6] PATTERSON J R, WINKLER H, ZAIDINS C S. *Astrophys J*, 1969, **157**: 367.
- [7] BARNES C A, TRENTALANGE S, WU S C *Treatise on Heavy-ion Science*[M]. New York: Plenum Press, 1985: 3.
- [8] JIANG C L, BACK B B, ESBENSEN H, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2013, **110**: 072701.
- [9] ESBENSEN H, TANG X, JIANG C L. *Phys Rev C*, 2011, **84**: 064613.
- [10] DAYRAS R A, STOKSTAD R G, SWITKOWSKI Z E, *et al.* *Nucl Phys A*, 1976, **265**: 153.
- [11] DASMAHAPATRA B, CUJEC B, LAHLOU F, *et al.* *Nucl Phys A*, 1982, **384**: 257.
- [12] KOVAR D G, GEESAMAN D F, BRAID T H, *et al.* *Phys Rev C*, 1979, **20**: 1305.
- [13] CARNELLI P F F, ALMARAZ-CALDERON S, REHM K E, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2014, **112**: 192701.
- [14] HAUSER W, FESHBACH H *Phys Rev*, 1952, **87**: 366.
- [15] AGUILERA E F, ROSALES P, MARTINEZ-QUIROZ E, *et al.* *Phys Rev C*, 2006, **73**: 064601.

## Measurement of $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$ Fusion Cross Sections Below Coulomb Barrier Energies

CHEN Zhijun<sup>1</sup>, ZHANG Ningtao<sup>1,†</sup>, LI Qite<sup>3</sup>, REN Xiaotang<sup>2</sup>, TANG Xiaodong<sup>1</sup>,  
WANG Xinyu<sup>1</sup>, XU Jinyan<sup>3</sup>, XU Shiwei<sup>1</sup>

(1. Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;

2. Institute of Heavy Ion Physics, Peking University, Beijing 100871, China;

3. School of Physics and State Key Laboratory of Nuclear Physics and Technology, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract:** The study of fusion reactions of  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  at the deep sub-barrier energies is very important for the test of predictive power of the extrapolation models for nuclear reactions for astrophysics. Until now, all the measurements below Coulomb barrier energies have to use the statistical model calculations to estimate the branching ratios to deduce the total fusion cross sections. However, the systematic uncertainty induced by the calculated corrections has not been studied well. In this experiment, the fusion cross sections of  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  have been measured using an offline activity measurement in the range of  $E_{\text{c.m.}}=4.4$  to 5.8 MeV. The total fusion cross sections have been deduced from the  $^{24}\text{Na}$  activities after correcting the branching ratios estimated with the Hauser-Feshbach statistical model. Through the comparison between our result and other data obtained with other methods, the systematic uncertainty of statistical model has been determined to be 14%.

**Key words:**  $^{12}\text{C}+^{13}\text{C}$  fusion at sub-barrier energies; statistical model; systematic error

Received date: 4 May 2017; Revised date: 19 May 2017

Foundation item: National Natural Science Foundation of China(11475228,11405226); Hundred Talents Program of Chinese Academy of Science(Y411010BR0)

† Corresponding author: ZHANG Ningtao, E-mail: [zhangningtao@impcas.ac.cn](mailto:zhangningtao@impcas.ac.cn).