

文章编号: 1007-4627(2017)04-0710-08

## 固态夸克星星震模型的研究

云朝昂<sup>1</sup>, 来小禹<sup>2,†</sup>, 王兆军<sup>1</sup>, 吕国梁<sup>1</sup>

(1. 新疆大学(乌鲁木齐)物理科学与技术学院, 乌鲁木齐 830046;  
2. 湖北第二师范学院(武汉)物理与机电工程学院, 武汉 430205)

**摘要:** Glitch 指脉冲星发生的自转角速度突然增大的现象, 在许多脉冲星中都探测到了。Glitch 的产生机制与脉冲星内部结构相关, 而后者依然是待解决的难题。天文观测和理论研究均不能排除一类可能性, 即脉冲星类天体本质上是固态夸克集团星, 而固态星体发生 Glitch 的最自然的解释就是星震。本工作在星震模型下研究了固态脉冲星的 Glitch 现象。固态星体在自转减慢过程中, 会发生应力能(或弹性能)的积累, 当积累的应力超过星体所能承受的限度, 星体会发生碎裂, 即发生星震, 此时由于转动惯量突然减小而导致自转角速度突然增大, 表现为 Glitch 现象。根据此模型可得到 Glitch 的幅度与时间间隔的关系。如果星体的质量较大而自转较慢, 星震过程可能同时伴随体积的减小, 即体积改变的星震, 此时通常会有显著的引力能释放, 可以解释观测到的反称 X 射线脉冲星/软伽马射线重复暴 (AXPs/SGRs); 如果星体转速较快, 星震过程可能只表现为形状即扁率的微小变化, 此时不会有显著的能量释放。这两类 Glitches 可以解释观测现象。进一步的理论研究结合更多观测, 有望使人们利用 Glitch 现象来检验固态夸克集团星这一理论猜想。

**关键词:** 脉冲星; 中子星; 夸克物质; 周期突跳; 星震

**中图分类号:** P145.6      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.34.04.710

### 1 引言: 脉冲星与 Glitch 现象

#### 1.1 脉冲星

1967 年, 英国的 Bell 和 Hewish 在射电波段研究星际闪烁时, 发现了一种非常规则的周期性脉冲信号, 其周期约为 1 s<sup>[1]</sup>。由于此周期很短并且非常稳定, 最合理的推测是这种信号来源于一种非常致密的星体, 脉冲信号周期就是其自转周期。不久天文学家就意识到, 这就是理论上早已预言的中子星。这类星体在观测上最显著的特征表现为射电波段的脉冲, 故被称为“脉冲星”。半个世纪以来, 天文学家已经发现了接近 3 000 颗脉冲星<sup>[2]</sup>。事实上, 脉冲星的辐射不仅在射电波段, 随着探测技术的发展, 人们已经观测到了脉冲星在红外至伽玛射线波段的辐射。

已发现的脉冲星中大多数的周期分布于 0.2 s 到 10 s 之间(称为正常脉冲星), 也有一些周期在几到几十毫秒左右(称为毫秒脉冲星)。迄今发现的射电脉冲星中, 周期最长 8.5 s<sup>[3]</sup>, 最短 1.4 ms<sup>[4]</sup>。虽然脉冲星的周期十分稳定, 但精确的脉冲计时可以测到其周期随时间的微小变化(周期通常随时间增加)。如果认为脉冲星的周期随时间的增加起源于磁偶极辐射导致的转动能损

失, 可以推出脉冲星具有非常强的偶极磁场(磁场强度约为  $10^5 \sim 10^9$  T)。

脉冲星是一类致密天体, 半径小而密度高。目前对脉冲星质量的测量仅限于某些双星系统中的脉冲星, 测量结果主要分布在 1 到 2 倍太阳质量之间<sup>[5]</sup>, 也有高于 2 倍太阳质量的<sup>[6, 7]</sup>。对半径的测量不确定性更大, 根据星体表面的热辐射等性质, 一般认为半径在 10 km 左右。李兆升等<sup>[8]</sup>对一类 X 射线暴的研究表明, 可能存在质量和半径都较小的致密星体。

#### 1.2 脉冲星的 Glitch 现象

脉冲星计时高精度地描述脉冲星的自转, 精度可达几微秒, 甚至更高。该精度下, 可以检测影响脉冲星正常旋转的非常小的扰动, 从而能更加准确地探知脉冲星内部和外部的物理过程。脉冲星计时有两种不规则表现, 称为计时噪声和 Glitch。

Glitch 也称自转突变(但也有译为周期耀变或周期突跳, 本文保留英文以免读者误解), 在脉冲星计时中表现为脉冲周期突然变小, 之后在短时间内会有一个恢复过程。事实上, Glitch 现象在脉冲星发现之初就被探测到了, 至今英国曼彻斯特大学的 Jodrell Bank 天体

收稿日期: 2017-04-27; 修改日期: 2017-06-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11203018, 11503008)

作者简介: 云朝昂(1990-), 男, 安徽砀山人, 在读硕士, 从事天体物理研究; E-mail: 243986974@qq.com

† 通信作者: 来小禹, E-mail: Laixy@pku.edu.cn.

物理中心网站<sup>[9]</sup>上已经公布了 160 多颗脉冲星的 480 多次 Glitch 事件。脉冲星虽然是很稳定的“钟”，但是由于自转过程中通过磁偶极辐射等过程损失能量，其自转频率会有非常缓慢的减小。具有 Glitch 现象的脉冲星，在脉冲计时中去除频率的主斜率之后具有频率残差。Glitch 恢复之后自转周期和周期随时间的变化率通常也会有变化。

图 1 是脉冲星发生 Glitch 时自转频率变化的示意图<sup>[10]</sup>。图中  $\Delta\nu_0$  是脉冲星发生某次 Glitch 时转动频率的增加量， $Q$  是脉冲星发生 Glitch 之后的恢复指数，定义为频率增加量中可恢复部分所占比例。

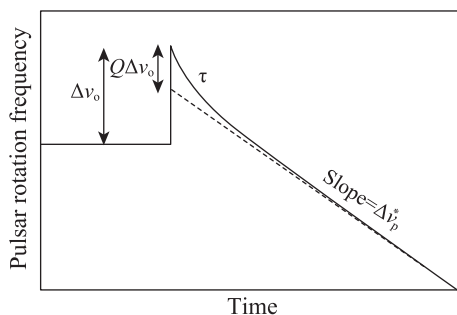


图 1 脉冲星发生 Glitch 时转动频率随时间的变化曲线(摘自 Lyne *et al.* 2000<sup>[10]</sup>), 其中  $\Delta\nu_0$  是脉冲星发生 Glitch 时转动频率的增加量,  $Q$  是脉冲星发生 Glitch 之后的恢复指数

表征脉冲星 Glitch 现象的最直观参量是自转频率的变化幅度, 即 Glitch 幅度, 通常用  $\Delta\nu/\nu$  来表示, 其中  $\Delta\nu$  是脉冲星发生 Glitch 前后的自转频率差。观测表明 Glitch 的幅度范围在  $10^{-11} \sim 10^{-5}$  之间, 而对所有 Glitch 事件的观测样本显示<sup>[11, 12]</sup>, Glitch 事件数对比幅度的分布图具有峰值在  $10^{-9} \sim 10^{-6}$  和附近的双峰结构, 两种峰值分别以蟹状星云脉冲星 (Crab pulsar) 和船帆座脉冲星 (Vela pulsar) 为典型代表。

Glitch 现象是脉冲星内部结构发生变化所引起的一种观测效应, 所以这种现象能够反映脉冲星的内部结构特征。人们普遍认为, 脉冲星 Glitch 现象是除了脉冲星的质量半径之外另一种研究脉冲星内部结构的重要探针。

## 2 脉冲星的内部结构

### 2.1 中子星和夸克星

脉冲星是宇宙中实际存在的天体, 产生于大质量恒星演化晚期的超新星爆发, 而中子星和夸克星是人们对脉冲星内部结构所建立的两类理论模型。

中子星模型认为, 在前身星演化后期的引力塌缩所

形成的高密度环境下, 绝大多数质子和电子通过逆  $\beta$  衰变过程转变为中子。根据核物质理论模型计算得到的中子星质量大约在 0.1 至 2 倍太阳质量之间, 半径约为 8 到 12 km, 并且从表面到中心具有不同的组成<sup>[5, 13]</sup>。中子星的壳层厚度约为 1 km, 其中外壳层主要由离子和电子构成, 内壳层主要由超流中子、富中子的原子核和电子构成。内壳层以下是中子星的核, 主要成分是超流中子, 而接近中心的内核区域可能会出现超子物质甚至夸克物质。值得一提的是, 中子星内壳层中的超流中子可以和原子核通过涡线 (vortex line) 形成钉扎 (pin) 状态, 而观测到的脉冲星 Glitch 现象可能与此钉扎过程有关。

20 世纪 60 年代, 随着强子结构的研究, 人们认识到质子和中子不是基本粒子, 是由更基本的夸克构成的。在脉冲星内部密度条件下可能出现夸克自由度, 并且可能出现奇异 (strange, 简称 s) 夸克。由几乎等量的 u、d、s 三味夸克为基本单元而组成的物质称为奇异夸克物质。Itoh<sup>[14]</sup> 在 1970 年计算了全部由奇异夸克物质组成的星体 (又称为奇异夸克星或奇异星) 的结构, Bodmer<sup>[15]</sup> 在 1971 年讨论了奇异夸克物质的稳定性, 而 Witten<sup>[16]</sup> 于 1984 年在总结前人研究基础上猜想: 大块 (忽略表面效应) 奇异夸克物质可能是最稳定的强相互作用体系。这就是所谓的 Bodmer-Witten 猜想。如果这个猜想成立, 则夸克星比中子星更稳定; 当中子星达到夸克解禁能标时, 很可能整体相变成夸克星。1986 年, Alcock 等<sup>[17]</sup> 在描述强子的 MIT 口袋模型下对夸克星的基本性质进行了计算, 发现夸克星的最大质量约为 1.4 倍太阳质量, 对应的半径约 10 km, 与中子星差不多。夸克星是强相互作用束缚的星体, 整个星体都是由解禁的夸克组成, 从中心到表面密度变化不大, 表面密度依然超过核物质密度。夸克星模型后来也在经历改进, 主要改进是建立了基于微扰量子色动力学 (QCD) 的色超导态模型<sup>[18]</sup>。

### 2.2 奇异夸克集团星

原始的 MIT 口袋模型将夸克物质近似处理为相互作用很弱的费米气, 目前人们基于微扰 QCD 理论已经引入了夸克间相互作用的高阶微扰<sup>[19]</sup>, 而大质量脉冲星的存在使人们认为必须引入色超导态<sup>[20]</sup>。然而, 在夸克星内部的实际密度约为 2 到 10 倍核物质密度, 这时夸克之间的相互作用依然很强, 所以研究夸克星的性质属于非微扰 QCD 范畴, 很难从第一性原理计算其内部结构。我们已有的研究假设<sup>[21-23]</sup>, 夸克之间的相互作用可能会让夸克在位形空间凝聚, 形成奇异夸克集

团 (strange quark-cluster, 或 strange cluster)。每个夸克集团由若干个夸克构成 (与强子类似), 其中  $u$ ,  $d$  和  $s$  夸克的数目几乎相等, 只是由于质量差别使得  $s$  夸克数目稍少 (因此电子的数密度只有夸克的  $10^{-5}$ , 甚至更低)。

以夸克集团为基本单位构成的星体称为夸克集团星。类似  $u$ ,  $d$  两种味道的夸克在强相互作用下囚禁在质子和中子内部, 夸克集团星中  $u$ ,  $d$  和  $s$  三味夸克由于强相互作用凝聚成夸克集团; 类似质子和中子, 由于剩余强相互作用结合成原子核, 夸克集团也可以在剩余强相互作用下被束缚起来, 所以与夸克星类似, 夸克集团星也是强相互作用束缚的星体, 整个星体成分单一 (前者基本成分解禁的夸克, 而后者是夸克集团), 从中心到表面密度变化不大, 表面密度依然超过核物质密度。因此, 夸克集团星就像一个大原子核, 不过是三种味道的<sup>[24, 25]</sup>。

夸克集团质量较大, 使得它们的量子波包小于它们之间的距离, 所以它们类似经典粒子。因此, 脉冲星类天体的内部不仅可能全部由夸克集团构成, 并且当温度降到足够低 (比如小于  $1 \text{ MeV}$ ) 之后, 夸克集团可能形成晶格结构而变成固态夸克集团星。所以我们看到的脉冲星类天体, 可能就是固态夸克集团星。中子星、夸克星以及夸克集团星, 从观测上都可以表现为脉冲星, 它们是人们对于脉冲星本质的不同看法。如何从观测上区分这些模型, 是目前天体物理的重要研究课题。

### 3 Glitch 的星震模型

#### 3.1 什么是星震

和地震 (earthquake) 类似, 星震 (starquake) 就是星体发生的地震过程 [注意, 本文所指的星震和星震学 (astroseismology) 中所指的星震意思不同]。如果星体有一部分是固体, 例如有一个固态的壳层, 在星体转动的过程中固态成分中会积累弹性能, 当弹性能积累到临界值时, 固态成分中发生局域断裂或整体的碎裂, 同时释放全部或部分的弹性能。星体在星震过程中调整形状和结构, 达到下一个新的平衡状态, 在自转过程中继续积累弹性能, 直到下一次星震发生。研究结果显示, 地球上发生的地震会使地球的自转频率产生微小的加快<sup>[26]</sup>。

发现脉冲星的 Glitch 现象之后, 人们就试图用星震过程去解释 Glitch 现象<sup>[27, 28]</sup>, 认为中子星固态壳层发生的星震引起了壳层物质的调整, 导致星体自转的突然加快。中子星诞生之初, 温度很高, 整个星体近似流体。随着温度降低, 中子星的外壳变成固体。当中子星

相对较快地旋转时, 中子星相对较为扁平, 即椭率较大。随着星体的转速减慢, 壳层所受的离心力减小, 引力将其向椭率减小的方向挤压, 因此壳层中的弹性应力逐渐积累。当应力积聚到一个临界值时, 壳层碎裂, 同时应力减小, 释放弹性能。壳层碎裂的瞬间, 壳层物质的调整使得由于碎裂之前的刚性引起的过度扁平状态得以减缓, 此时壳层椭率的突然减小引起其转动惯量的突然减小, 因此角动量的守恒导致星体的自转角速度会突然加快, 即表现为 Glitch 现象。

这种图像可以解释 Crab 脉冲星的 Glitches, 但是 Vela 脉冲星的大多数 Glitches 幅度较大, 而仅占总质量不到 1% 的壳层发生的星震很难产生这种大幅度的 Glitch。之后在中子星框架下, 人们逐渐发展了另一种 Glitch 产生机制, 即认为星体自转过程中, 壳层中的荷电成分由于磁偶极辐射等过程转动减慢, 而内部的中子超流成分转动角速度基本不变, 当这种差异达到临界值时, 会发生角动量突然从超流成分转移到壳层中的荷电成分, 引起 Glitch 现象。不过这种 Glitch 也可以由壳层的星震过程触发。

#### 3.2 固态脉冲星的星震

正如第 2 小节中阐述的, 我们已有的研究表明脉冲星类天体的另一类模型是固态夸克集团星, 并且从极限质量角度得到了观测支持<sup>[29]</sup>。我们所在的研究小组也利用星震模型对 Glitch 现象做了相关研究, 得到了与观测较一致的结果。下面我们介绍固态脉冲星的星震模型及其观测后果。

##### 3.2.1 星震过程

基于 Baym 和 Pines<sup>[28]</sup> 中的图像, 我们可以研究固态夸克集团星的星震过程。假设中子星的质量为  $M$ , 半径为  $R$ 。因为夸克集团星从中心到表面的密度变化不大<sup>[22, 23]</sup>, 并且为了使问题简化, 我们假设星体具有均匀密度  $\rho$ , 万有引力常数为  $G$ 。

自转星体的总能量包括引力能、转动能以及应力能, 可写为

$$E = E_0 + \frac{L^2}{2I} + A\epsilon^2 + B(\epsilon - \epsilon_0)^2, \quad (1)$$

第一项  $E_0$  为无转动情形下的总能量。第二项为转动能, 其中  $L$  为自转角动量,  $I$  是星体的转动惯量。第三项为转动引起的形变对引力能的修正, 其中  $A = -\frac{1}{5}E_{\text{grav.0}}$ , 其中  $E_{\text{grav.0}}$  为无转动星体的引力能, (对于一个均匀密度的星体,  $E_{\text{grav.0}} = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$ );  $\epsilon$  为自转星体的扁率 (oblateness), 定义为  $\epsilon \equiv (I - I_0)/I_0$ , 其中  $I_0$  是无转动星体的转动惯量。第四项为应力能, 其中  $B = \mu V/2$ ,

$V$  是固态星体的体积,  $\mu$  是平均剪切模量;  $\epsilon_0$  是初始扁率, 也称参考扁率。稳定自转星体的扁率使得总能量  $E$  取极小值, 因此由  $\partial E/\partial \epsilon = 0$  可得星体的扁率为

$$\epsilon = \frac{\Omega^2}{4A+B} \frac{\Delta I}{\Delta \epsilon} + \frac{B}{A+B} \epsilon_0 \quad (2)$$

星体发生第一次 Glitch 之前的参考扁率  $\epsilon_0$  是星体刚从流体相变为固体时的扁率, 此时  $B = 0$ , 故  $\epsilon_0 = \frac{\Delta I}{\Delta \epsilon} \frac{\Omega_0^2}{4A}$ , 即对应 Maclaurin 椭球。

星体的应力定义为

$$\sigma = \left| \frac{1}{V} \frac{\partial E_{\text{strain}}}{\partial \epsilon} \right| = \mu(\epsilon_0 - \epsilon) \quad (3)$$

由方程 (2) 可知星体自转减慢过程中  $\epsilon$  减小, 故应力  $\sigma$  逐渐增大; 由应力能的定义可知, 此时应力能逐渐积累。当应力增加到临界值  $\sigma_c$  时, 固态星体碎裂。

星体碎裂之后, 星体变成非刚性的, 各部分物质有相对运动, 积累的应力能释放出一部分, 表现为  $B$  的值减小, 所以碎裂瞬间星体的实际扁率大于它此时的平衡扁率, 星体内各部分物质的相对运动趋势使得星体的扁率变小, 即转动惯量减小。根据角动量守恒可知, 星体碎裂瞬间转动角速度增大, 增大量为  $\Delta \Omega_g$ , 观测上表现为 Glitch。达到平衡扁率之后, 运动的物质由于惯性不会立刻停止运动, 而是继续原来的运动, 导致星体的扁率过多地减小, 所以之后扁率又会再次增加, 即自转角速度减小, 观测上表现为 Glitch 的恢复, 此次 Glitch 引起的转动角速度净增量为  $\Delta \Omega_p$ 。Glitch 过程中角动量随时间的变化以及相应的扁率见图 2。

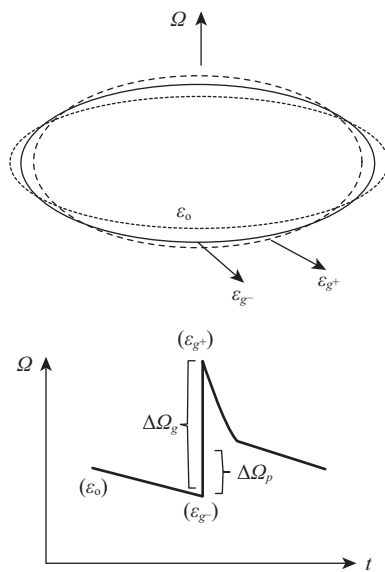


图 2 Glitch 过程中角动量随时间的变化以及相应的扁率

利用 Glitch 刚要发生和刚恢复这两个时刻角动量守恒, 即  $\Delta L = \Delta(I\Omega) = 0$ , 并结合星体转动惯量  $I$  与扁率的关系  $\epsilon = (I - I_0)/I_0$  可得

$$-\frac{\Delta \Omega_p}{\Omega} = \frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon + 1} \approx \epsilon^* - \epsilon_{g-} \quad (4)$$

其中  $\frac{\Delta \Omega_p}{\Omega}$  为 Glitch 的净幅度, 与 Glitch 幅度  $\frac{\Delta \Omega_g}{\Omega}$  的关系为  $\frac{\Delta \Omega_p}{\Omega} = (1 - Q) \frac{\Delta \Omega_g}{\Omega}$ , 其中  $Q$  为恢复因子。因此, 扁率变化与 Glitch 幅度可以联系起来。

Glitch 刚恢复时, 由于星体已经释放了一部分应力能, 等价于参考扁率  $\epsilon_1$  减小。根据公式 (2) 可得, Glitch 恢复之后和 Glitch 发生之前星体实际扁率变化量  $\Delta \epsilon$  与参考扁率变化量  $\Delta \epsilon_0 = \epsilon_1 - \epsilon_0$  之间的关系

$$\Delta \epsilon = \frac{B}{A+B} \Delta \epsilon_0 \quad (5)$$

如果星体的应力能没有全部释放出来, 即应力没有减小到零, 扁率  $\epsilon_1$  (即新的参考扁率,  $\epsilon_1 < \epsilon_0$ ) 比相同自转角速度下的 Maclaurin 椭球的扁率小。于是, 根据 (3) 式, 可以得到 Glitch 过程中释放的应力

$$\Delta \sigma = \mu(\Delta \epsilon_0 - \Delta \epsilon) = \mu \frac{A}{B} \Delta \epsilon \quad (6)$$

这一次 Glitch 恢复之后, 星体重新稳定自转, 自转减慢过程中应力再次积累, 直达到临界值而发生下一次 Glitch。以此类推, 之后发生的每一次 Glitch 都会引起部分应力能的释放, 同时 Glitch 恢复过程中应力能又积累。结合式 (2) 和 (3) 可以得到星体稳定自转减慢过程中应力的积累速率

$$\dot{\sigma} = -\mu \dot{\epsilon} = \frac{\mu}{2(A+B)} \frac{\partial I}{\partial \epsilon} \Omega \dot{\Omega} \quad (7)$$

上面两式结合, 可以得到这一次 Glitch 到下一次 Glitch 之间的时间间隔

$$t_q = \frac{|\Delta \sigma|}{\dot{\sigma}} = \frac{2A(A+B)}{B} \frac{1}{\partial I/\partial \epsilon} \frac{|\Delta \epsilon|}{\Omega \dot{\Omega}} \quad (8)$$

代入  $|\Delta \epsilon| = \frac{\Delta \Omega_p}{\Omega}$ , 且  $\partial I/\partial \epsilon = I_0$ , 从而得到

$$t_q = \frac{2A(A+B)}{BI_0} \frac{1}{\Omega \dot{\Omega}} \frac{|\Delta \Omega_p|}{\Omega} \quad (9)$$

如前所述, 式中  $A, B, I_0$  是和星体具体性质有关的量, 如质量、半径、转动惯量、剪切模量等, 而  $t_q, \Omega, \dot{\Omega}, \frac{\Delta \Omega_p}{\Omega}$  是可测量。从上式看出, 对于同一个脉冲星, 如果每次 Glitch 之后星体剪切模量、自转角速度以及自转角速度随时间的变化率不变, 那么两次 Glitches 间隔和前一次 Glitch 的幅度成正比。

以上我们利用 Baym 和 Pines (1971)<sup>[28]</sup> 阐述中子星固态壳层的星震方法, 阐述了固态星体的星震过程。周爱芝等<sup>[30]</sup>第一次研究了固态夸克集团星的星震, 不同之处在于, 他们假设 Glitch 发生时应力先全部释放出来, 然后在 Glitch 恢复过程中应力再积累, 因为恢复时黏性流体的动能可以转化为弹性能。结合观测到的 Glitch 间隔的统计样本, 他们给出了固态夸克星体临界应力值  $\sigma_c$  与剪切模量  $\mu$  的理论范围, 分别为  $\sigma_c \sim (10^{27} \sim 10^{33}) \text{ N/s} \cdot \text{m}^2$ ,  $\mu \sim (10^{33} \sim 10^{39}) \text{ N/s} \cdot \text{m}^2$ 。

### 3.2.2 两类 Glitch 及其观测后果

前面基于 Baym 和 Pines (1971) 的工作<sup>[28]</sup> 讨论固态脉冲星的星震时, 我们假设星体在扁率改变的同时体积不变, 对应为  $I_0$  不变。另一方面, 人们发现一些反常能量释放 (反常 X 射线脉冲星 AXPs 和软伽马射线重复爆 SGRs) 过程通常伴随发生 Glitches, 而徐仁新等<sup>[31]</sup>已经提出这些能量释放可以由固态夸克集团星的引力能和弹性能释放来解释。伴随 AXPs / SGRs 发生的 Glitches 幅度在  $10^{-6}$  左右; 另一方面, Vela 脉冲星 Glitches 幅度通常也在  $10^{-6}$  左右, 但是没有观测到巨大的能量释放。

为了解释这些现象, 周恩平等<sup>[32]</sup>在固态夸克集团星的框架下研究了 Glitch 的幅度跟释放引力能的关系, 由此将 Glitches 分为两类, I 型和 II 型。I 型 Glitches 产生于体积不变的星震, 释放的引力能较少, 比如类 Vela 脉冲星的 Glitches; 而 II 型 Glitch 产生于体积变化的星震, 释放的引力能通常较大, 比如 AXPs / SGRs 的 Glitches。

脉冲星类天体具有这两类 Glitch 的原因可能在于质量和自转速度的不同。I 型 Glitch 通常产生于转速较快的脉冲星, 这些脉冲星在星震过程中主要表现为形状 (扁率) 的变化。而 II 型 Glitch 通常产生于转速较慢的星体, 并且这些星体由于吸积过程可能导致质量较大, 星震过程中在引力作用下, 体积会有改变。以下先阐述 II 型星震, 再阐述 I 型星震。

### 3.2.3 体积改变的星震 (II 型 Glitches)

对于质量相对较低的夸克集团星 (如  $M < 1.0M_\odot$ ), 星体主要由强相互作用束缚, 而引力束缚效应此时可以忽略不计, 这使得低质量夸克集团星的质量半径具有  $M \sim R^3$  的关系。质量较大的星体 (如  $M > 1.0M_\odot$ ) 由于引力效应增强, 其质量半径会偏离  $M \sim R^3$  的关系; 而完全由引力束缚星体的质量半径关系为  $M \sim R^{-3}$ , 这表明夸克集团星存在最大半径<sup>[31]</sup>, 而在具体理论模

型下计算得到的夸克集团星的  $M-R$  关系也证明了其有最大半径的这一事实<sup>[22, 23]</sup>。在吸积过程中, 夸克集团星的质量可以大于最大半径所对应的质量, 在此情况下, 星体半径会减小, 但仍应大于  $M-R$  关系给出的经典平衡半径, 因为在星体的形状发生改变时, 其内部积聚的弹性能会抵抗它的变化。此时, 继续吸积导致弹性能的继续增加, 最终将超过夸克集团物质所能承受的极限, 从而星体碎裂导致星震, 使得星体的半径减小为与质量对应的稳定半径值。这种 Glitch 现象可以被描述为整体半径减小 ( $\Delta R$ )。

假设星体发生 Glitch 之前的质量为  $M$ , 半径为  $R$ , 转动频率为  $\Omega$ , 则总能量可表示为

$$E_{\text{total}} = E_k + E_g = \frac{I\Omega^2}{2} - \frac{3GM^2}{5R}, \quad (10)$$

这里  $I$  是脉冲星的转动惯量,  $G$  是万有引力常数。星体的总能量可写成

$$E_{\text{total}} = \frac{L^2}{2I} - \frac{3GM^2}{5R} \quad (11)$$

由于 Glitch 持续时间很短, 我们可以认为 Glitch 前后角动量守恒。夸克星发生星震后, 能量的改变量可表示为

$$\Delta E = \frac{3GM^2}{5R} \frac{\Delta R}{R} - \frac{L^2}{2I} \frac{\Delta I}{I}. \quad (12)$$

当转动角速度较小时, 形变 (扁率) 较小, 星体可以近似为球体, 所以转动惯量与星体质量半径的关系可以表示为

$$I = \frac{2}{5} MR^2, \quad (13)$$

于是有  $\frac{\Delta I}{I} = \frac{2\Delta R}{R}$ 。所以总能量的变化量可表示为

$$\Delta E = \left( \frac{3GM^2}{5R} - \frac{L^2}{I} \right) \frac{\Delta R}{R}. \quad (14)$$

对于一颗质量为  $1.4M_\odot$ , 半径为 10 km, 且自转周期远大于 1 ms 的脉冲星, 存在量级关系  $\frac{3GM^2}{5R} \gg \frac{L^2}{I}$ , 所以

$$\Delta E = \frac{3GM^2}{5R} \frac{\Delta R}{R}. \quad (15)$$

考虑 Glitch 刚发生和星体自转角速度达到最大值这一过程中角动量守恒, 我们可得关系式  $\Delta L = \Delta I\Omega + \Delta\Omega I = 0$ , 所以有

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\Omega_g}{\Omega} = -\frac{\Delta I}{I} = -2\frac{\Delta R}{R}, \quad (16)$$

所以总能量变化可表示为

$$\Delta E = \frac{3GM^2}{5R} \frac{\Delta R}{R} = -\frac{3GM^2}{10R} \frac{\Delta\nu}{\nu}. \quad (17)$$

因此, II 型 Glitch 过程中的总能量变化为

$$|\Delta E| = \frac{3GM^2 \Delta\nu}{10R \nu} \sim 10^{47} \text{ N} \cdot \text{m} \left( \frac{M}{1.4M_\odot} \right)^2 \left( \frac{R}{10^6 \text{ cm}} \right)^{-1} \left( \frac{\Delta\nu}{\nu} / 10^{-6} \right). \quad (18)$$

这个结果很好地解释了 AXPs(反常 X 射线脉冲星)和 SGRs(软伽马射线重复暴)发生 Glitch 现象时释放的巨大能量的问题。如源 1E2259<sup>[33]</sup>, 发生 Glitch 时其转动频率的变化为  $\Delta\nu/\nu \sim 10^{-6}$ , 观测得到其释放的能量不少于  $10^{40} \text{ N} \cdot \text{m/s}$ , 这与理论能量值相符。

### 3.2.4 体积不变的星震(I 型 Glitches)

II 型 Glitch 中, 我们考虑了星体体积的变化, 即  $\Delta R$ , 而 I 型 Glitch 仅考虑星体位形的变化。假设旋转的脉冲星自转轨道是椭圆而不是完美球体, 我们用 Maclaurin 椭球体来对其进行描述。在此情况下, 星体被认为是不可压缩的流体。对密度为  $\rho$  的星体的扁率取决于它的旋转角速度。满足关系式<sup>[34]</sup>

$$\Omega^2 = 2\pi\rho G \left[ \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} (3-2e^2) \sin^{-1} e - \frac{3(1-e^2)}{e^2} \right], \quad (19)$$

扁率是与脉冲星自转椭圆轨道的半长轴有关的量, 表示为

$$e = \sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}}. \quad (20)$$

当扁率  $e$  很小的时候, 有关系式

$$\Omega = 2e \sqrt{\frac{2\pi\rho G}{15}}, \quad (21)$$

定义扁率  $\epsilon = \frac{I-I_0}{I_0}$ , 则存在关系式  $\epsilon = \frac{1}{3}e^2$ 。

周期为 10 ms 的脉冲星可适当近似为  $10^{-3}$ 。如果我们假设所有弹性能量在 Glitch 中被释放, 则可以将其作为上一次 Glitch 结束时的扁率。一般来说, 核塌缩超新星中新生的夸克集团星温度很高, 可以被当作流体, 其形状为 Maclaurin 椭球。因此, 当它由于辐射而损失转动能量时, 扁率减小。但是, 当它冷却到一定的温度时, 星体固化, 它将不能再被当作流体处理。当脉冲星继续旋转减慢时, 弹性能就会积累。当弹性能足够大时, 会导致星震, 并且在短时间内, 星体可再次被视为流体。根据 3.2.1 节的讨论, 转动惯量突然下降导致转动角速度突然增加, 星体转动角速度的变化幅度为

$$\frac{\Omega_g}{\Omega} = -\frac{\Delta I}{I} = -\frac{\Delta\epsilon}{1+\epsilon}, \quad (22)$$

考虑到  $\Delta\epsilon \ll \epsilon \ll 1$ , 所以有  $\frac{\Omega_g}{\Omega} = -\Delta\epsilon$ 。

在 3.2.1 节中我们给出了固态夸克集团星的星震过程中相关的物理量之间的关系。在 Glitch 刚要发生之前, 总能量可表示为动能、引力能和应力能之和

$$E_{t-0} = E_k + E_g + E_{\text{ela}} = E_0 + \frac{L^2}{2I_0(1+\epsilon_1)} + AE_1^2 + B(\epsilon_1 - \epsilon_0)^2, \quad (23)$$

Glitch 刚发生时的总能量可表示为动能和引力能之和

$$E_{t+0} = E_k + E_g = E_0 + \frac{L^2}{2I_0(1+\epsilon_1)} + A\epsilon_1^2, \quad (24)$$

Glitch 恢复之后, 总能量可表示为动能和引力能之和

$$E_{\text{final}} = E_k + E_g = E_0 + \frac{L^2}{2I_0(1+\epsilon_1)} + A\epsilon_1^{*2}, \quad (25)$$

以上公式中的  $\epsilon_{g-}$  和  $\epsilon^*$  分别为对应时刻的扁率, 如图 2 所示。

由于 Glitch 过程中扁率的变化很小, 所以我们可以近似认为 Glitch 过程中释放的能量主要是弹性能。我们选取处于稳定转动过程中的两个时刻  $t_0$  和  $t_1$ , 角动量分别为  $L_0$  和  $L_1$ , 扁率分别为  $\epsilon_0$  和  $\epsilon_1$ 。则存在关系式:

$$\left. \frac{\partial E}{\partial \epsilon} \right|_{L_0} = -\frac{L_0^2}{2I_0(1+\epsilon_0^2)} + A\epsilon_0 = 0, \quad (26)$$

$$\left. \frac{\partial E}{\partial \epsilon} \right|_{L_1} = -\frac{L_1^2}{2I_0(1+\epsilon_1^2)} + A\epsilon_1 + 2B(\epsilon_1 - \epsilon_0) = 0, \quad (27)$$

由此我们可以得到

$$\epsilon_0 - \epsilon_1 = \frac{1}{4(A+B)} I_0(\Omega_0^2 - \Omega_1^2), \quad (28)$$

所以 Glitch 过程释放的弹性能为

$$E_{\text{ela}} = B(\epsilon_1 - \epsilon_0)^2 = \frac{B}{2(A+B)} \frac{1}{2} I_0(\Omega_0^2 - \Omega_1^2)(\epsilon_0 - \epsilon_1), \quad (29)$$

这便是发生 Glitch 时星体释放的能量  $\Delta E$ 。

根据式 (5) 可知, 正常自转减慢阶段  $\epsilon_0 - \epsilon_1$  和发生 Glitch 期间扁率变化的关系,

$$\epsilon_1 - \epsilon_0 = -\frac{A+B}{B} \frac{\Delta\Omega_g}{\Omega}, \quad (30)$$

所以释放的弹性能可写为

$$\Delta E = E_{\text{ela}} = \frac{1}{2} |I_0 \Omega \dot{\Omega}|_{t_q} \frac{\Delta\Omega_g}{\Omega}, \quad (31)$$

其中  $t_q$  是发生两次 Glitch 之间的时间间隔。观测上, Vela 的周期和周期导数分别为 0.089 s 和  $1.25 \times 10^{-13} \text{ ss}^{-1}$ , 假设其质量为  $1.4M_\odot$ , 半径为  $R$ , 则对于 I 型 Glitch 的总能量可表示为

$$\Delta E \sim 4 \times 10^{36} \text{ N} \cdot \text{m} \frac{t}{10^6 \text{ s}} \left( \frac{\Delta\Omega_g}{\Omega} / 10^{-6} \right). \quad (32)$$

Helfand 等<sup>[35]</sup>在 2001 年对 Vela 发生 Glitch 后的 X 射线强度进行观测, 发现其能量上限为  $1.2 \times 10^{30}$  N·m/s。根据 Helfand 等的假设, Vela 在发生 Glitch 期间以 X 射线形式释放的能量不大于总释放能量的  $10^{-5}$ , 且我们观测到的能量约为脉冲星释放总能量的 0.75%, 发生 Glitch 时的转动频率变化  $\frac{\delta\Omega}{\Omega}$  取平均值  $1.46 \times 10^{-6}$ , 假定在 35 天 ( $3 \times 10^6$  s) 期间, 流体保持恒定, 则用模型模拟所得到的以 X 射线形式辐射的能量上限为  $\Delta E_X \sim 4 \times 10^{36} \times 3 \times 10^6 \times 0.75\% \times 1.46 \times 10^{-6}$  N·m/s =  $1.31 \times 10^{30}$  N·m/s, 与观测符合得较好。实际上, 随着时间的推移, 脉冲星辐射流量也会伴随一定的减少。

#### 4 结论与展望

第一颗脉冲星发现至今已经有 50 年了, 然而脉冲星的内部结构依然是没有定论的问题。我们已有的工作结合天文观测和理论分析, 提出脉冲星类天体实际上是固态夸克集团星。固态夸克集团星有多方面的天体物理后果, 本文讨论了其中一个后果, 即由于发生星震而导致 Glitch。脉冲星的 Glitch 现象是脉冲星自转过程中出现的转动频率的突然增加, 这种现象在脉冲星发现之初就被观测到了, 人们普遍认为 Glitch 现象反映了脉冲星内部发生的物理过程, 是研究脉冲星内部结构的重要探针。本文阐述了固态夸克集团星的星震过程, 并讨论了两类 Glitches 及其观测后果。

固态星体在自转减慢过程中, 会发生应力(或弹性能)的积累, 当积累的应力超过星体能承受的限度, 星体会发生碎裂, 即发生星震, 此时由于转动惯量突然减小而导致自转角速度突然增大, 表现为 Glitch 现象。如果星体的质量较大而自转较慢, 星震过程可能同时伴随体积的减小, 即体积改变的星震(II 型 Glitches), 此时通常会有显著的引力能释放, 可以解释观测到的 AXPs/SGRs; 如果星体转速较快, 星震过程可能只表现为形状即扁率的微小变化, 此时不会有显著的能量释放, 即为 I 型 Glitch。这两类 Glitches 可以解释观测现象。在未来的工作中, 我们期待在已有工作的基础上利用星震模型进一步研究 Glitch 现象, 包括 Glitch 的恢复等过程, 作为固态夸克集团星的另一种重要的观测检验。

#### 参考文献:

- [1] HEWISH A, BELL S J, PILKINGTON J D, *et al.* Nature, 1968, **217**(5130): 709.
- [2] MANCHESTER R N. Astronomical Journal, 2005, **129**: 1993. <http://www.atnf.csiro.au/people/pulsar/psrcat/>.
- [3] YOUNG M D, MANCHESTER R N, JOHNSTON S. Nature, 1999, **400**(6747): 848.
- [4] HESSELS J W T, RANSOM S M, STAIRS I H, *et al.* Science, 2006, **311**: 1901.
- [5] LATTIMER J M, PRAKASH M. Physics Reports, 2007, **442**(1-6): 109.
- [6] DEMOREST P, PENNUCCI T, RANSOM S, *et al.* Nature, 2010, **467**(7319): 1081.
- [7] ANTONIADIS J, Science, 2013, **340**(6131): 1233232.
- [8] LI Z S, QU Z J, CHEN L, *et al.* Astrophysical Journal, 2014, **786**(2): 86.
- [9] <http://www.jb.man.ac.uk/pulsar/Glitches/gTable.html>.
- [10] LYNE A G, SHEMAR S L, SMITH F G. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2000, **315**(3): 534.
- [11] ESPINOZA C M, LYNE A G, STAPPERS B W, *et al.* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2011, **414**(2): 1679.
- [12] YU M, MANCHESTER R N, HOBBS G, *et al.* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2013, **429**(1): 688.
- [13] LATTIMER J M, PRAKASH M. Science, 2004, **304**(5670): 536.
- [14] ITON N. Progress of Theoretical Physics, 1970, **44**: 291.
- [15] BODMER A R. Phys Rev D, 1971, **4**: 1601.
- [16] WITTEN E, ALCOCK C, FARHI E, *et al.* Phys Rev D, 1984, **30**: 272.
- [17] ALCOCK C, FARHI E, OLINTO A. The Astrophysical Journal, 1986, **310**: 261.
- [18] ALFORD M. Review of Modern Physics, 2008, **80**: 1455.
- [19] FRAGA E S, PISARSKI R D. Phys Rev D, 2001, **63**: 121702.
- [20] WEISSENBORN S, SAGERT I, PAGLIARA G, *et al.* Astrophysical Journal Letters, 2011, **740**: L14.
- [21] LAI X Y, XU R X. Astroparticle Phys, 2008, **31**(2): 128.
- [22] LAI X Y, XU R X. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2009, **398**(1): L31.
- [23] LAI X Y, XU R X. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2013, **431**(4): 3282.
- [24] XU R X, GUO Y J. arXiv: 2016, **1601**: 05607.
- [25] LAI X Y, XU R X. arXiv: 2017, **1701**: 08463.
- [26] ZHANG C M, ZHAO F Y. Chinese National Astronomy, 2010, **5**: 70. (in Chinese)  
(张承民, 赵复垣. 中国国家天文, 2010, **5**: 70.)
- [27] RUDERMAN M A. Nature, 1969, **223**(5206): 597.
- [28] BAYM G, PINES G. Annals of Physics, 1971, **66**(2): 816.
- [29] LAI X Y, XU R X. Research in Astronomy and Astrophysics, 2011, **11**(6): 687.
- [30] ZHOU A Z, XU R X. Astropart Physics, 2004, **22**(1): 73.
- [31] XU R X, TAO D J, YANG Y, *et al.* Monthly Notices of the Royal Astronomical Society Letters, 2006, **373**(1): L85.
- [32] ZHOU E P, TONG H. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2014, **443**(3): 2705.
- [33] PACZYNSKI B. Astrophysical Journal(USA), 1990, **365**(1):

- L9. [34] CHANDRASEKHAR S. *Astrophysical Journal*, 1970, **161**: 561.
- [35] HELFAND D J, GOTTHELF E V, HALPERN J P, *et al.* *Astrophysical Journal*, 2001, **556**(1): 380.

## Starquake Model in a Solid Quark Star

YUN Chaoang<sup>1</sup>, LAI Xiaoyu<sup>2,†</sup>, WANG Zhaojun<sup>1</sup>, LÜ Guoliang<sup>1</sup>

(1. *School of Physics, Xinjiang University, Urumqi 830046, China;*

2. *School of Physics and Engineering, Hubei University of Education, Wuhan 430205, China*)

**Abstract:** The author demonstrates that how to understand the Glitches of solid pulsars in the starquake model. Glitch is the sudden spin-up during the normal spin-down process, which has been observed in many pulsars. The mechanism of Glitches is still a matter of debate because it depends on the unsolved problem that what is the nature of pulsars. One of the models of pulsars, the so-called solid quark-cluster stars, could not be ruled out by neither the astrophysics observations nor theoretical considerations. The Glitches of solid quark-cluster stars could naturally be the result of starquakes. During the spinning-down of the solid star, the strain energy develops until the stress reaches the critical value, then some parts of the star fragment, which would suddenly decrease the moment of inertia of the star, leading to the sudden increase of the rotation frequency that manifests as a Glitch. If the star has high mass or rotates slowly, the shrink of radius would happen during the starquake, leading to a huge amount of energy releasing which accounts for AXPs/SGRs. On the other hand, if the star rotates fast, only the oblateness of the star changes during the starquake, which would lead to negligible releasing of energy. This paper discusses the phenomenon of Glitches for solid quark-cluster stars, including the physical processes and consequences of starquakes, as well as the reasons for different energy releasing during Glitches. Further theoretical study combined with more observations about Glitches would be helpful for us to test the conjecture of sold quark-clusters.

**Key words:** pulsar; neutron star; quark; Glitch; starquake

---

**Received date:** 27 Apr. 2017; **Revised date:** 26 Jun. 2017

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(11203018, 11503008)

† **Corresponding author:** LAI Xiaoyu, E-mail: [laixy@pku.edu.cn](mailto:laixy@pku.edu.cn).