文章编号: 1007-4627(2018) 02-0105-06

形变相关的壳修正对 N = 126 处断前中子发射的同位素效应的影响

刘鑫^{1,2},席宇荣¹,朱巧迪¹,迟萌¹,赵泽楠¹,毛英臣^{1,†}

(1. 辽宁师范大学物理与电子技术学院,辽宁大连 116029;2. 中国医科大学公共基础学院,沈阳 110122)

摘要: 利用动力学加统计模型就形变相关的壳修正 (DDSC) 对中子 126 壳层附近 ^{209,213,217} Fr 断前中子发 射的影响进行了研究。模拟结果表明, DDSC 抬升了复合核的裂变位垒, 且 ²¹³ Fr 的升高约为 ^{209,217} Fr 的 2 倍, 但却没有改变鞍点位置。尽管位垒升高延缓了系统的裂变, 但其动力学过程受热力学驱动力 (TDF) 和核 阻尼间竞争的主导,因此准确提取壳修正的作用还需考虑核耗散的形变关系。在裂变第一阶段, 当核耗散取 一体耗散 (OBD) 参数时, 壳修正没有改变断前中子发射的同位素效应, 然而当核耗散取标准参数设置 (SPS) 时,由于 ²¹³ Fr 的 TDF 存在着异常增强, 故该规律未能展现。在裂变第二阶段, 位垒升高引起的断前中子发 射的增强受到了 TDF 与核阻尼间竞争的反制, 故断前中子发射的同位素效应仍未能显现。综合两阶段情况, DDSC 对 N = 126 处断前中子发射的同位素效应的影响受第一阶段规律的支配。

关键词:壳修正;热力学驱动力;核耗散;能级密度参数

中图分类号: O571.53 文献标志码: A DOI: 10.11804/NuclPhysRev.35.02.105

1 引言

在核裂变中,复合核(热核)的退激动力学过程应受 热力学驱动力(TDF)与核阻尼间竞争的支配^[1]。热力 学驱动力由热核的自由能来提供^[2],即除了来自于传统 的核位势外,还有一部分是由利用熵势表征的束缚能来 决定。根据费米气体模型,核束缚能定义为能级密度参 数(LDP)与核温度平方的乘积,因此对TDF的高效解 释需要准确计算裂变位垒(能量曲面)和LDP 这两个关 键物理量。

能量曲面是解决所有反应动力学问题的"罗塞塔石 碑"^[3]。在描述核裂变的多维空间里,真实的裂变路径 可通过对能量曲面取变分获得。实际上,在数值模拟中 往往用能量最小化来实现,具体地就是在某一网格点上 比较沿各参量维度上的TDF与核摩擦(核耗散张量)的 大小,而热核演化的真实路径将受两者竞争的作用而遵 从"最小作用原理"。由此可知,能量曲面的任何微小 的涨落都将会对结果产生很大的影响,所以壳修正需要 被引入到对裂变位垒和LDP的计算中^[4]。此外,由于 核裂变是一个伴随着轻粒子(中子为主)蒸发的大振幅集 体运动,所以对应的能量曲面必然是动态的,相应的壳 修正也应该是形变相关的^[5]。

本文拟基于动力学加统计模型(CDSM)来研究

DDSC 对中子 126 壳层附近 3 个同位素 ^{209,213,217}Fr 的 断前中子发射的影响。第 2 节将介绍 DDSC 方法,第 3 节里将对计算结果进行具体分析,最后在第4 节对本文 进行总结。

2 理论模型

本文采用一维过阻尼 Langevin 方程^[1, 6, 7]来进行 裂变动力学的轨道模拟:

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{T}{M\beta(q)} \frac{\partial S(q)}{\partial q} + \sqrt{\frac{T}{M\beta(q)}} \Gamma(t) , \qquad (1)$$

其中拉伸参量 q 为对称裂变的两部分的质心距离 与复合核直径之比。*M* 是惯量参数,*T* 是核温度。 $\Gamma(t)$ 是 Langevin 力,满足 $\langle \Gamma(t) \rangle = 0$ 与 $\langle \Gamma(t)\Gamma(t') \rangle =$ $2\delta(t-t')$ 。 $\beta(q)$ 是形变相关的约化摩擦系数,与文献 [8] 类似,本工作采用了 OBD^[9]和 SPS^[1]两种核耗散。

熵 S(q) 利用费米关系可表示为

$$S(q) = 2\sqrt{a(q, A) \left[E - V(q, E)\right]} \quad (2)$$

考虑了 DDSC 后, V(q, E) 可表示为

$$V(q, E) = V_{\text{LDM}} + \delta W(q) e^{-E/E_{d}} , \qquad (3)$$

收稿日期: 2018-03-31; 修改日期: 2018-04-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11447019, 11505724, 11375080)

作者简介: 刘鑫(1988--), 女, 辽宁沈阳人, 助教, 硕士, 从事原子核物理研究; E-mail: xliu13@cmu.edu.cn

[†]通信作者:毛英臣, E-mail: myc@lnnu.edu.cn。

其中 VLDM 是利用液滴模型计算的裂变位垒,

$$V_{\rm LDM}(A, Z, \ell, q) = a_2 \left(1 - b_3 I^2\right) A^{2/3} [B_{\rm s}(q) - 1] + c_3 Z^2 A^{-1/3} [B_{\rm c}(q) - 1] + c_{\rm r} \ell^2 A^{-5/3} B_{\rm r}(q) ,$$
(4)

上式中同位旋参数 $I = \frac{N-Z}{A}$, $B_{\rm s}(q)$, $B_{\rm c}(q)$ 和 $B_{\rm r}(q)$ 是 形变相关的相对表面能、库仑能和转动能, a_2 , b_3 、 c_3 和 $c_{\rm r}$ 是与形变坐标无关的参数^[10]。由于壳修正随 激发能升高会逐渐消失, Ignatyuk等^[11]引入了衰减因 子 $E_{\rm d}$, 并取 $E_{\rm d}$ =18.5 MeV。

采用 Myers 和 Swiatecki 的液滴模型^[12],形变相关 的壳修正由 $\delta W(\theta) = \delta W g(\theta)$ 计算,其中 δW 表示球形 核的壳修正能,无量纲的形变因子 $g(\theta)$ 可表示为

$$g(\theta) = (1 - 2\theta^2) e^{-\theta^2} , \qquad (5)$$

形变参量 $\theta = \frac{\delta R}{a}$, δR 表示相对球形核的偏离值, $a = 0.32r_0$,核半径 $r_0 = 1.16$ fm。下面需要将变量 θ 转化为CDSM模型中的形变参量 q_o

在{*c*,*h*,*α*}参数体系下,拉伸参量和颈部参量分别 表示为

$$c = \frac{C}{R_0}$$
,
 $h = \frac{1}{2}B_{\rm sh} - \frac{1}{4}(c-1)$, (6)

其中的C对应 Myers 方法中的R, R_0 为球形核半径, CDSM 模型中用到的一维拉伸参量q可通过如下关系来 实现^[13]:

$$q(c,h) = \frac{3}{8}c\left(1 + \frac{2}{15}B_{\rm sh}c^3\right) ,$$

$$B_{\rm sh}(c,h) = 2h + \frac{1}{2}(c-1) .$$
(7)

壳修正的形变关系被展示在图1中,结合式(5),可知当q = 0.375时,即在复合核基态位置处壳修正最强。



考虑了壳修正后, LDP 可表示为

$$a(q,A) = \tilde{a}(q,A) \left[1 + \frac{\delta W(q)}{E} \left(1 - e^{-E/E_d} \right) \right] , \qquad (8)$$

其中 ã(q,A) 取如下形式

$$\tilde{a}(q,A) = a_{\rm v}A + a_{\rm s}A^{2/3}B_{\rm s}(q)$$
, (9)

 a_v 和 a_s 分别对应单粒子能级的体积和表面参数,本文 取 Ignatyuk 参数^[14]。

TDF 利用下式来计算

$$K(q) = -\frac{\mathrm{d}V(q)}{\mathrm{d}q} + \frac{\mathrm{d}a(q)}{\mathrm{d}q}T^2 , \qquad (10)$$

需要指出的是引入DDSC后,TDF应做相应的修改。 在利用路径分析方法讨论核裂变过程时^[8,15],为了突 出TDF与核阻尼在拉伸维度上的竞争细节,常对TDF 取对数形式来进行具体分析,参见第3节的相关讨论。

3 结果与讨论

在本文中,为了研究壳修正对断前中子发射的同 位素效应^[16]的影响,我们选取中子 N = 126壳层附近 的3个同位素^{209,213,217}Fr为研究体系,这些热核是 由¹⁹F+^{190,194,198}Pt的完全熔合反应形成的^[17]。在具 体分析时,为了研究壳修正形变关系的必要性,我们 进行以下3种情况的计算和讨论: (1)不包含壳修正; (2)包含壳修正,但不考虑壳修正的形变关系(壳修正 为 δW); (3)包含壳修正,且考虑了形变关系。

^{209,213,217}Fr的壳修正值分别为6.05,8.19和 4.58 MeV^[18]。图2展示出了在激发能取60 MeV时, 3个系统的位势和熵势。由图2(a)可知^{209,213,217}Fr的 鞍点(图中实线)分别位于为0.725,0.745和0.76处。 结合式(3),从图1可知,DDSC没有改变²¹⁷Fr的鞍 点位置,但由于基态能量降低了0.08 MeV,从而使得 位垒高度增加到8.72 MeV;形变无关壳修正将其鞍点 推移至0.765,且使得整个位垒构形整体下移,类比 图 2(b) 熵势构形 (其构形与位势相似) 的变化情况,可 知位垒高度从 8.64 MeV 降为 8.58 MeV。对 ^{209,213}Fr 而 言, 鞍点位置不受壳修正的影响, 形变无关的壳修正 分别使得两系统的位垒从8 MeV 降为7.87 MeV,以及 从 7.32 MeV 降为 7.25 MeV, 而 DDSC 则将位垒抬升分 别至8.17 MeV 和7.42 MeV。综上所述,由于考虑了壳 修正而使得²¹³Fr裂变位垒的改变约为^{209,217}Fr的两 倍。由式(3)可知,壳修正对裂变位垒的影响随着激发 能的增加而减弱,当激发能增加至150MeV时,从图3 可看出,此时壳修正既没有改变^{209,213,217}Fr 同位素的 鞍点位置, 也未改变位垒高度。



图 3 (在线彩图) 与图 2 类似, E = 150 MeV 时, 体系的位势 (a) 和熵势 (b)

图4 给出了当LDP 取Ignatyuk 参数时,利用 CDSM 模型计算的断前中子多重性 (M_n)。从图4(a) 可以看出,当核耗散取 OBD 参数时,在裂变的第一阶 段 (基态到鞍点)内,壳修正并没有改变断前中子发射 的同位素效应,即断前中子发射随着 (同位素的)质量 数增加而增强的规律。在中低能区 ($E_{exc} < 100$ MeV), 考虑 DDSC 计算的 209,213 Fr 的 M_n 要少于无壳修正情 况平均约为0.2;而对 217 Fr,在两种情况下计算的 M_n 几乎相同。在高能区 ($E_{exc} \ge 100$ MeV),考虑 DDSC 计算的 M_n 要比无壳修正平均多0.3,而对 217 Fr,前者 比后者少0.4。在第一阶段内,由形变无关的壳修正计 算的 M_n 整体要多于无壳修正。此外在中低能区,考 虑 DDSC 的计算值要少于形变无关的壳修正,在高能 区上述规律正好相反;而对 217 Fr,由前者的计算要小 于后者。

从图4(b)可以看出,在裂变的第二阶段(鞍点到 断点间),无壳修正时,利用CDSM计算的断前中子 发射并未展现出同位素效应。与第一阶段不同的是, 在中低能区,壳修正的作用也并不明显;而在高能 区,考虑DDSC计算的^{209,213}Fr的*M*_n要少于形变无 关的壳修正,而对²¹⁷Fr则恰好相反。这些规律与第 一阶段的结果正好相反,不同方案间的计算差值相对 要小于第一阶段。此外,还可以看出的是,在较高能 区 ($E_{exc} \ge 120$ MeV),利用两种方案对²¹³Fr 的计算差 值超出了实验观测的误差范围 (约0.5)。这在一定程度 上暗示了在模拟热核的断前中子发射时,考虑壳修正形 变关系的重要性。综合两阶段断前中子的发射,当核耗 散取 OBD 参数时,从图 4(c)可以看出,壳修正并未改 变断前中子发射的同位素效应,在中低能区考虑 DDSC 计算的 M_n 要少于形变无关的壳修正,但两种方案间的 计算差值在实验误差范围内,这说明断前中子发射的规 律受控于第一阶段,并进一步指出了鞍点位置的重要 性^[19]。

当核耗散采用 SPS 参数时,从图 4(d)可以看出在 第一阶段,利用无壳修正和形变无关的壳修正的 CDSM 模拟的断前中子的发射仍展现出同位素效应,而利用 包含了 DDSC 的 CDSM 的模拟不能得到该规律,因为 此时^{209,213}Fr 两同位素间的 *M*_n 差值远小于实验误差 范围。与采用 OBD 参数相同的是,考虑了 DDSC 计算 的 *M*_n 在整个能区范围内都低于形变无关的壳修正,不 同之处在于两种方案间的计算差值明显超过了实验误差 范围,特别地对²¹³Fr,该差值约为其他两同位素的1.5



图 4 (在线彩图) 分别采用 OBD 耗散 (a) 和 SPS 耗散 (b) 计算的 ^{209,213,217} Fr 的断前中子多重性

倍。从图4(e)可以看出在第二阶段,与采用OBD参数 所不同,考虑DDSC计算的*M*_n在中高能区普遍大于形 变无关的壳修正,且两种方案间的差值已经接近甚至 超出实验误差范围。对²¹³Fr,该差值约为其他两同位 素的2倍,已经超过了实验误差范围,但总的看来两种 方案间的差值要小于第一阶段。与采用OBD参数相同 之处在于,第二阶段的规律与第一阶段相反。综合两阶 段,从图4(f)可以看出,当核耗散采用SPS参数时,在 中低能区考虑了DDSC的模拟未能展示断前中子发射 的同位素效应。上述现象说明在研究壳修正对断前中子 发射的影响时,除了要考虑壳修正的形变关系,还必须 考虑核耗散形变关系的影响。对此,我们可从TDF与 核阻尼间的竞争来理解。

结合图 1, 从图 5 可以看出 DDSC 在拉伸空间 $q \in$ [0.31,0.35] 和 $q \in$ [0.375,0.39] 内极大地增强了 TDF。 在前一区间内,这将使得反应体系加速形成复合核;而 在后一区间,这将导致核裂变加速,进而将减弱在第一 阶段内的中子发射。对此,可通过比较图 4(a), (d) 的 结果得到证实。对比图4(a),(d)两图可知,在第一阶段内,SPS核耗散平均强度远低于OBD核耗散^[8],这相当于在较小"本底"(核阻尼)情况下,因DDSC引起的TDF增强对中子发射的作用会更加明显;壳修正作用越强,对中子发射的减弱就越明显,如图4(d)所示,²¹³Fr的*M*_n的减少约为^{209,217}Fr的1/2。前面已经指出,DDSC升高了3个系统的裂变位垒,这在一定程度上会稍微延缓第一阶段的核裂变进程,进而增强中子发射,该作用将适当抵消因TDF增强而引起的中子发射的减弱,但在第一阶段内,TDF 与核阻尼的竞争仍将主导断前中子的发射。

从图5还可以看出,在第二阶段内,DDSC对TDF 几乎没有影响。相比于第一阶段,裂变位垒的改变对断 前中子发射的影响将更为显著。裂变位垒的升高将阻 碍热核的集体运动,位垒升高得越明显,阻碍作用就越 强,这将造成热核在达到鞍点后具有相对较弱的集体 运动趋势,从而延缓了第二阶段的裂变进程,对此可 从图4(e)得到证实。从图4(e)可以看出,在中高能区,



图 5 (在线彩图) OBD 耗散 (a) 和 SPS 耗散 (b) 对应的 3 个体系的 TDF

DDSC 引起了中子发射的增强,但该现象对²¹³Fr 要 比^{209,217}Fr 更明显,考虑DDSC 的计算值与无壳修正 计算值间的差值甚至超出了实验误差范围。此外,通 过对比图4(b),(e)可知,在第二阶段内断前中子的发 射仍然受到 TDF和核阻尼竞争的制约。从图5 可看出, 在第二阶段 OBD 核耗散对应的 TDF 要强于 SPS 核耗 散,而由于 OBD 核耗散对应的 TDF 与核阻尼的竞争要 强于后者,从而使得由前者计算的 *M*_n 少于后者。从 图4(b)可以看出,在选取 OBD 核耗散参数时,TDF 和核阻尼的竞争逆转了因裂变位垒升高而引起的断前 中子发射的增强。结合第一阶段,从图4(c),(f)可以看 出,TDF 与核阻尼的竞争支配着整个裂变过程中的断 前中子发射。

从图5还可以看出,形变无关壳修正对TDF没有 影响,且该结论并不依赖于核耗散形式。考虑到形变无 关的壳修正降低了3个同位素的裂变位垒,依据影响断 前中子发射的两规律我们可以推测在裂变的第一阶段, 断前中子发射应当减弱,然而该推测明显与图4(a),(b) 的计算结果相反,这一矛盾说明了在研究壳修正对热核 退激的影响时,不考虑形变关系是一种非常形式化的处 理方式,因此在考查壳修正的作用时,必须考虑其形变 关系。此外,从图4(c),(f)可以看出,采用OBD核耗 散的模拟较好地重现了中能区的实验结果,但在低能区 低估了 *M*_n,而当采用 SPS 核耗散时正好与之相反,需 要指出对实验结果的更好重现可通过合理选择参数组来 实现^[20],这将是我们后续的工作内容。

4 总结

为了研究壳修正对中子126壳层附近热核的断前 中子发射的同位素效应,我们在 CDSM 框架内引入了 一种 DDSC 方法,并将之应用于模拟热核^{209,213,217}Fr 的退激过程。为了系统研究,形变无关的壳修正也被 采用。计算结果表明,相比于无壳修正,在低能区, DDSC升高了热核的裂变位垒,且²¹³Fr裂变位垒的改 变是其他两同位素的2倍,而形变无关的壳修正则得到 了相反的结果。在中高能区,壳修正对位垒构形没有 影响。当核耗散取OBD参数时,在裂变的第一阶段, DDSC 并没有改变断前中子发射的同位素效应,而当核 耗散取 SPS 参数时不能反映该规律。为了更深入地研究 壳修正对断前中子发射的影响,我们结合裂变位垒的改 变以及 TDF 与核阻尼的竞争进行了细致分析。计算结 果表明,在裂变的第一阶段,TDF与核阻尼的竞争将 减弱中子的发射,尽管裂变位垒的升高能适当抵消上述 作用,但整体规律受前者支配;在裂变的第二阶段,当 核耗散取SPS参数时,由于裂变位垒的升高阻碍了热核 的集体运动,从而增强了中子的发射;而对OBD核耗 散,由于其平均强度在该阶段远小于 SPS,所以该规律 受到了 TDF 与核阻尼竞争的反制。形变无关的壳修正 降低了热核的裂变位垒,模拟结果违背了两种规律的推 测,该矛盾强调了在研究壳修正作用时考虑其形变关系 的重要性。

参考文献:

- FRÖBRICH P, GONTCHAR I I, MAVLITOV N D. Nucl Phys A, 1993, **556**: 281; FRÖBRICH P, GONTCHAR I I. Phys Rep, 1998, **292**: 131.
- [2] FRÖBRICH P. Nucl Phys A, 2007, **787**: 170c.
- [3] STILLINGER F H. Energy Landscapes, Inherent Structures, and Condensed-Matter Phenomena[M]. Princeton: Princeton University Press, 2016.
- [4] STRUTINSKY V M. Nucl Phys A, 1967, 95: 420; *ibid*, 1968, 122: 1.

- [5] BRACK M, DAMGAARD J, JENSEN A S, et al. Rev Mod Phys, 1972, 44: 320.
- [6] KUMAR N, MOHSINA S, SADHUKHAN J, et al. Phys Rev C, 2017, 96: 034614.
- [7] WANG N, YE W. Phys Rev C, 2018, 97: 014603.
- [8] MAO Y C, WAN S Y, LIU R, et al. Nuclear Physics Review, 2013, 30(3): 364. (in Chinese)
 (毛英臣, 宛素钰, 刘锐, 等. 原子核物理评论, 2013, 30(3): 364.)
- [9] BLOCKI J, BONEH Y, NIX J R, et al, Ann Phys, 1978, 113: 330; Feldmeier H. Rep Prog Phys, 1987, 50: 915.
- [10] GONTCHAR I I, MAVLITOV N D, FRÖBRICH P. Comput Phys Commun, 1997, 107: 223.
- [11] IGNATYUK A V, STAVINSKII S. Sov J Nucl Phys, 1969, 8: 660.
- [12] MYERS W D, SWIATECKI W J. Nucl Phys A, 1966, 81:
 1; MYERS W D. Droplet Model of Atomic Nuclei[M]. New York: Plenum, 1977.
- [13] HASSE R W, MYERS W D. Geometrical Relationships of Macroscopic Nuclear Physics[M]. Berlin: Springer, 1988.
- [14] IGNATYUK A V, SHUBIN YU N, TISHIN A S. Sov J Nucl

Phys, 1975, **21**: 255.

[15] MAO Y C, WANG S J, SUN M, et al. J Liaoning Norm Univ (Sci), 2016, **39**(4): 462.

(毛英臣, 王诗佳, 孙甍, 等. 辽宁师范大学学报(自然科学版), 2016, **39**(4): 462.)

[16] SANDAL R, BEHERA B R, SINGH V J, et al. Phys Rev C, 2013, 87: 014604; YE W. Chin Phys C, 2003, 27(3): 233. (in Chinese)

(叶巍. 高能物理与核物理, 2003, 27(3): 233.)

- [17] SANDAL R, BEHERA B R, KAUR M, et al. Phys Rev C, 2012, 86: 014609.
- [18] MÖLLER P, MYERS W D, SWIATECKI W J, et al. At Data & Nucl Data Tables, 1988, 39: 225.
- BAO J D, JIA Y. Phys Rev C, 2004, 69: 027602; JIA Y,
 BAO J D. Nuclear Physics Review, 2004, 21(4): 385. (in Chinese)

(贾莹,包景东.原子核物理评论,2004,21(4):385.)

[20] MAO Y C, GU B P. J Phys G: Nucl Part Phys, 2006, 32: 2109.

Effects of Deformation-dependent Shell Correction on Isotope Effect of Emission of Prescission Neutron near Neutron 126 Closure-shell

LIU Xin^{1,2}, XI Yurong¹, ZHU Qiaodi¹, CHI Meng¹, ZHAO Zenan¹, MAO Yingchen^{1,†}

(1. School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, Liaoning, China;
 2. School of Foundational Sciences, China Medical University, Shenyang 110122, China)

Abstract: The effect of deformation-dependent shell correction (DDSC) on the emission of prescission neutron (EPN) is studied within a dynamical and statistical model for three isotopes of 209,213,217 Fr near the neutron 126 closure-shell. The results show that the fission barriers are enhanced with DDSC, and the increment of 213 Fr is almost 2 times those of 209,217 Fr, but those saddle points are not changed. Although the enhancement of fission barrier delays nuclear fission, the fission dynamics process is controlled by the competition between thermodynamic driving force (TDF) and nuclear damping, so the deformation-dependence of nuclear dissipation must be considered in order to extract the role of shell correction. The shell correction doesn't alter isotope effect of EPN with OBD nuclear dissipation in the first phase of nuclear fission, but the rule does not been exhibited because that there is abnormal enhancement of TDF using SPS nuclear dissipation. The increment of EPN caused by the rise of fission barrier is countered by the competition between TDF and nuclear damping in the second phase of nuclear fission, hence the effect of EPN cannot exhibit. The effect of DDSC on EPN near the neutron 126 closure-shell is dominated by the rules in the first phase of nuclear fission.

Key words: shell correction; thermodynamic driving force; nuclear dissipation; level density parameter

Received date: 31 Mar. 2018; Revised date: 26 Apr. 2018

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11447019, 11505724, 11375080)

[†] Corresponding author: MAO Yingchen, E-mail: myc@lnnu.edu.cn.