

文章编号: 1007-4627(2018)02-0133-07

色味连锁夸克物质中的涡旋

彭富平, 吴云奔, 张小兵[†]

(南开大学物理学院, 天津 300071)

摘要: 夸克物质在不同的温度和重子数密度下表现出丰富的相结构。高密低温情况下, 夸克物质的基态是色味连锁相。介绍了金兹堡-朗道理论以及色味连锁夸克物质中的各种涡旋态(特别是准超流涡旋), 并讨论了磁场和自转对准超流涡旋的影响。由于致密星核心内部有可能形成准超流涡旋, 这一结果对致密星体的研究具有现实意义。如果将温度、夸克质量等因素考虑在内, 研究夸克物质中涡旋结构的性质将为诸如致密星物理实验等相关的领域提供新的视角。

关键词: 色味连锁物质; 涡旋; 金兹堡-朗道理论; 致密夸克星核心

中图分类号: O572.24⁺³ **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.35.02.133

1 引言

近几十年的研究表明, 夸克物质在有限温度和重子数密度下表现出丰富的相结构。而在高密和低温情况下, 量子色动力学(Quantum Chromodynamic, QCD)具有渐进自由的特性, 可以通过微扰 QCD 来研究夸克胶子间的相互作用。在由夸克形成的弱耦合的费米子液体中, 夸克之间的相互作用主要由单胶子交换描述。而夸克之间的单胶子交换诱导的吸引相互作用决定了夸克会在费米面附近形成配对来降低系统的自由能。此时, 夸克物质将会出现由双夸克凝聚(diquark condensate)构成的色超导体^[1-4]。此色超导体本质上类似于电子费米面不稳定所导致的普通超导体。当 u, d, s 夸克的流质量跟核子数密度相比相距甚大的情况下, 可以认为它们的质量近似为零, 在这样一个渐近自由区域, 普遍认为最稳定的基态是色味连锁相(color-flavor locked phase, CFL phase), 它有着自旋为零且对色和味都反对称的双夸克凝聚。此外, 如果将奇异夸克的质量的效应计入, 将会有更为复杂的相出现, 例如二色二味的色超导相(2SC)和 K 模凝聚的连锁相(CFLK)。QCD 物质相结构的相关文献, 可以查阅文献^[5-8]。

另一方面, 拓扑孤立子(特别是涡旋态)的性质是凝聚态物理中的热点课题^[9]。实验发现它们在物质的相变过程中起着关键性的作用, 例如超流体中的玻色爱因斯坦凝聚(Bose-Einstein condensates, BEC)^[10, 11]和费米子气体^[12]中的 BEC-BCS (Bardeen-

Cooper-Schrieffer) 之间的跃渡(crossover)。事实上强相互作用物质中也存在类似的拓扑孤立子, 对这一课题的研究拓展了夸克物质理论的研究领域, 也与探索夸克物质的存在有着紧密联系(例如在高能重离子碰撞实验^[13]和致密星内中, 探索夸克涡旋态^[14]已成为热点)。

2 色味连锁物质的金兹堡-朗道理论以及其中的拓扑涡旋结构

众所周知, 金兹堡-朗道(Ginzburg-Landau, GL)理论可作为研究超导体的一种手段^[15]。其核心是, 二级相变系综的热力学势可以在超导态和普通金属态临界点附近用序参量及序参量导数为系数的幂级数展开。

下面我们用 GL 理论来讨论色味连锁物质。在色味物质中, 双夸克凝聚可以很好地作为金兹堡-朗道理论的序参量^[16], 其双夸克凝聚表示为

$$(\Phi_L)_a^A \sim \epsilon_{abc} \epsilon_{ABC} \langle (q_L)_b^B C(q_L)_c^C \rangle, \quad (1)$$

$$(\Phi_R)_a^A \sim \epsilon_{abc} \epsilon_{ABC} \langle (q_R)_b^B C(q_R)_c^C \rangle, \quad (2)$$

其中 $q_{L,R}$ 代表左、右夸克, 色指标 $a, b, c = 1, 2, 3 = r, g, b$, 味指标 $A, B, C = 1, 2, 3 = u, d, s$, C 是电荷共轭算符。对于色对称性 $SU(3)_C$, 味对称性 $SU(3)_L \times SU(3)_R$ 和 $U(1)_B$ 对称性作用在 Φ_L 和 Φ_R 可以表示为

$$\Phi_L \rightarrow e^{i\theta_B U_C} \Phi_L U_L, \quad (3)$$

$$\Phi_R \rightarrow e^{i\theta_B U_C} \Phi_R U_R, \quad (4)$$

收稿日期: 2017-12-28; 修改日期: 2018-02-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10875058)

作者简介: 彭富平(1990-), 男, 江西丰城人, 博士研究生, 从事夸克物质的研究; E-mail: penfuping@mail.nankai.edu.cn

[†] 通信作者: 张小兵, E-mail: zhangxb@nankai.edu.cn.

其中: $e^{i\theta_B} \in U(1)_B$, $U_C \in SU(3)_C$ 且 $U_{L,R} \in SU(3)_{L,R}$ 。

不失一般的, 令 $\Phi_L = -\Phi_R \equiv \Phi$, 则自由能可以表示为

$$\Omega = \text{Tr} \left[\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + K_3 D_\mu \Phi^\dagger D^\mu \Phi \right] + V, \quad (5)$$

势能项 V 为

$$V = \alpha \text{Tr}(\Phi^\dagger \Phi) + \beta_1 [\text{Tr}(\Phi^\dagger \Phi)]^2 + \beta_2 \text{Tr}[(\Phi^\dagger \Phi)^2] + \frac{3\alpha^2}{4(\beta_1 + \beta_2)}, \quad (6)$$

在式(5)中, 协变导数和胶子的场强度定义为 $D_\mu \Phi = \partial_\mu \Phi - ig_s A_\mu^a T^a \Phi$, T_a 为盖尔曼矩阵。 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig_s [A_\mu, A_\nu]$, 其中 g_s 为 $SU(3)_C$ 的耦合系数。 K_3 是刚度系数 (stiffness coefficient), 它与式(6)中的 α , β_1 和 β_2 构成 GL 理论的系数。 文献[16]给出了 α , β_1 , β_2 和 K_3 系数的数值结果

$$\alpha \sim \ln \frac{T}{T_c}, \quad \beta_1 = \beta_2 \sim \frac{7\zeta(3)}{8(\pi^2 T_c)^2}, \quad (7)$$

$$K_3 \sim \frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T_c^2}, \quad (8)$$

其中 T_c 为临界温度, $\zeta(3) = 1.2020 \dots$ 。

此时色味连锁物质的序参量 Φ 的对称性为

$$\Phi \rightarrow e^{i\theta_B} U_C \Phi U_F. \quad (9)$$

对称性自发破缺模式为 $G \rightarrow H$, 其中

$$G = \frac{SU(3)_C \times SU(3)_F \times U(1)_B}{(Z_3)_{C+B} \times (Z_3)_{F+B}}, \quad (10)$$

$$H = \frac{SU(3)_{C+F} \times (Z_3)_{C-F+B}}{(Z_3)_{C+B} \times (Z_3)_{F+B}} \simeq \frac{SU(3)_{C+F}}{(Z_3)_{C+F}}. \quad (11)$$

因此, 序参量的基态空间为

$$\frac{G}{H} \simeq \frac{SU(3)_{C-F} \times U(1)_B}{(Z_3)_{C-F+B}} \simeq U(3)_{C-F+B}. \quad (12)$$

如果将 $U(1)_A$ 对称性包括在内, 那么色味连锁物质完整的序参量空间为

$$\mathcal{M} = U(3)_{C-F+B} \times U(3)_{L-R+A}. \quad (13)$$

由于 $T < T_c$, GL 理论中的参数 α 为负值, 因此色味连锁物质的基态发生对称性自发破缺而获得非零值。 此时的色味连锁物质基态, 我们可以通过计算公式(5)的极值得到

$$\Phi = \text{diag}(v, v, v), \quad v = \sqrt{\frac{-\alpha}{8\beta}}. \quad (14)$$

根据序参量 Φ 的对称性且暂时不考虑 $U(1)_A$ 对称性, Φ 可在真空基态下展开为

$$\Phi = v 1_3 + \frac{\phi + i\varphi}{\sqrt{2}} 1_3 + \frac{\chi^a + i\zeta^a}{\sqrt{2}} T^a, \quad (15)$$

式子中 1_3 代表的是 3×3 单位对角元矩阵, ϕ 和 χ 分别为 $U(1)_B$ 和 $SU(3)_{C+F}$ Higgs 场, φ 和 ζ 分别是 $U(1)_B$ 和 $SU(3)_{C+F}$ 的 NG(Nambu Goldstone) 场。

利用 Higgs 机制得到

$$m_A^2 = 2g_s^2 v^2 K_3, \quad m_\phi^2 = \frac{-2\alpha}{K_3}, \quad m_\varphi^2 = 0, \quad m_\chi^2 = \frac{4\beta_2 v^2}{K_3}, \quad (16)$$

$SU(3)_C$ 规范场 A_i 通过 Higgs 机制规范掉 NG 场 ζ , 其质量规范玻色子 (胶子) 获得了质量 m_A ; m_ϕ 和 m_χ 分别是 Higgs 场 ϕ 和 χ 的玻色子质量; 由于 φ 是 $U(1)_B$ 破缺产的 NG 场, 其相应的 NG 模是无质量的。 以此为基础, 势能项(6)可以用这些准粒子的质量谱表示为

$$V = \frac{m_\phi^2}{12v^2} K_3 (\text{Tr}[\Phi^\dagger \Phi - v^2])^2 + \frac{m_\chi^2}{4v^2} \text{Tr}[(\Phi^\dagger \Phi)], \quad (17)$$

第一项代表的是求迹贡献, 第二项中 $\langle \cdot \rangle$ 是非迹贡献。 对一个 $N \times N$ 矩阵 A , 其定义为 $\langle A \rangle = A - (1/N) \text{Tr} A$ 。

为了讨论的需要, 下面将简要介绍色味连锁物质几类涡旋。 最简单的超流涡旋是由公式(12)中的重子数自发性对称破缺引起的。 其序参量可写为

$$\Phi(x) = \phi(x) \frac{1_3}{\sqrt{3}}, \quad (18)$$

代入金兹堡-朗道自由能方程中并忽略一些不重要的常数项可得,

$$\Omega = 3K_3 \left(|\partial_0 \phi|^2 - \frac{1}{3} |\partial_i \phi|^2 \right) - \left(\alpha |\phi|^2 + \frac{4\beta}{3} |\phi|^4 \right) + \frac{3\alpha^2}{16\beta}. \quad (19)$$

由于 $U(1)_B$ 为非平庸的一阶同伦群, 因此存在拓扑稳定的量子数为整数 k 的涡旋。 出于简单化的考虑, 我们将仅给出 $k = 1$ 的情况。 当系统处于基态时 $\Phi_0 = \text{diag}(v, v, v)$, 假设在柱坐标系下, 涡旋沿着 z 轴方向, 可给出涡旋的表达式为

$$\phi(r, \theta) = \sqrt{3} v f(r) e^{i\theta}. \quad (20)$$

将涡旋的表达式代回系统的自由能, 由 Euler-Lagrange 方程可得涡旋的形状函数

$$K_3 \left(f'' + \frac{f'}{r} \right) - \frac{K_3}{r^2} f - (\alpha + 8\beta v^2 f^2) f = 0, \quad (21)$$

其中涡旋的边界条件为

$$f(0) = 0, \quad f(\infty) = 1, \quad (22)$$

这个边界条件目的是保证涡旋解在无穷远处回到各相同性相且在零点时 $U(1)_B$ 对称性得到恢复。联立公式 (21, 22) 可以得到形状函数 f 和涡旋半径 r 的关系。此外我们还给出 $U(1)_B$ 涡旋的张力能量 (Tension energy)

$$\mathcal{T} \simeq 6\pi v^2 K_3 \ln \frac{L}{R} + \dots, \quad (23)$$

其中 L 代表的是系统的尺寸, 而 R 代表的是涡旋的尺寸与 m_ϕ^{-1} 成比例关系。

实际上 $U(1)_B$ 超流涡旋在色味连锁相中并不是最稳定的拓扑结构, 而极有可能是接下来将重点介绍和讨论的一类准超流涡旋。此类涡旋是近几年十分热门的话题, 不同于之前我们介绍的由 $U(1)$ 阿贝尔群所产生的涡旋, 这类涡旋不仅有 $U(1)$ 阿贝尔群的参与而且有 $SU(3)_C$ 非阿贝尔群。它们的特征主要体现在对角元上的形状函数并不一致, 也被称为非阿贝尔涡旋。

这类涡旋结构是首先由文献[17–19]中提出。文献[17]利用 $SU(3)_C$ 对称群的第八生成元和 $U(1)_B$ 生成元给出两组色味连锁物质中的准超流涡旋构造形式 M_1 和 M_2 。其中 M_1 涡旋解写为

$$\Phi(r, \theta) = v \begin{pmatrix} e^{i\theta} f(r) & 0 & 0 \\ 0 & g(r) & 0 \\ 0 & 0 & g(r) \end{pmatrix} \quad (24)$$

和

$$A_i(r, \theta) = \frac{\epsilon_{ij} x^j}{g_s r^2} (1 - h(r)) \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}, \quad (25)$$

其中 f 和 g 函数均为无量纲的形状波函数。

另一组涡旋解 M_2 为

$$\Phi(r, \theta) = v \begin{pmatrix} g(r) & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\theta} f(r) & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\theta} f(r) \end{pmatrix} \quad (26)$$

和

$$A_i(r, \theta) = \frac{\epsilon_{ij} x^j}{g_s r^2} (1 - h(r)) \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

它们的边界条件都为

$$f(\infty) = 1, \quad g(\infty) = 1, \quad h(\infty) = 0, \quad (28)$$

$$f(0) = 0, \quad g(0) = 0, \quad h(0) = 1. \quad (29)$$

作为比较, 准超流涡旋 M_1 的张力能量被给出为

$$\mathcal{T}_1 \simeq \frac{1}{9} \times 6\pi v^2 K_3 \ln \frac{L}{R}, \quad (30)$$

类似的, M_2 的张力能量为

$$\mathcal{T}_2 \simeq \frac{4}{9} \times 6\pi v^2 K_3 \ln \frac{L}{R}. \quad (31)$$

M_2 的能量为 M_1 的 4 倍, 但都小于 $U(1)_B$ 涡旋的能量。因此准超流涡旋在色味连锁物质中较 $U(1)_B$ 涡旋稳定。

最后, 在色味连锁物质中另一类典型的拓扑结构是 $U(1)_A$ 轴涡旋。其产生于轴反常所导致的 $U(1)_A$ 明显破缺。不同于平凡的 $U(1)_B$ 超流涡旋, $U(1)_A$ 的拓扑结构在轴反常作用较大时表现为畴壁结构, 而在轴反常作用较小时可近似看作 $U(1)$ 涡旋。事实上, 高密 QCD 中存在着丰富的拓扑涡旋结构, 部分典型涡旋态如表 1 所列, 详细可参考文献[14]。

表 1 高密 QCD 中的拓扑涡旋

序参量空间	夸克物质相	涡旋
$U(1)_B$	CFL	超流涡旋
$U(1)_A$	CFL	畴壁或轴涡旋
$U(3)_{C-F+B}$	CFL	准超流涡旋
$U(1)_A$	2SC	畴壁
$U(1)_Y$	CFLK	超荷涡旋

3 致密星体中磁场和转动对色味连锁涡旋态的影响

在自然界中, 致密星可能是探索色味连锁物质是否存在的“实验室”。致密星核心内部有着极高的磁场。通过软伽玛中继器 (SGR) 和反常 X-射线的脉冲星 (AXP) 的自转速率下降乃至反常 X-射线的脉冲星的流明等天文观测结果, 可以得知致密星表面有着 $10^{14} \sim 10^{16}$ G 磁场^[20–22]。加之星体的介质有着极高的电导率, 星体的磁通量应该守恒, 进而可以很自然地预期致密星的内部有着远大于表面的磁场。然而致密星的核心内部磁场不能直接被观测, 因此只能通过试探法来估计它们的值。文献[23, 24]基于宏观和微观分析的估计并考虑重力束缚和自束缚, 得出了致密星的核心有着高达 $10^{18} \sim 10^{20}$ G 的磁场 (结果的量级取决于致密星体内部的组成是中子还是夸克)。

我们需要注意的是色味连锁相中电磁场并不是通常意义上的电磁场, 而是电磁场跟胶子场混合所产生的旋转电磁场。这种混合类似于在电弱理论中光子玻色子与 W -玻色子之间发生的混合。尽管 $U(1)_{EM}$ 由于色味

连锁相的出现而发生破缺，但是仍然保留了 $U(1)_{\tilde{Q}}$ 对称性。 $U(1)_{\tilde{Q}}$ 的不变性导致了无质量旋转电磁场

$$\tilde{A}_\mu^{EM} = \cos\theta A_\mu^{EM} - \sin\theta A_\mu^8, \quad (32)$$

和有质量的旋转胶子场

$$\tilde{A}_\mu^8 = \sin\theta A_\mu^{EM} + \cos\theta A_\mu^8, \quad (33)$$

其中混合角 θ 类似于电弱理论中的温伯格角。当强相互作用的耦合系数远大于电磁相互作用的耦合系数的情况下将会有 $A_\mu^{EM} \simeq \tilde{A}_\mu^{EM}$ ，即通常电磁场可以近似等同于旋转电磁场。 $U(1)_{\tilde{Q}}$ 对称性的生成元在色味空间可以给定 $\tilde{Q} = Q \otimes \mathbf{1}_3 + \mathbf{1}_3 \otimes T_8 / \sqrt{3}$ 。其中 Q 是通常意义下夸克的电荷算符而 T_8 代表的是 Gell-Mann 矩阵。表 2 给出了夸克的旋转电荷在 $U(1)_{\tilde{Q}}$ 的规范耦合常数 \tilde{e} ($\tilde{e} = e \cos\theta$) 单位下的表示。

表 2 色味夸克的旋转电荷表示

s_b	s_g	s_r	d_b	d_g	d_r	u_b	u_g	u_r
0	0	-1	0	0	-1	1	1	0

作为一个典型的应用，我们将讨论磁场对准超流涡旋的影响。根据公式 (1) 中双夸克凝聚的夸克表示以及表 2 给定夸克的旋转电荷数，定性上我们可以期待带有旋转电荷的 Φ_{22} 和 Φ_{33} 将受到旋转磁场的影响。

这里将使用我们在文章[25]中所建立的磁场相关系数的 GL 理论。既然 NG 模和 Higgs 模是 GL 理论的基本量子激发，我们这里重点关注磁场对它们的影响。当磁场 \tilde{B} 引入，带电 NG 模质量在最低朗道能级可描述为

$$m_{\chi^c}^2 \simeq \frac{1}{3} \tilde{e} \tilde{B}. \quad (34)$$

其相应的带电 Higgs 模的质量为

$$m_{\zeta^c}^2 \simeq m_{\zeta^n}^2 - \frac{1}{3} \tilde{e} \tilde{B}, \quad (35)$$

其中 m_{ζ^n} 为中性 Higgs 模的质量。

我们将公式 (35) 代入系统的自由能的质量谱表示中，将会多出一个跟磁场相关 $\Phi \sim \tilde{B}$ 项，在文献[25]给出为

$$\frac{\tilde{e} \tilde{B}}{12v^2} K_3 \text{Tr} \left[\langle \Phi^\dagger \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Phi \rangle^2 \right]. \quad (36)$$

形状函数和张力能量能够反映涡旋态的重要性质。我们下面将利用公式 (36) 具体计算色味连锁相中准超流涡旋的形状函数和张量能量。

由于准超流涡旋中的 $g(r)$ 形状函数变化幅度远小于 $f(r)$ 形状函数，形状函数 $g(r)$ 通常可近似取作 1。这里再将 M_1 涡旋和 M_2 涡旋解的简化形式代入，根据 Euler-Lagrange 方程，我们可求得 M_1 涡旋的形状函数和 M_2 涡旋的形状函数

$$f'' + \frac{f'}{r} - \frac{f}{r^2} \left(\frac{4h}{3} - 1 \right)^2 - (2m_\zeta^2 + m_\phi^2) \frac{(f^3 - f)}{6} = 0, \quad (37)$$

$$h'' - \frac{h'}{r} + 2m_A^2 \left[\frac{f^2}{3} - \frac{(2f^2 + 1)h}{9} \right] = 0, \quad (38)$$

$$f'' + \frac{f'}{r} - \frac{f(\frac{h}{3} + 1)^2}{r^2} + \frac{m_\zeta^2(f - f^3)}{6} + \frac{f^3 \tilde{e} \tilde{B} + m_\phi^2(f^3 - f)}{18} = 0, \quad (39)$$

$$h'' - \frac{h'}{r} + 2m_A^2 \left[\frac{f^2}{3} - \frac{(f^2 + 2)h}{9} \right] = 0. \quad (40)$$

从公式 (37,38) 可以看出 M_1 涡旋的 f 形状函数和 h 形状函数中不存在磁场相关系数，故而不受磁场影响。对于 M_2 涡旋，它的 f 形状函数中存在着磁场相关系数，因此受到磁场的影响；而 h 形状函数因 f 形状函数的作用而间接受到磁场影响。

在图 1 我们仅给出 M_2 涡旋的 f 形状函数和 h 形状函数在磁场作用下的结果 (图中的参数 $\lambda = \frac{\tilde{e} \tilde{B}}{12v^2}$)，并比较了磁场为零的情况与磁场非零的情况下 f 和 h 形状函数的变化情况。其中磁场的增大 (λ 系数的变大) 将导致 f 形状函数更快趋于它的渐进值。这意味着 M_2 涡旋尺寸随磁场变大而变小。

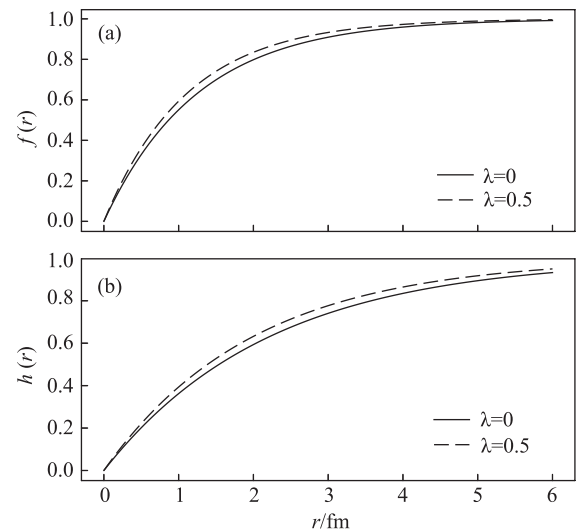


图 1 M_2 涡旋的 f 形状函数 (a) 及 h 形状函数 (b)

接下来我们将重点关注磁场对这些涡旋的张力能量影响。根据涡旋的张力能量在柱坐标系下的能量形式 $\mathcal{T} = \int_0^{2\pi} \int_R^L \Omega r dr d\theta$, 我们由此可给出 M_1 和 M_2 涡旋在磁场影响下的张力能量为

$$\mathcal{T}_1 \sim 2\pi v^2 K_3 \frac{1}{3} \ln \frac{L}{R}, \quad (41)$$

$$\mathcal{T}_2 \sim 2\pi v^2 K_3 \left[\frac{4}{3} \ln \frac{L}{R} - \frac{\tilde{\epsilon}\tilde{B}}{36} (L^2 - R^2) \right]. \quad (42)$$

从图 2 可以看出, M_1 涡旋的能量没有受到磁场影响。它的渐进行为依旧是对数发散。对于 M_2 涡旋, 一方面它的能量行为不再对数发散。另一方面, 磁场的增大导致 M_2 涡旋的能量相对减小。当 M_2 涡旋的能量小于 M_2 涡旋的能量时, 在合适的磁场范围内将有利于 M_2 涡旋的生成甚至有可能形成以 M_2 涡旋为主的涡旋格点。

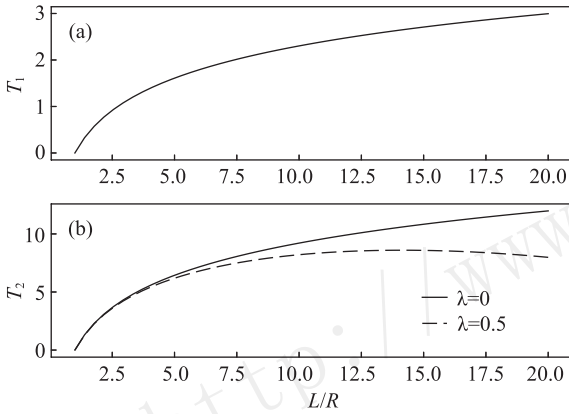


图 2 M_1 涡旋 (a) 和 M_2 涡旋 (b) 在磁场作用下的张力能量

现在我们将讨论上述结果在具有色味连锁夸克物质的致密星中的意义。

首先上述结论只能在带电 Higgs 模的质量不为负数的情况下成立, 即 $\tilde{\epsilon}\tilde{B} < 12v^2$ 。在给定真空期待值为 $v = 20 \sim 50$ MeV, 磁场范围估计在小于 $10^{17} \sim 10^{18}$ G。这在致密星体意义下是一个较强的磁场。

其次, 致密星体的自转是除磁场外另一个不可忽视的因素。对于这方面的研究和讨论有很多, 使用的模型理论也不尽相同。尽管致密星体的自转速率较高, 但非相对论模型不失一种适用的讨论手段 (详见文献[26]的讨论)。特别是非相对论模型较为简单, 方便给出我们所需要的结果。这里我们将采用的是非相对论模型, 其中文献[27]给出了单个超流涡旋在转动作用下的能量形式

$$\mathcal{E} = \frac{\rho n^2}{4\pi} \ln \left(\frac{L}{R} \right) - \frac{1}{2} \omega n \rho L^2, \quad (43)$$

其中 ω , n , ρ 分别代表转动速率、绕转数和涡旋数密度。我们可以根据 M_1 和 M_2 涡旋的绕转数可推广出它们在磁场和转动共同作用下的能量形式:

$$\mathcal{E}_1 = \frac{\rho}{36\pi} \ln \left(\frac{L}{R} \right) - \frac{1}{6} \omega \rho L^2, \quad (44)$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\rho}{9\pi} \ln \left(\frac{L}{R} \right) - \frac{1}{3} \omega \rho L^2 - \frac{\tilde{\epsilon}\tilde{B}}{432} (L^2 - R^2). \quad (45)$$

当上述能量小于零时, 系统更倾向涡旋的生成。由此可给出相应涡旋生成的所需最低转动速率

$$\omega_1 = \frac{1}{6\pi L^2} \ln \left(\frac{L}{R} \right), \quad (46)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{3\pi L^2} \ln \left(\frac{L}{R} \right) - \frac{\tilde{\epsilon}\tilde{B}}{144\rho} \left(1 - \frac{R^2}{L^2} \right). \quad (47)$$

可以看出 M_2 涡旋所需最低转动速率随磁场的增大而减小。这意味着磁场使得 M_2 涡旋相对容易生成。

最后, 具有夸克芯的致密星体及其涡旋态在其中的实现仍然是一个开放问题, 必须考虑致密星体的夸克模型。而我们采用的 GL 方法本身是模型无关, 在此情况下, 有如下两个方面需要考虑。

(i) 奇异夸克质量效应

在致密星体核心处, 奇异夸克质量可以因为内部核心的夸克化学势较大而被忽略。然而在致密星体的壳层以及中间区域, 这里的夸克化学势的量级不足以忽视奇异夸克质量的效应。一方面, 当奇异夸克质量效应作为小的微扰作用引入, 色味连锁物质将倾向某种的准超流涡旋生成^[14]。另一方面, 当奇异夸克质量效应大小足以使得高密 QCD 物质出现类似 2SC 和 CFLK 等相。它们不仅有类似于色味连锁相中的超流涡旋结构, 而且还可能存在一类叫着涡环 (vorton) 的拓扑结构。详细介绍可参阅文献[28]。

(ii) 极强磁场下的新物理

在上述讨论中, 磁场尚未达到致密星内部的理论估计的最大值。磁场的进一步增大将会导致原有的 $U(3)_{C-F+B}$ 序参量空间的完全破缺^[29], 上述准超流涡旋将因此消逝。另一方面, 随着磁场进一步的增大, 色味连锁夸克物质中的胶子的作用愈发重要。事实上电磁场和胶子场的耦合, 不仅会使得夸克具有旋转电荷, 同样使得胶子具有旋转电荷。文献[30]指出这种带着旋转电荷的胶子场有着随磁场下降的质量系数, 并在大致 $10^{18} \sim 10^{19}$ G 的强磁场条件下变为负数, 相应的对称性发生自发破缺, 带电胶子场因而发生凝聚。为了移除磁场所导致的不稳定性, 一种周期排列的带着旋转电荷的胶子涡旋生成在垂直于磁场方向的平面

上。此类涡旋的性质非常类似于普通II类超导所生成的Abrikosov 涡旋^[31]。本文仅考虑了夸克凝聚及其涡旋在致密星的作用，尚未考虑胶子凝聚以及可能与夸克凝聚的相互作用。

4 结束语

夸克物质及其相结构是高能物理领域中的前沿问题。相比于普通核物质，色味连锁相物质中的相互作用项可以由QCD的第一性原理直接描述，理论预言有着类似于普通超导体中库珀对的双夸克凝聚生成。本文主要介绍了色味连锁夸克物质中的 $U(1)_B$ 和 $U(1)_A$ 对称性的自发破缺产生的超流涡旋和 $SU(3)_C$ 对称性的破缺导致的非阿贝尔准超流涡旋。

另一方面，致密星天体可能是观察色味连锁物质的天然“实验室”。致密星内部有着极高的磁场和有利于实现各种涡旋态的高自转速率。因此研究磁场对色味连锁物质中涡旋影响具有现实意义。本文我们改进了过去有关磁场对色味连锁物质中涡旋影响的工作，并初步应用于致密星体的研究中。我们得出在合适的磁场范围内将有利于 M_2 涡旋的生成，同时也指出了自转和磁场在致密星体中的重要性。

然而在真实环境中，致密星体核心中具体有怎样的涡旋结构，是否影响致密星外部壳层结构和磁场大小，这些都值得我们下一步探索和研究。该领域作为一个新兴课题，不仅对于认识夸克的集体动力学和非微扰性质有积极的理论意义，同时对于验证色超导的存在和探索致密星物理学有着现实意义。我们希望通过本篇综述引起国内相关学者对此领域的关注。

参考文献:

- [1] ALFORD M, RAJAGOPAL K, WILCZEK F. *Phys Lett B*, 1998, **422**(1-4): 247.
- [2] SHIFMAN M. At The Frontier of Particle Physics: Handbook of QCD[M]. Sinapore: World Scientific, 2001.
- [3] IWASAKI M, IWADO T. *Phys Lett B*, 1995, **350**(2): 163.
- [4] RAPP R, SCH T, AUML, SHURYAK E, *et al.* *Phys Rev Lett*, 1997, **81**: 53.
- [5] ALFORD M, SCHMITT A, RAJAGOPAL K, *et al.* *Rev Mod Phys*, 2008, **80**: 1455.
- [6] FUKUSHIMA K, HATSUDA T. *Rept Prog Phys*, 2010, **74**(1): 14001.
- [7] RAJAGOPAL K, WILCZEK F. At The Frontier of Particle Physics[M]. Sinapore: World Scientific, 2001
- [8] GIANNAKIS I, REN H C. *Nucl Phys B*, 2003, **669**(3): 462.
- [9] MERMIN N D. *Rev Mod Phys*, 1979, **51**(3): 591.
- [10] VOLOVIK G E. The Universe in a Helium Droplet[M]. Oxford: Oxford University Press, 2009.
- [11] RAMAN C, ONOFRIO R, VOGELS J M, *et al.* *J Low Temp Phys*, 2001, **122**(1-2): 99.
- [12] ZWIERLEIN M W, ABO-SHAEER J R, SCHIROTZEK A, *et al.* *Nature*, 2005, **435**(7045): 1047.
- [13] PANG L G, PETERSEN H, WANG Q, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2016, **117**(19): 192301.
- [14] MINORU E, YUJI H, MUNETO N, *et al.* *Prog Theor Exp Phys*, 2014, **2014**(1): 165.
- [15] LIFSHITZ E M, PITAEVSKII L P. Course of Theoretical Physics: Statistical Physics: Theory of the Condensed State[M]. Sinapore: World Scientific, 1997.
- [16] GIANNAKIS I, REN H C. *Phys Rev D*, 2002, **65**: 0504017.
- [17] BALACHANDRAN A P, DIGAL S, MATSUURA T. *Phys Rev D*, 2012, **73**: 074009.
- [18] EIJI N, MUNETO N, TAEKO M. *Phys Rev D*, 2007, **78**: 045002.
- [19] ETO M, NITTA M. *Phys Rev D*, 2009, **80**: 125007.
- [20] IBRAHIM A I, MARKWARDT C B, SWANK J H, *et al.* *Astrophys J*, 2004, **609**(1): L21.
- [21] KULKARNI S R, FRAIL D A, KASSIM N E, *et al.* *Nature*, 1994, **368**(6467): 129.
- [22] MURAKAMI T, TANAKA Y, KULKARNI S R, *et al.* *Nature*, 1994, **368**(6467): 127.
- [23] LAI D, RASIO F, SHAPIRO S. *Astrophys J*, 1994 **423**(1): 344.
- [24] BOCQUET M, BONAZZOLA S, GOURGOULHON E, *et al.* *Astrophys*, 1995 **301**(3): 757.
- [25] ZHANG X B, BU Z C, PENG F P, *et al.* *Nucl Phys A*, 2015, **938**: 1.
- [26] ANDERSSON N, COMER G L, GROSART K. *MNRAS*, 2004, **355**(3): 918.
- [27] SEDRAKIAN D M, BLASCHKE D, SHAHABASYAN K M, *et al.* *Astrophys*, 2008, **51**: 544.
- [28] BEDAQUE P F, BERKOWITZ E, CHERMAN A. *Phys Rev D*, 2011, **84**: 023006.
- [29] FERRER E J, INCERA V L. *Phys Rev D*, 2007, **76**: 045011.
- [30] FERRER E J, INCERA V L. *Phys Rev Lett*, 2006, **97**: 122301.
- [31] ABRIKOSOV A A. *Sov Phys JETP*, 1957, **5**: 1174.

Vortices in the Color-flavor Locked Quark Matter

PENG Fuping, WU Yunben, ZHANG Xiaobing[†]

(*School of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China*)

Abstract: The quark matter exhibits a rich phase structure at different temperatures and baryon number densities. At high baryon density and low temperature, the color-flavor locked phase is believed to be the ground state of the quark matter. We present an introduction to various vortices in the color-flavor locked quark matter, especially for the semi-superfluid vortices, and their research method (Ginzburg-Landau method). The influence of magnetic field and rotation on properties of these vortices is discussed. Due to the possibility of forming a semi-superfluid vortex in the core of the dense star, this result is of practical significance in the study of dense stars. If considering other factors, such as temperature and quark mass, study of the vortex structure properties in the quark matter could provide new perspectives for related fields, for instance dense star physics.

Key words: color-flavor locked matter; vortices; Ginzburg-Landau method; dense quark core

<http://www.npr.ac.cn>

Received date: 28 Dec. 2017; **Revised date:** 7 Feb. 2018

Foundation item: National Natural Science Foundation of China(11175257)

[†] **Corresponding author:** ZHANG Xiaobing, E-mail: zhangxb@mail.nankai.edu.cn.