

文章编号: 1007-4627(2018)04-0390-11

## 协变密度泛函理论中的张量力效应

梁豪兆<sup>1,2</sup>, 申时行<sup>3,1,4</sup>, 王之恒<sup>5,1</sup>

(1. 理化学研究所仁科加速器科学研究中心, 日本 和光 351-0198;

2. 东京大学理学研究生院物理系, 日本 东京 113-0033;

3. 北京大学物理学院, 北京 100871;

4. 米兰大学物理系, 意大利 米兰 I-20133;

5. 兰州大学核科学与技术学院, 兰州 730000)

**摘要:** 张量力是核子-核子相互作用的重要成分, 被认为是理解奇特原子核中壳结构演化规律的关键要素。然而, 目前对于核介质中的张量力及其效应的定量认识, 仍存在很多亟待解决的关键问题。着重梳理了在原子核密度泛函理论框架下, 研究有效相互作用中的张量力成分以及相应的张量力效应的相关工作, 重点包括: 基于相对论 Hartree-Fock 理论, 以同位素链中的质子幻数壳演化为例, 定量提取与分析其中的张量力效应; 以及基于第一性原理的相对论 Brueckner-Hartree-Fock 理论, 以中子滴单粒子能谱中的自旋-轨道劈裂演化为例, 提出与张量力效应相关联的“准实验数据”。最后, 展望原子核密度泛函理论今后可能的发展策略。

**关键词:** 张量力效应; 壳结构演化; 自旋-轨道劈裂; 协变密度泛函理论; 相对论第一性原理计算

**中图分类号:** O571.53

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.35.04.390

### 1 引言

张量力是核子-核子相互作用的重要成分<sup>[1]</sup>。早在原子核物理发展的初期, 核物理学家们已经认识到, 正是因为张量力的存在, 由一个质子和一个中子组成的氘核才能成为一个自束缚系统<sup>[2]</sup>。而与之形成对比的是, 两个质子或两个中子并不形成自束缚系统。这是真实核力中的张量力成分特性的体现。

随着世界范围内放射性束流装置的发展, 人们对原子核的认识逐步从稳定原子核拓展到了远离  $\beta$  稳定线的奇特原子核。其中, 原子核的壳结构演化, 特别是传统幻数的消失和新幻数的产生, 正是当今核心的研究课题之一<sup>[3-6]</sup>。基于原子核壳模型, Otsuka 等<sup>[7]</sup>曾指出, 有效核力中的张量力成分在奇特原子核的壳结构演化中扮演着极其重要的角色。这里所说的有效核力与真实核力不同, 是适用于特定壳模型空间的有效核子-核子相互作用, 因此随模型空间的大小以及所研究核区的不同而变化。

在原子核结构理论方面, 原子核密度泛函理论与第一性原理 (*ab initio*) 计算以及壳模型并称为当今最先进的三大类微观理论。并且, 以目前的数值计算能力, 甚至是在可预见的将来, 原子核密度泛函理论是唯一能覆

盖整个核素图上几乎所有原子核的微观自洽理论<sup>[8-11]</sup>。

其终极目标是, 采用一套普适的能量密度泛函 (或者说有效相互作用), 对所有原子核的基态及激发态性质进行微观自洽的描述和理解。值得注意的是, 这里所说的有效相互作用与真空中的真实核力以及壳模型中的有效核力均不相同。与真实核力的区别在于, 在有限密度的原子核环境下, 由于泡利不相容原理效应显著, 两个核子之间的相互作用会极大地受到周围其它核子的影响, 从而其性质显著依赖于所处环境的核子密度。与壳模型中有效核力的区别在于, 密度泛函理论中的有效相互作用是普适的, 对所有原子核的描述均采用同一套有效相互作用。

在密度泛函理论框架下, 研究有效相互作用中的张量力成分对壳结构演化的影响, 可以追溯到四十多年前基于非相对论 Skyrme Hartree-Fock (HF) 理论的研究<sup>[12]</sup>。然而, 该研究发现, 张量力的引入对改善单粒子能量以及自旋-轨道劈裂的描述作用不大, 甚至在一些例子中, 张量力的引入使原来的描述变得更差。一方面, 这与选取的有效相互作用有关; 另一方面, (现在认识到) 张量力实际上主要影响远离稳定线区域的壳结构演化, 而文献<sup>[12]</sup>中关注的仅仅是若干个稳定核。从而, 在接下来的近 30 年中, 基于 Skyrme HF 理论的相

收稿日期: 2018-09-20; 修改日期: 2018-10-24

基金项目: 日本学术振兴会资助项目 (18K13549); 国家自然科学基金委员会与日本学术振兴会合作项目 (11711540016)

作者简介: 梁豪兆 (1982-), 男, 广东广州人, 博士, 研究员, 博士生导师, 从事原子核理论研究; E-mail: haozhao.liang@riken.jp.

关研究均忽略了有效相互作用中的张量力成分。与此同时, 另一成功的非相对论 HF 理论——Gogny HF 理论, 在其常用的版本中, 也不包含张量力<sup>[13]</sup>。同样的情况也出现在相对论框架下的原子核协变密度泛函理论中。在相对论框架下, 张量力仅能够通过交换项才能得以体现。但是, 作为得到最广泛应用的协变密度泛函理论, 相对论平均场 (RMF) 理论<sup>[9, 14]</sup>仅考虑了有效相互作用的直接项, 所以张量力并未包含其中。

上述关于密度泛函理论中张量力及其效应的研究状况, 随着远离  $\beta$  稳定线的奇特原子核壳结构演化实验数据的出现, 自 2005 年起, 发生了彻底的变化。里程碑式的实验数据包括: Sn ( $Z=50$ ) 同位素链中, 质子态  $1h_{11/2}$  和  $1g_{7/2}$  能隙随中子数的变化, 以及  $N=82$  同中子数链中, 中子态  $1i_{13/2}$  和  $1h_{9/2}$  能隙随质子数的变化<sup>[15]</sup>; Ca ( $Z=20$ ) 同位素链中, 中子态  $2s_{1/2}$  和  $1d_{5/2}$  能隙随中子数的变化<sup>[16]</sup>等。这些实验数据立刻激发了大量的理论研究, 例如在非相对论 Skyrme HF 和 Gogny HF 理论中加入张量力<sup>[17-22]</sup>, 又如采用相对论 Hartree-Fock (RHF) 理论研究张量力效应<sup>[23-27]</sup>, 等等。特别是, 在文献<sup>[28-29]</sup>中, 相对论与非相对论理论的计算结果进行了系统的比较。此外, 基于 Skyrme HF 和无规相位近似 (RPA) 的研究发现, 张量力在描述 Gamow-Teller 共振<sup>[30]</sup>、自旋-偶极共振<sup>[31]</sup>、非电荷交换的多极共振<sup>[32]</sup>以及幻数和半幻数核的  $\beta$  衰变<sup>[33]</sup> 中, 都起到了重要的作用。文献<sup>[34]</sup>对这段研究历史给出了很好的综述。

## 2 张量力效应的未解之谜

目前, 对于真实核力中的张量力成分, 通过真空中的核子-核子散射实验, 人们已经取得了很好的认识。但是对于有限密度环境下的张量力特性, 仍知之甚少。主要的困难在于, 迄今仍难以找到明确的、仅与张量力相关联的实验数据, 因而难以合理地确定有效核力或有效相互作用中的张量力成分及其强度。具体到密度泛函理论领域, 尽管在过去十多年间有大量的工作并取得了一些突破<sup>[34]</sup>, 然而就理论与实验的比较、以及理论与理论的理论比较而言, 仍存在许多亟待解决的关键问题。在这里, 我们举几个有代表性的例子。

第一个关键问题涉及原子核的粗块性质。在文献<sup>[23]</sup>中, 龙文辉等研究发现, 对于  $N=82$  同中子数链的双质子分离能, 只有基于 RHF 理论及其有效相互作用 PKA1 的计算结果才能再现实验值, 而基于 RMF 理论的计算结果均不能再现实验值。与 RMF 理论不同, RHF 理论同时考虑了有效相互作用的直接项与交

换项, 因此能够包含张量力成分, 并呈现张量力效应。具体的, 在有效相互作用 PKA1 中, 包含了较强的、与张量力相关的  $\pi$  介子赝矢量 ( $\pi$ -PV) 耦合以及  $\rho$  介子张量 ( $\rho$ -T) 耦合。这意味着, 在原子核质量相关的观测量中, 或许找到了张量力效应的痕迹。然而, 与之形成对比的是, 在文献<sup>[35]</sup>中, Lalazissis 等发现, 如果让与张量力相关的  $\pi$ -PV 耦合强度作为自由参数, 拟合核素图上不同核区原子核的质量, 那么最佳的拟合结果是张量力为零。

第二个关键问题涉及原子核的单粒子性质。如前所述, 在过去十多年间, 原子核壳结构演化成为了大部分张量力研究工作的主要动机。特别是, 基于 Skyrme HF 理论, Colò 等<sup>[20]</sup>研究发现, 传统的 Skyrme 有效相互作用并不能再现文献<sup>[15]</sup>中的实验结果, 只有额外地添加张量力, 才能较好地再现实验结果。基于 RHF 理论, 龙文辉等<sup>[24]</sup>的研究表明,  $\pi$ -PV 耦合, 尤其是其中的张量力成分, 对于再现实验趋势起着关键的作用。然而, 值得注意的是, 上述工作均指出, 在 Hartree-Fock 理论框架下, 并没有考虑超越平均场的效应, 如粒子-振动耦合效应等。原则上需要考虑这些效应, 才能与实验单粒子能量进行比较<sup>[36-38]</sup>。而超越平均场效应是一个更加复杂的问题, 并具有较强的模型依赖性。

第三个关键问题涉及原子核的集体激发性质。原子核自旋-同位旋激发被认为是另一类对张量力敏感的观测量。例如,  $^{208}\text{Pb}$  自旋-偶极共振中的各个角动量成分, 呈现出十分独特的能量顺序<sup>[39]</sup>:  $E_x(1^-) \lesssim E_x(2^-) < E_x(0^-)$ 。(通常的能量顺序是  $E_x(2^-) < E_x(1^-) < E_x(0^-)$ 。)采用基于 Skyrme HF 的自洽 RPA 计算, 白春林等<sup>[31]</sup>发现, 包含张量力的有效相互作用 SLy5+T<sub>W</sub> 和 T43 的计算结果, 能够再现 $^{208}\text{Pb}$  自旋-偶极共振中这一独特的能量顺序。然而, 迄今为止, 没有任何自洽的相对论 RPA 计算能再现上述实验特征。虽然, 自洽的 RHF+RPA 计算能很好再现其它原子核的自旋-偶极共振, 如  $^{16}\text{O}$ <sup>[40]</sup>与  $^{90}\text{Zr}$ <sup>[41]</sup>等。因此, 如何进一步优化相对论框架下的能量密度泛函, 特别是其中的张量力成分, 仍有待于进一步的深入探索。

综合上述几点, 简而言之, 我们需要回答下面两类问题: (1) 在原子核协变密度泛函理论的框架下, 如何定量地提取与分析有效相互作用中的张量力成分以及相应的张量力效应, 从而使之能够与非相对论密度泛函理论中的张量力效应进行直接的、公平的对比; (2) 能否找到主要受到张量力影响而对其它核力成分不敏感的实验观测量, 或者所谓的“准实验数据”, 并通过对它们的拟合, 将有效相互作用中的张量力强度约束到一个合

理的范围。

### 3 张量力效应的理论进展

针对上面提出的两类问题,在近期相关工作中得到了一些答案,包括:在RHF理论框架下,实现了对张量力成分的定量提取以及对张量力效应的定量分析<sup>[42-43]</sup>;发展了相对论Brueckner-Hartree-Fock(RBHF)理论,实现了对有限原子核系统的相对论第一性原理计算,并从中发现和提取了与张量力效应相关联的“准实验数据”<sup>[44-49]</sup>。

值得指出的是,江丽娟等<sup>[50-51]</sup>提出了一组协变公式,再现了交换项两体相互作用矩阵元的自旋相关性。然而,自旋相关性由张量力、自旋-轨道力、中心力的交换部分等共同决定<sup>[34]</sup>,因此该协变公式尚未实现对张量力成分的定量提取。

#### 3.1 相对论Hartree-Fock理论与幻数壳演化中的张量力效应

在原子核协密度泛函理论的框架下,RHF理论的发展尽管与RMF理论几乎同时起步,但前者却长时间没有得到广泛的应用。直到2006年,龙文辉等<sup>[52]</sup>采用密度依赖的有效相互作用,发展了第一套计算精度可以与RMF相媲美的RHF有效相互作用,即PKO1。从数值计算量的角度来说,RHF计算涉及非局域的单粒子势场,而RMF计算只涉及局域的单粒子势场,因此前者是 $O(N^4)$ 而后者是 $O(N^3)$ 的量级。上述数值计算的困难,正是阻碍RHF理论的发展和广泛应用的主要原因之一。尽管如此,在以下两类原子核性质的描述中,RHF理论展现出了比RMF理论优越的一面:(1)原子核自旋-同位旋激发。传统的RMF+RPA方法需要额外引入新的自由参数,而RHF+RPA方法则成功地给出了对该激发模式的相对论微观自洽描述,并提出了新的物理机制<sup>[40-41]</sup>。(2)原子核性质的张量力效应。如前所述,RHF理论同时考虑了有效相互作用的直接项与交换项,因此能够包含张量力成分,进而呈现张量力效应。除此之外,一系列的研究表明,交换项对于核子有效质量劈裂<sup>[52]</sup>、对称能<sup>[53-55]</sup>、赝自旋和自旋对称性<sup>[56-58]</sup>、巨晕和类气泡结构<sup>[59-60]</sup>、形变<sup>[61]</sup>、超重元素<sup>[62]</sup>、新幻数<sup>[63-64]</sup>、库仑效应和同位旋对称性破缺<sup>[65-66]</sup>、自旋-同位旋激发<sup>[40-41, 67-68]</sup>、 $\beta$ 衰变半衰期<sup>[69]</sup>以及中子星特性<sup>[70-72]</sup>等都有着重要的影响。

RHF理论的出发点是有效拉氏量密度 $\mathcal{L}$ ,它包含以下自由度:核子场 $\psi$ ,两个同位旋标量介子场 $\sigma$ 和 $\omega$ ,两个同位旋矢量介子场 $\pi$ 和 $\rho$ ,以及光子场 $A$ 。核子之

间的相互作用通过交换介子实现,因此该拉氏密度由自由的核子、介子和光子场部分 $\mathcal{L}_0$ ,以及核子场与介子(光子)场的相互作用部分 $\mathcal{L}_I$ 组成,即 $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I$ 。其中:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - M)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu\cdot\rho^\mu - \frac{1}{4}\mathbf{R}_{\mu\nu}\cdot\mathbf{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\boldsymbol{\pi}\cdot\partial^\mu\boldsymbol{\pi} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1a)$$

$$\mathcal{L}_I = -\bar{\psi}[g_\sigma\sigma + g_\omega\gamma^\mu\omega_\mu + g_\rho\boldsymbol{\gamma}\cdot\boldsymbol{\rho}_\mu + \frac{f_\rho}{2M}\boldsymbol{\sigma}^{\mu\nu}\boldsymbol{\tau}\cdot\partial_\nu\boldsymbol{\rho}_\mu + \frac{f_\pi}{m_\pi}\boldsymbol{\gamma}_5\boldsymbol{\gamma}^\mu\boldsymbol{\tau}\cdot\partial_\mu\boldsymbol{\pi} + e\boldsymbol{\gamma}^\mu\frac{1-\tau_3}{2}A_\mu]\psi, \quad (1b)$$

所有符号的定义和具体表达式,可参见文献<sup>[43, 52]</sup>等。

通过Legendre变换,利用介子场及光子场的解析表达式,并结合相关的场运动方程,可最终得到仅包含核子场自由度的系统哈密顿量

$$H = \int d^3x \bar{\psi}(x)[-i\boldsymbol{\gamma}\cdot\nabla + M]\psi(x) + \frac{1}{2}\sum_\phi d^3x d^4y \bar{\psi}(x)\bar{\psi}(y)\Gamma_\phi(x,y)\times D_\phi(x,y)\psi(y)\psi(x). \quad (2)$$

这里, $\phi$ 表示不同的介子-核子耦合,即 $\sigma$ 介子标量( $\sigma$ -S)耦合、 $\omega$ 介子矢量( $\omega$ -V)耦合、 $\rho$ 介子矢量( $\rho$ -V)耦合、 $\rho$ 介子张量( $\rho$ -T)耦合、 $\rho$ 介子矢量张量( $\rho$ -VT)耦合、 $\pi$ 介子赝矢量( $\pi$ -PV)耦合和光子矢量( $A$ -V)耦合。为避免混淆,这里特别指出,本文中洛伦兹张量耦合统一用大写字母“T”表示,而张量力统一用小写字母“t”表示。

哈密顿量(2)中各个耦合的相互作用顶角 $\Gamma_\phi(x,y)$ 的具体形式为

$$\Gamma_{\sigma-S} = -[g_\sigma]_x [g_\sigma]_y, \quad (3a)$$

$$\Gamma_{\omega-V} = +[g_\omega\boldsymbol{\gamma}_\mu]_x [g_\omega\boldsymbol{\gamma}^\mu]_y, \quad (3b)$$

$$\Gamma_{\rho-V} = +[g_\rho\boldsymbol{\gamma}_\mu\boldsymbol{\tau}]_x \cdot [g_\rho\boldsymbol{\gamma}^\mu\boldsymbol{\tau}]_y, \quad (3c)$$

$$\Gamma_{\rho-T} = +\left[\frac{f_\rho}{2M}\boldsymbol{\sigma}_{\mu\nu}\boldsymbol{\tau}\partial^\nu\right]_x \cdot \left[\frac{f_\rho}{2M}\boldsymbol{\sigma}^{\mu\lambda}\boldsymbol{\tau}\partial_\lambda\right]_y, \quad (3d)$$

$$\Gamma_{\rho-VT} = +\left[\frac{f_\rho}{2M}\boldsymbol{\sigma}_{\mu\nu}\boldsymbol{\tau}\partial^\mu\right]_x \cdot [g_\rho\boldsymbol{\gamma}^\nu\boldsymbol{\tau}]_y + (x \leftrightarrow y), \quad (3e)$$

$$\Gamma_{\pi-PV} = -\left[\frac{f_\pi}{m_\pi}\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{\gamma}_5\boldsymbol{\gamma}_\mu\partial^\mu\right]_x \cdot \left[\frac{f_\pi}{m_\pi}\boldsymbol{\tau}\boldsymbol{\gamma}_5\boldsymbol{\gamma}_\nu\partial^\nu\right]_y, \quad (3f)$$

$$\Gamma_{A-V} = +\left[e\boldsymbol{\gamma}_\mu\frac{1-\tau_3}{2}\right]_x \left[e\boldsymbol{\gamma}^\mu\frac{1-\tau_3}{2}\right]_y. \quad (3g)$$

若忽略延迟效应, 介子场和光子场的传播子分别表示为熟知的 Yukawa 和库仑形式, 即

$$D_\phi = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-m_\phi|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}, \quad D_{A-V} = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}. \quad (4)$$

基于上述介子交换图像, 相对论框架下的核子-核子有效相互作用包含了传统非相对论意义下的各种核力成分, 如中心力、自旋-轨道力、张量力等。但这些不同成分往往混合在一起, 导致其各自的效应不易分别定量研究。

在最新的研究中<sup>[43]</sup>, 通过对相对论的两体相互作用进行非相对论约化, 从而明确了各介子-核子耦合中的核力成分, 特别是其中的张量力成分。推导过程的出发点是各介子-核子耦合对应的两体相互作用, 即

$$\hat{V}_\phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \gamma_0(1)\gamma_0(2)\Gamma_\phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)D_\phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (5)$$

其任意的两体相互作用矩阵元可表示为  $V_{\phi, \alpha\beta\gamma\delta} = \langle \varphi_\alpha\varphi_\beta | \hat{V}_\phi | \varphi_\gamma\varphi_\delta \rangle$ 。对相对论两体相互作用  $\hat{V}_\phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  作非相对论约化是指, 找到与之对应的非相对论算符  $\hat{V}_\phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ , 满足<sup>[73]</sup>

$$V_{\phi, \alpha\beta\gamma\delta} = \langle \varphi_\alpha\varphi_\beta | \hat{V}_\phi \Pi_+ | \varphi_\gamma\varphi_\delta \rangle = \langle \xi_\alpha\xi_\beta | \hat{V}_\phi | \xi_\gamma\xi_\delta \rangle. \quad (6)$$

其中:  $\Pi_+$  是形式上定义的投影算符, 其作用是将相对论单粒子波函数  $\varphi_\alpha(\mathbf{r})$  投影到它的上分量  $\xi(\mathbf{r})$ , 即算符  $\hat{V}_\phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  仅作用于相对论波函数的上分量。也就是说, 将单粒子波函数中的相对论效应吸收到两体相互作用算符中。为了与式 (5) 中相对论算符区别, 这里统一采用花体的  $\hat{V}$  来表示非相对论约化后得到的两体相互作用算符。一般而言,  $\hat{V}_\phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  可以表示成  $1/M$  的幂次展开,  $M$  为核子质量。

最终, 各介子-核子耦合中的张量力算符可统一表示为

$$\hat{V}_\phi^t = \frac{1}{m_\phi^2 + q^2} \mathcal{F}_\phi S_{12}. \quad (7)$$

$\mathcal{F}_\phi$  的具体形式在表 1 中给出。另外,  $M^*$  为核子 Dirac 质量,  $m_\phi$  为介子质量,  $g_\phi$  和  $f_\phi$  是相应的介子-核子耦合强度,  $\mathbf{q}$  为转移动量,  $\boldsymbol{\tau}$  为同位旋算符, 而  $S_{12} \equiv (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{q}) - \frac{1}{3}(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)q^2$  是张量算符。为给出张量力相对强度的直观信息, 表 1 同时以有效相互作用 PKA1 为例, 给出了饱和和密度下各耦合中的张量力与  $\pi$ -PV 耦合中的张量力的强度之比, 即  $\left(\frac{\mathcal{F}_\phi}{m_\phi^2 + q^2}\right) / \left(\frac{\mathcal{F}_{\pi\text{-PV}}}{m_\pi^2 + q^2}\right)$ 。计算取  $\mathbf{q} = 0$  以及有效相互作用 PKA1 在饱和密度下相应的耦合强度。还需注意的是, 由于其同位旋标量特

性,  $\omega$ -V 耦合仅贡献质子-质子以及中子-中子道的张量力, 而在质子-中子道中没有贡献。

表 1 各介子-核子耦合张量力算符中  $\mathcal{F}_\phi$  的具体形式

Coupling	$\mathcal{F}_\phi$	Ratio to $\pi$ -PV
$\omega$ -V	$\frac{g_\omega(1)g_\omega(2)}{4M^*(1)M^*(2)}$	-0.74
$\pi$ -PV	$-\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau} \frac{f_\pi(1)f_\pi(2)}{m_\pi^2}$	1
$\rho$ -V	$\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau} \frac{g_\rho(1)g_\rho(2)}{4M^*(1)M^*(2)}$	-0.03
$\rho$ -T	$\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau} \frac{f_\rho(1)f_\rho(2)}{4M^2}$	-0.25
$\rho$ -VT	$\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau} \frac{f_\rho(1)g_\rho(2)}{4MM^*(2)} + (1 \leftrightarrow 2)$	-0.16

得到各介子-核子耦合中的张量力算符后, 文献<sup>[43]</sup>重点关注了幻数壳演化中的张量力效应。其研究背景是, 在 2010 年, 针对  $Z, N=8, 20$  和 28 同位素链与同中子数链幻数壳演化中的张量力效应, 文献<sup>[29]</sup>系统对比了非相对论 Skyrme HF 和 Gogny HF 理论以及相对论 Hartree-Fock 理论的计算结果。据我们所知, 这是目前唯一的系统对比上述三类密度泛函理论中张量力效应的工作。在该工作中, Gogny HF 理论采用了包含张量力的有效相互作用 GT2 和与之对应的不含张量力的 GT2<sub>nT</sub>, Skyrme HF 理论采用了包含张量力的 SLy5<sub>wT</sub> 和与之对应的不含张量力的 SLy5。而当时的相对论理论计算, 将包含张量力的 PKA1 和不含张量力(甚至不含交换项)的 DD-ME2 的结果作了对比。原则上, 在相对论框架下, 也应作类似于 Skyrme 和 Gogny 情形的计算, 即在不改变有效相互作用其它部分的前提下开启和关闭张量力。然而, 正如文献<sup>[29]</sup>提到的, 这在当时是十分困难的。简单地设置  $f_\pi = f_\rho = 0$  也会同时会极大地改变平均场的中心力部分, 甚至在大多数情况下导致计算不能收敛。现在, 有了新发展的式 (7), 终于可以实现现在相对论框架下对壳演化中张量力效应进行定量分析。

图 1 展示的是 O 同位素链中  $Z = 8$  质子壳隙随中子数  $N$  的变化。该壳隙由质子态  $1d_{5/2}$  和  $1p_{1/2}$  的单粒子能量差决定。这两个单粒子态分别属于自旋双重态  $1d$  的自旋向上态 ( $j_> = l + 1/2$ ) 和  $1p$  的自旋向下态 ( $j_< = l - 1/2$ )。从  $^{16}\text{O}$  到  $^{22}\text{O}$ , 自旋向上的 ( $j_>$ ) 中子态  $1d_{5/2}$  逐步被占据, 因此按照张量力效应的经典图像<sup>[7]</sup>, 质子态  $1d_{5/2}$  ( $1p_{1/2}$ ) 的能量会被  $\pi$ -PV 耦合中的张量力推高(压低), 从而使  $Z = 8$  壳隙增大。图中的星形标志正是表现了这一点。

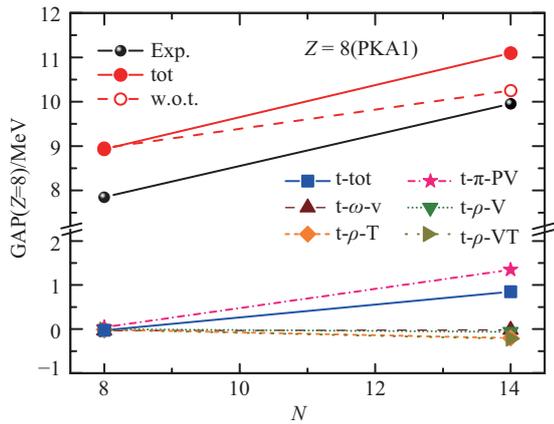


图 1 (在线彩图) O 同位素链中  $Z=8$  质子壳隙以及各介子-核子耦合中张量力的贡献随中子数  $N$  的变化, 取自文献[43]

图中具体的计算是基于 RHF 理论, 采用有效相互作用 PKA1, 得到闭(亚)壳核  $^{16}\text{O}$  和  $^{22}\text{O}$  的  $Z=8$  质子壳隙。并且通过张量力对单粒子能量的贡献, 分离出了各介子-核子耦合的张量力效应。另外, 图中壳隙的经验值是通过相邻原子核的质量差, 并唯象考虑  $N=Z$  原子核的 Wigner 项修正得到的<sup>[29, 43]</sup>。我们知道, 只有在增加或减少一个核子后幻数核芯能几乎保持不变, 并忽略其它超越平均场效应的前提下, 才能认为核子分离能与单粒子能量接近。因此, 这里的经验值仅作为一种趋势, 与理论结果进行定性的对比。

首先可以确认, 对于  $^{16}\text{O}$ , 因为质子和中子都是自旋饱和的, 任一单粒子态的张量力贡献基本上都被其自旋伙伴态的贡献抵消, 所以各耦合的张量力贡献都几乎为零。这与采用有效相互作用 SLy5 和 SLy5<sub>wT</sub> 的 Skyrme 计算, 以及采用 GT2<sub>nT</sub> 和 GT2 的 Gogny 计算所表现的特征是一致的<sup>[29]</sup>。而当年对比 PKA1 和 DD-ME2 的计算结果, 并不满足这一点。

从图 1 还可以看到, 从  $^{16}\text{O}$  到  $^{22}\text{O}$ , PKA1 计算得到的  $Z=8$  壳隙增加了约 2 MeV, 与经验值相符。比较总的结果(实心圆形)与从中扣除张量力贡献的结果(空心圆形)可知, 其中约 1 MeV 的增加来自张量力的贡献。具体到各个耦合,  $\pi$ -PV 耦合的张量力使壳隙增大了大约 1.3 MeV, 而来自  $\rho$ -T 和  $\rho$ -VT 耦合的张量力各自将它削弱了约 0.2 MeV。  $\rho$ -V 耦合的张量力贡献可以忽略不计, 主要是因为其耦合强度很小。  $\omega$  介子在质子-中子道中没有贡献, 是因为其同位旋标量特性。总的来说, 这些张量力贡献的相对大小及正负关系与表 1 给出的估计相一致。

与之比较, 采用 SLy5<sub>wT</sub> 的 Skyrme 计算以及采用 GT2 的 Gogny 计算给出, 张量力对增大  $Z=8$  质

子壳隙的贡献分别达到 2.5 和 4 MeV<sup>[29]</sup>。这从某种程度预示着, 目前 RHF 理论中所采用的  $\pi$ -PV 耦合强度可能偏弱。

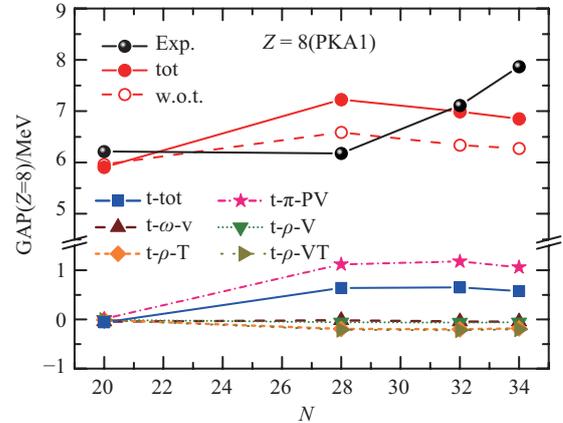


图 2 (在线彩图) Ca 同位素链中  $Z=20$  质子壳隙以及各介子-核子耦合中张量力的贡献随中子数  $N$  的变化, 取自文献[43]

再以 Ca 同位素链为例, 图 2 中给出了  $Z=20$  质子壳隙随中子数  $N$  的变化。主要结论与图 1 的相同。这里想强调的是, 张量力对壳隙的影响规律不局限在核素图的某一区域。并且, RHF 的计算结果与 Skyrme HF SLy5<sub>wT</sub> 的结果<sup>[29]</sup>在演化趋势的细节上都是一致的, 尽管相比之下前者的幅度较小。

此外, 在文献[43]中, 还给出了  $N=8, 20$  以及  $Z, N=28$  壳隙的相关计算结果。对于更重的核素中  $Z, N=50, 82$  等壳隙, 则未作具体分析, 主要原因是这些同位素(同中子素)的壳结构往往比较复杂, 不易明确地分析其中的张量力效应。

需要注意的是, 在 Ca 同位素链中, 关于壳隙的计算结果与对应的经验值的趋势明显不一致。但是, 如上节所述, 更加明确的结论需要可靠的实验数据。这正是下面系列工作的主要动机。

### 3.2 相对论 Brueckner-Hartree-Fock 理论与自旋-轨道劈裂演化中的张量力效应

原子核第一性原理计算是指, 从真实核力出发, 利用某一种量子多体理论方法, 对原子核多体问题进行求解。对原子核第一性原理计算的探索源于 20 世纪 50 年代。自 80 年代以来, 随着核力的发展以及计算资源的巨大改善, 有越来越多的多体方法被发展用于研究原子核性质, 如量子蒙特卡洛方法<sup>[74]</sup>、自洽格林函数方法<sup>[75]</sup>、无核壳模型<sup>[76]</sup>、原子核格点有效场论<sup>[77]</sup>、介质中相似重整化群<sup>[78]</sup>和蒙特卡洛壳模型<sup>[79]</sup>等。虽然目前大部分方法仅适用于轻核区以及幻数核附近的中重核

区, 而 Brueckner-Hartree-Fock (BHF) 理论是最有希望拓展到重核区的理论之一, 并且其采用的平均场图像也使之与密度泛函理论存在更直接的联系。

历史上, Brueckner 理论<sup>[80-81]</sup>是为了克服真实核力短程强排斥芯在多体计算中所带来的困难而引入的, 并在 Hartree-Fock 近似下定性地给出核物质系统的饱和性质。然而, 定量上来看, BHF 计算得到的饱和点分布在一条被称作 Coester line 的带上, 系统性地偏离了经验饱和区域<sup>[82]</sup>。偏离的原因后来被归结为三体力效应<sup>[83-84]</sup>。目前, 在所有的非相对论第一性原理计算中均用到了这一(唯象的)三体力。

在原子核的相对论描述取得成功的鼓舞下, 人们开始尝试将 Brueckner 理论扩展至相对论框架<sup>[85-87]</sup>。在基于单玻色子交换图像的真实核力 Bonn A, B, C<sup>[88]</sup>出现之后, 与此前非相对论框架下不同核力计算得到的饱和点落在 Coester 带上相比, 相对论 BHF 理论得到的结果有了明显改善, 其中 Bonn A 给出的结果已非常接近经验区域<sup>[89]</sup>。通过对 Dirac 旋量按 Dirac 方程的平面波解作微扰展开, Brown 等<sup>[90]</sup>指出, RBHF 理论有效地考虑了多体理论中的核子-反核子激发(也被称作 Z 形图), 而核子-反核子激发贡献了很大一部分三体力效应<sup>[91]</sup>。

在 RBHF 理论对核物质研究取得很大成功之后, 人们开始关注这一理论对实际有限原子核的描述。在 90 年代有限的计算资源下, Müther 等<sup>[92-93]</sup>尝试了相对论与非相对论形式结合的混合模型。而随后更多的研究基于局域密度近似(LDA)的思路, 即通过建立一个能够再现核物质中 RBHF 计算结果的密度依赖的有效相互作用, 然后应用该有效相互作用对有限核进行研究<sup>[94]</sup>。然而, 这样一个从核物质到有限核的映射远不是唯一的, 不同 LDA 计算给出的结果差别很大(见文献<sup>[95]</sup>的图 3)。

近期系列工作<sup>[45-49]</sup>, 在相对论框架下, 从真实核力出发, 首次在自洽的 RHF 基下求解了 RBHF 方程。具体来说, 工作的出发点是一个相对论形式的、描述核子两体散射的真实核力 Bonn 势<sup>[88]</sup>, 其相互作用拉氏量密度形式与式(1)所展现的类似, 交换的玻色子包括赝矢耦合的  $\eta$  和  $\pi$  介子, 标量耦合的  $\sigma$  和  $\delta$  介子, 以及矢量、张量耦合的  $\omega$  和  $\rho$  介子。每对介子, 前者为同位旋标量介子, 后者为同位旋矢量介子。由于真实核力在短程处存在强排斥芯, 相应的两体相互作用矩阵元数值很大、甚至发散, 因此传统的多体微扰理论并不适用。而 Brueckner 理论的思路是将两体相互作用  $V$  的梯形图进行求和, 从第一阶到无穷阶, 得到现在所称的  $G$ -矩

阵。通过使用  $G$ -矩阵来代替真实核力  $V$ , 有效地考虑了核子间的短程关联, 这样即使在 Hartree-Fock 近似下也能得到对原子核系统的合理描述。

从真实核力  $V$  到  $G$ -矩阵的具体表达式是著名的 Bethe-Goldstone 方程<sup>[96]</sup>:

$$\langle ab|\bar{G}(W)|a'b'\rangle = \langle ab|\bar{V}|a'b'\rangle + \frac{1}{2} \sum_{cd} \langle ab|\bar{V}|cd\rangle \times \frac{\hat{Q}(c,d)}{W - \varepsilon_c - \varepsilon_d} \langle cd|\bar{G}(W)|a'b'\rangle. \quad (8)$$

其中:  $\langle ab|\bar{V}|a'b'\rangle = \langle ab|\hat{V}|a'b' - b'a'\rangle$  是反对称化后的两体矩阵元;  $W$  是初始能量 (starting energy);  $\varepsilon_c$  和  $\varepsilon_d$  是中间态的单粒子能量。泡利算符  $\hat{Q}(c,d)$  的作用是保证在所有的中间过程中, 核子只能被散射到未被占据的单粒子态上。这是考虑周围其它核子影响的关键。因此,  $G$ -矩阵的性质不同于真实核力, 显著依赖于所处环境的核子密度。

从上式还可以看到,  $G$ -矩阵的性质也依赖于单粒子本征态  $|a\rangle$  的选取。在 RBHF 理论中, 单粒子本征态必须满足相应的 RHF 方程:

$$(T+U)|a\rangle = e_a|a\rangle. \quad (9)$$

其中:  $e_a = \varepsilon_a + M$  是包含了静止质量的单粒子能量;  $T$  是动能算符;  $U$  是自洽的单粒子势场, 满足

$$U_{ab} = \sum_{c=1}^A \langle ac|\bar{G}(W)|bc\rangle. \quad (10)$$

由此可见, 上述三个方程需要自洽迭代求解。而在此前的工作中, 出于计算量的限制, 往往采用了各种各样的近似, 例如有效密度近似<sup>[92-93]</sup>和局域密度近似<sup>[94]</sup>等。

现在, 实现了对于有限原子核完全自洽的 RBHF 计算。其中, Bethe-Goldstone 方程在静止系下求解, 在具有更好的收敛性的同时, 避免了泡利算符的角度平均近似。同时, 通过在计算过程的每一步迭代中进行基变换, 保证了 Bethe-Goldstone 方程始终在自洽的 RHF 基下严格进行求解。并且, 将求解 Bethe-Goldstone 方程得到的核介质中的有效相互作用  $G$ -矩阵代入到 RHF 方程中, 求解得到原子核系统的能量和波函数。

自洽的 RBHF 计算不仅对双幻核  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{40}\text{Ca}$  的质量、半径等粗块性质给出了合理的描述, 并且从真实核力出发, 通过第一性原理计算, 最终很好地再现了上述原子核单粒子能谱中的自旋-轨道劈裂特性<sup>[45-46]</sup>。而这在此前仅包含两体相互作用的非相对论 BHF 计算中是做不到的。因此, 可以把对质量、半径以及自旋-轨道劈裂给出成功综合描述的原因归结为相对论框架对自旋自由度以及三体力重要成分的自然包含和描述。

在此基础上, 还进一步揭示了由第一性原理计算给出的 Dirac 海中单粒子能级的自旋对称性<sup>[49]</sup>。

回到本文的主题上。通过 RBHF 理论对 neutron 滴系统的研究发现, 中子滴单粒子能谱中的自旋-轨道劈裂随中子数的变化, 呈现出显著的张量力效应<sup>[47-48]</sup>。

中子滴是一个由  $N$  个中子组成的假想系统, 在外场的作用下束缚在一起。中子滴的结构简单, 易于处理, 能同时被从真实核力出发的第一性原理计算以及从有效相互作用出发的密度泛函理论研究, 为进一步理解真实核力与有效相互作用间的联系提供了方便的途径。同时, 从这些研究中可以提取纯中子环境中的许多特征, 为更好地理解丰中子奇特原子核提供重要参考。

图 3 展示的是中子滴单粒子能谱中的自旋-轨道劈裂随中子数  $N$  的变化。在第一性原理的 RBHF 计算中, 采用真实核力 Bonn A, 同时外场取谐振子势形式  $U_{h.o.}(r) = \frac{1}{2}M\omega^2 r^2$  ( $\hbar\omega = 10$  MeV)。可以看到, 自旋-轨道劈裂随中子数的变化呈现出一个明显的规律: 当自旋向上 ( $j_>$ ) 的中子态逐步被占据时, 所有的自旋-轨道劈裂均同时减小, 并在  $j_>$  态被完全占据时, 自旋-轨道劈裂达到极小; 随后, 当自旋向下 ( $j_<$ ) 的中子态逐步被占据时, 所有的自旋-轨道劈裂均同时增加, 并在  $j_<$  态被完全占据时, 自旋-轨道劈裂达到极大。随着中子数的继续增加, 此规律不断重复, 不局限在某一质量区域。

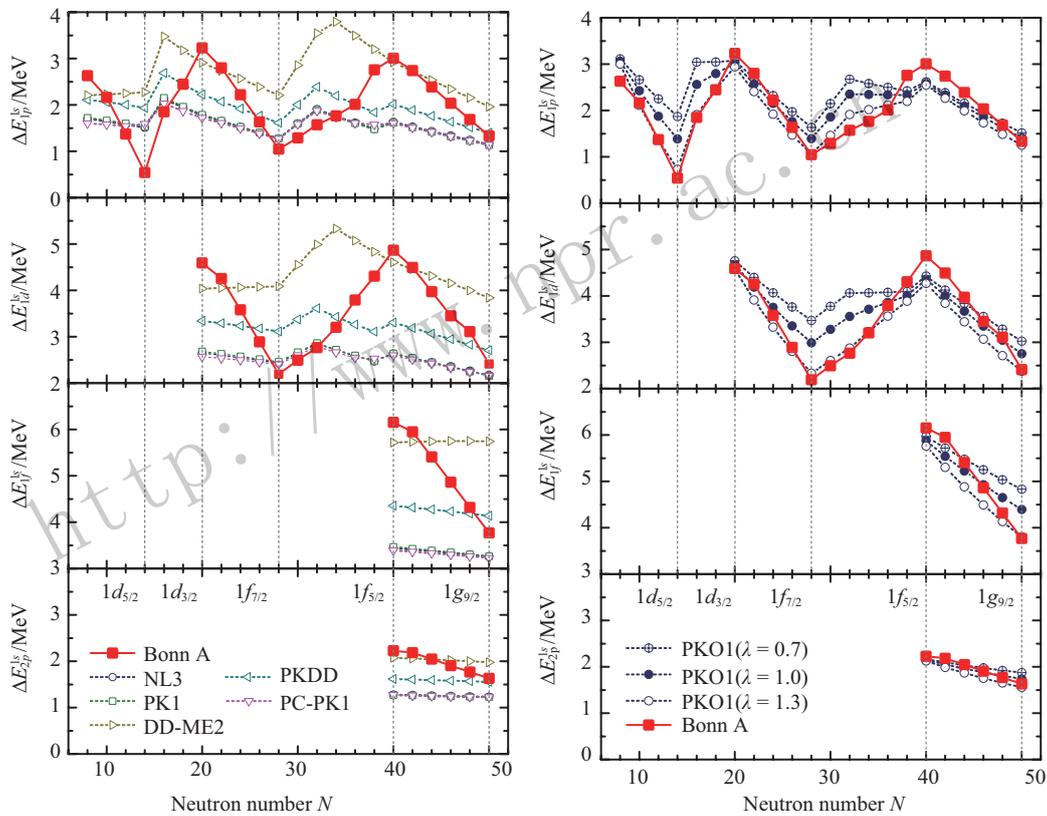


图 3 (在线彩图) 中子滴单粒子能谱中的自旋-轨道劈裂随中子数  $N$  的变化, RMF (左图) 及 RHF (右图) 理论结果与 RBHF 第一性原理计算结果的比较, 取自文献<sup>[47]</sup>

这一规律可以用张量力效应的经典图像解释<sup>[7]</sup>, 即自旋同向的两个单粒子态之间的张量力是排斥的, 而自旋反向的两个单粒子态之间的张量力是吸引的。与小节中的讨论略有不同的是, 这里讨论的是中子之间的同位旋标量性质的张量力效应。

换句话说, 通过 RBHF 理论对 neutron 滴系统的研究, 首次在相对论的框架下, 发现并提取出自旋-轨道劈裂

演化中显著的张量力效应。由于第一性原理计算仅依靠已知的真实核力, 且没有任何额外的自由参数, 从一定意义上说, 所得到的结果和规律可以被认为是“准实验数据”, 作为现有密度泛函理论的标杆。

为此, 在图 3 中, 协变密度泛函理论的计算结果与 RBHF 结果进行了对比。左图中给出的是 RMF 理论的计算结果。可以看到, 目前最具代表性的几组有效相互

作用均不能再现自旋-轨道劈裂演化中独特的张量力效应。这再次确认了, 针对张量力及其效应, 包含交换项的必要性。右图中给出的是RHF理论采用有效相互作用PKO1的计算结果。可以看到, 总体上, 自旋-轨道劈裂演化中独特的张量力效应得到了再现, 虽然演化的幅度偏小(与上小节结论一致)。为了探索合适的张量力强度, 在保持其它参数不变的情况下, 对 $\pi$ -PV耦合强度整体乘以一个系数 $\lambda$ 。以 $\lambda=0.7, 1.0$ 和 $1.3$ 为例, 能够清楚地看到, 自旋-轨道劈裂演化的幅度依赖于该张量力的强度。并且, 当 $\lambda=1.3$ 时, 能很好地再现RBHF计算给出的张量力效应。

#### 4 总结与展望

张量力是核子-核子相互作用的重要成分, 这一结论不仅适用于从核子-核子散射实验得到的真实核力, 也适用于应用于原子核壳模型的有效核力, 以及应用于原子核密度泛函理论的有效相互作用。本文着重梳理了在密度泛函理论框架下, 研究有效相互作用中的张量力成分以及相应的张量力效应的相关工作。

在第2节中, 就理论与实验的比较以及理论之间的比较, 列出了几个有代表性的、有限原子核系统中张量力效应相关的亟待解决的关键问题。进而指出目前需要重点思考的两类问题: (1) 对于不同理论所讨论的张量力效应, 如何把它们“翻译成同样的语言”, 进行公平的、有意义的对比; (2) 如何在有限原子核系统中, 找到主要受到有效核力或有效相互作用中的张量力成分影响、而对其它核力成分不敏感的实验观测量; 或者是如何从已知的真实核力出发, 通过原子核第一性原理计算等, 得到所需要的“准实验数据”, 作为重要参考。

针对这两类问题, 第3节介绍了相关的最新理论进展。首先是, 在RHF理论框架下, 定量地提取与分析其中的张量力效应, 并以幻数壳演化中的张量力效应为例, 与非相对论结果以及经验值进行了对比。其次是, 采用RBHF理论, 实现对有限原子核系统的相对论第一性原理计算, 并以中子滴单粒子能谱中的自旋-轨道劈裂演化中的张量力效应为例, 提出并分析了与张量力效应相关联的“准实验数据”, 作为密度泛函理论的标杆。这些进展为回答上述问题, 提供了部分的答案和未来发展的一些思路。但需要探索的方向仍有许多。

原子核密度泛函理论的梦想是, 采用一套普适的能量密度泛函, 对核素图上所有原子核的性质进行微观自洽的描述和理解。这一梦想的依托是Hohenberg-Kohn定理<sup>[97]</sup>。定理证明了普适的能量密度泛函是存在的, 但并未提供寻找普适泛函的具体线索<sup>[98-99]</sup>。过去, 能

量密度泛函基本上通过拟合若干实验数据唯象得到。现在, 随着数值计算能力的迅猛发展, 在接下来的十年二十年, 我们努力挑战的是, 如何从真实核力出发, 得到第一性原理的能量密度泛函。可采取的策略包括: (1) 利用目前成功的第一性原理计算, 提供关键的“准实验数据”, 如本文讨论的中子滴自旋-轨道劈裂等。使能量密度泛函拟合实验数据的同时, 再现这些“准实验数据”; (2) 利用目前成功的第一性原理计算, 提供关键的“非物理观测量”, 如两体相互作用矩阵元、自能等。从而, 使能量密度泛函中的各类核力成分, 每一个自旋、同位旋道, 逐一去拟合这些“非物理观测量”, 最后再针对实验数据进行微调; (3) 直接从真实核力出发, 利用量子多体理论、量子场论等最新技术, 处理核力的非微扰特性, 得到能量密度泛函, 如正在探索的Kohn-Sham泛函重整化群(KS-FRG)方法<sup>[100]</sup>, 等等。

**致谢** 作者感谢本文选用图表所在文章的共同作者龙文辉、孟杰、P. Ring、张双全、赵强, 同时感谢M. Anguiano、G. Colò、V. De Donno、M. Grasso、T. Hatsuda、胡金牛、M. Moreno-Torres、T. Nakatsukasa、牛一斐、X. Roca-Maza、H. Sagawa、C. Stoyanov、D. Tarpanov、N. Van Giai、赵鹏巍等的合作及讨论。

#### 参考文献:

- [1] YUKAWA H. Proc Phys Math Soc Japan, 1935, **17**: 48.
- [2] RARITA W, SCHWINGER J. Phys Rev, 1941, **59**: 436.
- [3] SORLIN O, PORQUET M G. Prog Part Nucl Phys, 2008, **61**: 602.
- [4] WIENHOLTZ F, BECK D, BLAUM K, *et al.* Nature, 2013, **498**: 346.
- [5] STEPPENBECK D, TAKEUCHI S, AOI N, *et al.* Nature, 2013, **502**: 207.
- [6] OTSUKA T, GADE A, SORLIN O, *et al.* ArXiv: 1805.06501 [nucl-th], 2018.
- [7] OTSUKA T, SUZUKI T, FUJIMOTO R, *et al.* Phys Rev Lett, 2005, **95**: 232502.
- [8] BENDER M, HEENEN P H, REINHARD P G. Rev Mod Phys, 2003, **75**: 121.
- [9] MENG J, TOKI H, ZHOU S G, *et al.* Prog Part Nucl Phys, 2006, **57**: 470.
- [10] NAKATSUKASA T, MATSUYANAGI K, MATSUO M, *et al.* Rev Mod Phys, 2016, **88**: 045004.
- [11] XIA X W, LIM Y, ZHAO P W, *et al.* At Data Nucl Data Tables, 2018, **121-122**: 1.
- [12] STANCU F, BRINK D M, FLOCARD H. Phys Lett B, 1977, **68**: 108.
- [13] BERGER J F, GIROD M, GOGNY D. Comput Phys Commun, 1991, **63**: 365.

- [14] MENG J. (ed.). Relativistic Density Functional for Nuclear Structure (International Review of Nuclear Physics, Vol. 10). Singapore: World Scientific, 2016.
- [15] SCHIFFER J P, FREEMAN S J, CAGGIANO J A, *et al.* Phys Rev Lett, 2004, **92**: 162501.
- [16] COTTLE P D, KEMPER K W. Phys Rev C, 1998, **58**: 3761.
- [17] OTSUKA T, MATSUO T, ABE D. Phys Rev Lett, 2006, **97**: 162501.
- [18] BROWN B A, DUGUET T, OTSUKA T, *et al.* Phys Rev C, 2006, **74**: 061303.
- [19] BRINK D M, STANCU F. Phys Rev C, 2007, **75**: 064311.
- [20] COLÒ G, SAGAWA H, FRACASSO S, *et al.* Phys Lett B, 2007, **646**: 227.
- [21] ZOU W, COLÒ G, MA Z Y, *et al.* Phys Rev C, 2008, **77**: 014314.
- [22] ANGUIANO M, GRASSO M, CO' G, *et al.* Phys Rev C, 2012, **86**: 054302.
- [23] LONG W H, SAGAWA H, VAN GIAI N, *et al.* Phys Rev C, 2007, **76**: 034314.
- [24] LONG W H, SAGAWA H, MENG J, *et al.* Europhys Lett, 2008, **82**: 12001.
- [25] WANG L J, DONG J M, LONG W H. Phys Rev C, 2013, **87**: 047301.
- [26] MARCOS S, LÓPEZ-QUELLE M, NIEMBRO R, *et al.* Phys At Nucl, 2014, **77**: 299.
- [27] LÓPEZ-QUELLE M, MARCOS S, NIEMBRO R, *et al.* Nucl Phys A, 2018, **971**: 149.
- [28] TARPANOV D, LIANG H Z, VAN GIAI N, *et al.* Phys Rev C, 2008, **77**: 054316.
- [29] MORENO-TORRES M, GRASSO M, LIANG H Z, *et al.* Phys Rev C, 2010, **81**: 064327.
- [30] BAI C L, SAGAWA H, ZHANG H Q, *et al.* Phys Lett B, 2009, **675**: 28.
- [31] BAI C L, ZHANG H Q, SAGAWA H, *et al.* Phys Rev Lett, 2010, **105**: 072501.
- [32] CAO L G, COLÒ G, SAGAWA H, *et al.* Phys Rev C, 2009, **80**: 064304.
- [33] MINATO F, BAI C L. Phys Rev Lett, 2010, **110**: 122501.
- [34] SAGAWA H, COLÒ G. Prog Part Nucl Phys, 2014, **76**: 76.
- [35] LALAZISSIS G A, KARATZIKOS S, SERRA M, *et al.* Phys Rev C, 2009, **80**: 041301(R).
- [36] LITVINOVA E V, AFANASJEV A V. Phys Rev C, 2011, **84**: 014305.
- [37] CAO L G, COLÒ G, SAGAWA H, *et al.* Phys Rev C, 2014, **89**: 044314.
- [38] AFANASJEV A V, LITVINOVA E. Phys Rev C, 2015, **92**: 044317.
- [39] WAKASA T, OKAMOTO M, DOZONO M, *et al.* Phys. Rev. C **85**, 064606 (2012).
- [40] LIANG H Z, ZHAO P W, MENG J. Phys Rev C, 2012, **85**: 064302.
- [41] LIANG H Z, VAN GIAI N, MENG J. Phys Rev Lett, 2008, **101**: 122502.
- [42] WANG Z H. Analysis of Tensor-Force Effects in Covariant Density Functional Theory[D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2018. (in Chinese)  
(王之恒. 协变密度泛函理论中的张量力效应研究[D]. 兰州: 兰州大学, 2018.)
- [43] WANG Z H, ZHAO Q, LIANG H Z, *et al.* Phys. Rev. C, 2018, **98**: 034313.
- [44] SHEN S H. Relativistic Brueckner-Hartree-Fock Theory for Finite Nuclei[D]. Beijing: Peking University, 2017. (in Chinese)  
(申时行. 原子核的相对论 Brueckner-Hartree-Fock 理论[D]. 北京: 北京大学, 2017.)
- [45] SHEN S H, HU J N, LIANG H Z, *et al.* Chin Phys Lett, 2016, **33**: 102103.
- [46] SHEN S H, LIANG H Z, MENG J, *et al.* Phys Rev C, 2017, **96**: 014316.
- [47] SHEN S H, LIANG H Z, MENG J, *et al.* Phys Lett B, 2018, **778**: 344.
- [48] SHEN S H, LIANG H Z, MENG J, *et al.* Phys Rev C, 2018, **97**: 054312.
- [49] SHEN S H, LIANG H Z, MENG J, *et al.* Phys Lett B, 2018, **781**: 227.
- [50] JIANG L J, YANG S, SUN B Y, *et al.* Phys Rev C, 2015, **91**: 034326.
- [51] JIANG L J, YANG S, DONG J M, *et al.* Phys Rev C, 2015, **91**: 025802.
- [52] LONG W H, VAN GIAI N, MENG J. Phys Lett B, 2006, **640**: 150.
- [53] SUN B Y, LONG W H, MENG J, *et al.* Phys Rev C, 2008, **78**: 065805.
- [54] ZHAO Q, SUN B Y, LONG W H. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 2015, **42**: 095101.
- [55] LIU Z W, QIAN Z, XING R Y, *et al.* Phys Rev C, 2018, **97**: 025801.
- [56] LONG W H, SAGAWA H, MENG J, *et al.* Phys Lett B, 2006, **639**: 242.
- [57] LIANG H Z, LONG W H, MENG J, *et al.* Eur Phys J A, 2010, **44**: 119.
- [58] LIANG H Z, MENG J, ZHOU S G. Phys Rep, 2015, **570**: 1.
- [59] LONG W H, RING P, MENG J, *et al.* Phys Rev C, 2010, **81**: 031302.
- [60] LI J J, LONG W H, SONG J L, *et al.* Phys Rev C, 2016, **93**: 054312.
- [61] EBRAN J P, KHAN E, PEÑA ARTEAGA D, *et al.* Phys Rev C, 2011, **83**: 064323.
- [62] LI J J, LONG W H, MARGUERON J, *et al.* Phys Lett B, 2014, **732**: 169.
- [63] LI J J, MARGUERON J, LONG W H, *et al.* Phys Lett B, 2016, **753**: 97.
- [64] LI J J, LONG W H, MARGUERON J, *et al.* Phys Lett B, 2018, **788**: 192.
- [65] LIANG H Z, GIAI N V, MENG J. Phys Rev C, 2009, **79**: 064306.
- [66] GU H Q, LIANG H Z, LONG W H, *et al.* Phys Rev C, 2013,

- 87: 041301(R).
- [67] LIANG H Z, ZHAO P W, RING P, *et al.* Phys Rev C, 2012, **86**: 021302(R).
- [68] NIU Z M, NIU Y F, LIANG H Z, *et al.* Phys Rev C, 2017, **95**: 044301.
- [69] NIU Z M, NIU Y F, LIANG H Z, *et al.* Phys Lett B, 2013, **723**: 172.
- [70] LONG W H, SUN B Y, HAGINO K, *et al.* Phys Rev C, 2012, **85**: 025806.
- [71] LI J J, SEDRAKIAN A, WEBER F. Phys Lett B, 2018, **783**: 234.
- [72] LI J J, LONG W H, SEDRAKIAN A. Eur Phys J A, 2018, **54**: 133.
- [73] FOLDY L L, WOUTHUYSEN S A. Phys Rev, 1950, **78**: 29.
- [74] CARLSON J, GANDOLFI S, PEDERIVA F, *et al.* Rev Mod Phys, 2015, **87**: 1067.
- [75] RAMOS A, POLLS A, DICKHOFF W. Nucl Phys A, 1989, **503**: 1.
- [76] ZHENG D C, BARRETT B R, JAQUA L, *et al.* Phys Rev C, 1993, **48**: 1083.
- [77] MÜLLER H M, KOONIN S E, SEKI R, *et al.* Phys Rev C, 2000, **61**: 044320.
- [78] TSUKIYAMA K, BOGNER S K, SCHWENK A. Phys Rev Lett, 2011, **106**: 222502.
- [79] LIU L, OTSUKA T, SHIMIZU N, *et al.* Phys Rev C, 2012, **86**: 014302.
- [80] BRUECKNER K, LEVINSON C, MAHMOUD H. Phys Rev, 1954, **95**: 217.
- [81] DAY B D. Rev Mod Phys, 1967, **39**: 719.
- [82] COESTER F, COHEN S, DAY B D, *et al.* Phys Rev C, 1970, **1**: 769.
- [83] BROWN G E, JACKSON A, KUO T T S. Nucl Phys A, 1969, **133**: 481.
- [84] FUJITA J, MIYAZAWA H. Prog Theor Phys, 1957, **17**: 360.
- [85] ANASTASIO M, CELENZA L, PONG W, *et al.* Phys Rep, 1983, **100**: 327.
- [86] TER HAAR B, MALFLIET R. Phys Rep, 1987, **149**: 207.
- [87] MALFLIET R. Prog Part Nucl Phys, 1988, **21**: 207.
- [88] MACHLEIDT R. Adv Nucl Phys, 1989, **19**: 189.
- [89] BROCKMANN R, MACHLEIDT R. Phys Rev C, 1990, **42**: 1965.
- [90] BROWN G E, WEISE W, BAYM G, *et al.* Comments Nucl Part Phys, 1987, **17**: 39.
- [91] ZUO W, LEJEUNE A, LOMBARDO U, *et al.* Nucl Phys A, 2002, **706**: 418.
- [92] MÜTHER H, MACHLEIDT R, BROCKMANN R. Phys Lett B, 1988, **202**: 483.
- [93] MÜTHER H, MACHLEIDT R, BROCKMANN R. Phys Rev C, 1990, **42**: 1981.
- [94] BROCKMANN R, TOKI H. Phys Rev Lett, 1992, **68**: 3408.
- [95] LIANG H Z. Proc. Sci., 2016, **INPC2016**: 361.
- [96] BETHE H A, GOLDSTONE J. Proc R Soc London Ser A, 1957, **238**: 551.
- [97] HOHENBERG P, KOHN W. Phys Rev, 1964, **136**: B864.
- [98] KUTZELNIGG W. J Mol Struct, 2006, **768**: 163.
- [99] DRUT J E, FURNSTAHL R J, PLATTER L. Prog Part Nucl Phys, 2010, **64**: 120.
- [100] LIANG H Z, NIU Y F, HATSUDA T. Phys Lett B, 2018, **779**: 436.

# Effects of Tensor Force in Covariant Density Functional Theory

LIANG Haozhao<sup>1,2,1)</sup>, SHEN Shihang<sup>3,1,4</sup>, WANG Zhiheng<sup>5,1</sup>

(1. RIKEN Nishina Center, Wako 351-0198, Japan;

2. Department of Physics, Graduate School of Science, University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan;

3. School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China;

4. Dipartimento di Fisica, Università degli Studi, Milano I-20133, Italy;

5. School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** Tensor force is one of the most important components of the nucleon-nucleon interaction. It plays a critical role in understanding the shell evolution in exotic nuclei. However, there are still several puzzles concerning the tensor force and its effects in the nuclear medium. In this paper, we mainly focus on the studies of tensor force in the effective interactions and its effects in finite nuclear systems within the scheme of nuclear density functional theory. In particular, we highlight the recent developments, including the quantitative analysis of tensor effects in the relativistic Hartree-Fock theory by taking the evolution of proton magic shells in the isotopic chains as an example, and the “meta-data” of tensor effects provided by the *ab initio* relativistic Brueckner-Hartree-Fock theory by taking the evolution of spin-orbit splitting in the single-particle spectra of neutron drops as an example. Perspectives are focused on the possible strategies for the future developments of nuclear density functional theory.

**Key words:** effects of tensor force; shell evolution; spin-orbit splitting; covariant density functional theory; relativistic *ab initio* calculation

<http://www.npr.ac.cn>

---

**Received date:** 20 Sep. 2018; **Revised date:** 24 Oct. 2018

**Foundation item:** Japan Society for the Promotion of Science (18K13549); National Natural Science Foundation of China–Japan Society for the Promotion of Science Bilateral Program (11711540016)

1) E-mail: [haozhao.liang@riken.jp](mailto:haozhao.liang@riken.jp).