

文章编号: 1007-4627(2018)04-0401-08

原子核单粒子共振态的研究进展

郭建友¹, 刘泉¹, 牛中明¹, 衡太骅¹, 王章银¹, 仕敏², 曹雪能¹

(1. 安徽大学物理与材料科学学院, 合肥 230601;

2. 安徽建筑大学数理学院, 合肥 230601)

摘要: 共振是自然界普遍存在的有趣现象。在核物理领域, 存在许多奇特现象, 共振在其中扮演着重要角色。介绍了近期发展的 RMF-CSM、RMF-CGF 和 RMF-CMR 方法及其对原子核单粒子共振态的研究。给出了 ^{120}Sn , ^{31}Ne 等核的单粒子共振态的能量和宽度及其随质量数、形变的变化规律, 分析了 ^{19}C , ^{31}Ne 和 ^{39}Mg 等核的晕形成的物理机制和在 $N=20$ 附近能级反转的原因。特别是新发展的 RMF-CMR 方法, 在描述稳定核和奇特核方面都取得了成功, 支持 Zr 同位素存在巨晕的预言。

关键词: 单粒子共振态; 复标度方法; 相对论平均场理论

中图分类号: O571.20⁺1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.35.04.401

1 引言

共振是自然界中最有趣的现象之一, 广泛存在于分子、原子、原子核和粒子物理中。在核物理领域, 许多新奇现象的出现, 共振扮演着重要角色。 ^{11}Li 晕的解释、Zr 和 Ca 巨晕的预言、 ^{31}Ne 和 $^{42,44}\text{Mg}$ 形变晕的认识都需要考虑连续谱的贡献, 尤其是连续谱中共振态的贡献^[1-3]。在异常中质比核中, 共振能级的能级反转是传统幻数改变的原因之一^[4]。连续谱对巨共振的贡献主要源自于原子核的单粒子共振^[5]。单粒子共振态的能量和寿命也是天体演化过程中化学元素核合成研究的关键输入量^[6-7]。

为了研究共振, 物理学家们发展了一系列方法, 包括 R -矩阵方法、 K -矩阵方法、 J -矩阵方法、散射相移方法、耦合道方法、Jost 函数方法以及格林函数方法等。这些方法在研究原子核的共振态方面取得了成功, 解释了大量的奇特现象。为了计算的方便, 物理学家也发展了一些类束缚态的方法, 如实稳定化方法、耦合常数的解析延拓方法和复标度方法等。这些类束缚态方法, 操作简单、移植性好, 已与多种模型结合研究微观粒子的共振问题^[8]。

复标度方法 (CSM) 是最为成功的研究共振态的方法之一, 已被广泛应用于共振态的研究。少体物理学家把 CSM 和结团模型结合, 研究了一些轻核的共振, 解释了 $^{5,6}\text{He}$ 和 ^{11}Li 等两体和三体晕现象^[9]。和壳模型结合, 物理学家们发展了 Gamow 壳模型, 考虑

了共振态的贡献, 在描述奇特核方面取得了成功^[10]。近年来, CSM 也被应用于 Hartree-Fock 理论, 包含了共振态的 Hartree-Fock 很好地描述了若干弱束缚核的性质^[11]。由于 CSM 的成功, 1988 年, Seba^[12] 将 CSM 拓展到相对论框架, 证明了 CSM 适用于描述 Dirac 粒子的共振。此后, 相对论的 CSM 得到了发展。Ivanov 等^[13] 用 CSM 研究了 Dirac 粒子的共振, 获得了一些类氢离子共振的信息。Pestka 等^[14] 研究了 Dirac-Coulomb 的共振问题, Alhaidari^[15] 运用 Laguerre 基, 给出了研究 Dirac-Coulomb 共振的新算法, Ackad 等^[16] 用 CSM 研究了 Dirac 粒子的超临界共振, Bylicki 等^[17] 将 CSM 方法拓展到多电子系统的相对论共振问题。

近年来, 协变密度泛函理论取得了长足进展, 在描述稳定核和奇特核方面取得了极大成功^[18-19]。由于共振态在奇特核现象中扮演着重要角色, 在协变密度泛函理论框架下考虑共振态的贡献受到了关注。文献^[20] 将散射相移方法和相对论平均场 (RMF) 理论结合, 考虑了共振态的贡献, 很好描述了 Zr 同位素的基态性质, 支持 Zr 同位素存在巨晕的预言。文献^[21] 将耦合常数的解析延拓方法 (ACCC) 和 RMF 结合, 发展了 RMF-ACCC 方法, 解释了晕和巨晕等奇特核现象。文献^[22] 将实稳定化方法和 RMF 结合, 研究了原子核的单粒子共振态, 获得了和 RMF-ACCC 一致的结果。文献^[23] 将格林函数方法应用到 RMF, 研究了 ^{120}Sn 的单粒子共振态。考虑到 CSM 是类束缚态的方法, 在描述奇特

收稿日期: 2018-09-26; 修改日期: 2018-11-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11575002, 11575001, 11205004, 11875070, 11805004, 11505001)

作者简介: 郭建友 (1969-), 男, 安徽舒城人, 教授, 从事原子核物理研究; E-mail: jianyou@ahu.edu.cn

核结构与性质方面取得了成功,同时协变密度泛函理论又是最有效的微观理论模型之一,将 CSM 和协变密度泛函理论结合,自洽包括共振态的贡献,有助于深入研究奇特核的结构与性质。因此,我们发展了 RMF-CSM 方法^[24],研究了原子核的奇特结构,分析了共振态在奇特晕现象形成中的重要作用,预言了一些可能形成晕的奇特核。下面第二部分介绍 RMF-CSM 的理论框架,第三部分介绍 RMF-CSM 研究原子核奇特结构的一些主要结果,最后给出一个小结。

2 理论框架

2.1 相对论平均场 (RMF) 理论

RMF 理论很好地描述了原子核的半径、结合能、物质密度分布、单粒子能谱等基态性质,自然地给出自旋轨道耦合相互作用,成功地解释了“晕”和“皮”等奇特核现象。对于赝自旋对称性的起源, RMF 理论也给予了很好的解释。对于原子核的集体转动、磁转动、多体共振研究, RMF 理论也取得了成功。RMF 也被用于研究奇异核物质、超核、中子星等领域。更多 RMF 理论及其应用研究可以参看文献 [18-19] 及其所引用的参考文献。

RMF 理论的出发点是,核子被描述成 Dirac 粒子,它们之间的相互作用通过交换同位旋标量介子 σ 介子、同位旋标量矢量 ω 介子、同位旋矢量介子 ρ 介子以及光子产生,系统的有效拉格朗日密度为

$$L = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi + \frac{1}{2}\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) - g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi - \frac{1}{4}\Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi - \frac{1}{4}\mathbf{R}^{\mu\nu} \cdot \vec{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}^\mu \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu - g_\rho \bar{\psi} \boldsymbol{\gamma}^\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu \psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - e\bar{\psi} \gamma^\mu \frac{1-\tau_3}{2} A_\mu \psi. \quad (1)$$

其中,介子和电磁场张量分别为

$$\begin{cases} \Omega^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \\ \mathbf{R}^{\mu\nu} = \partial^\mu \boldsymbol{\rho}^\nu - \partial^\nu \boldsymbol{\rho}^\mu, \\ F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \end{cases} \quad (2)$$

$U(\sigma) = \frac{1}{2}m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{g_2}{3}\sigma^3 + \frac{g_4}{4}\sigma^4$ 表示 σ 的非线性自耦合。由变分原理,可得核子运动的 Dirac 方程

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta(M + S(\mathbf{r})) + V(\mathbf{r})] \psi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i \psi_i(\mathbf{r}) \quad (3)$$

和介子和光子运动的 Klein-Gordon 方程

$$\begin{aligned} (-\Delta \sigma + U'(\sigma)) &= g_\sigma \rho_s, \\ (-\Delta + m_\omega^2) \omega^\mu &= g_\omega j^\mu(\mathbf{r}), \\ (-\Delta + m_\rho^2) \boldsymbol{\rho}^\mu &= g_\rho \mathbf{j}^\mu(\mathbf{r}), \\ -\Delta A^\mu(\mathbf{r}) &= e j_p^\mu(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (4)$$

其中: ε_i 表示核子的单粒子能量; ψ_i 是核子的 Dirac 旋量。矢量势 $V(\mathbf{r})$ 和标量势 $S(\mathbf{r})$ 如下:

$$\begin{cases} V(\mathbf{r}) = g_\omega \omega^0(\mathbf{r}) + g_\rho \tau_3 \rho^0(\mathbf{r}) + e A^0(\mathbf{r})(1 - \tau_3)/2, \\ S(\mathbf{r}) = g_\sigma \sigma(\mathbf{r}). \end{cases} \quad (5)$$

标量密度重子、同位旋和电磁流分别为

$$\begin{cases} \rho_s = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i \psi_i, & j^\mu(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i, \\ \mathbf{j}^\mu(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i \boldsymbol{\gamma}^\mu \boldsymbol{\tau} \psi_i, & j_p^\mu = \sum_{i=1}^A \bar{\psi}_i \gamma^\mu \frac{1-\tau_3}{2} \psi_i. \end{cases} \quad (6)$$

式 (6) 求和遍及所有的价核子。在实际的计算中采用无海近似,忽略负能态的贡献。耦合方程 (3) 和 (4) 是非线性方程,求解非常困难。介子场算符用它们的期待值代替,即采用平均场近似。通过这样处理,核子可以看作在经典的介子场中运动。耦合方程 (3) 和 (4) 可通过迭代方法自洽求解。

2.2 复标度方法

复标度方法最初由 Aguilar 等^[25] 数学物理学家提出,并被证明是有效的研究多体共振的方法^[25-27]。其出发点是将描述多体运动的 Schrödinger 方程通过复标度变换拓展到复空间。在复空间求解运动方程不仅可以获得束缚态,也可以同时获得共振态。假定一个多体系统的运动方程为

$$H\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}). \quad (7)$$

为描述非束缚态, Aguilar 等^[25] 引入了一个非酉非厄米的变换

$$\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}' = g\mathbf{r} = e^\Theta \mathbf{r}, \quad (8)$$

其中: g 属于空间膨胀群的群元; Θ 是复参数,通常取为纯虚数形式 $i\theta$ (θ 是实的)。相应的变换算符 $U(\theta)$ 由下列变换定义

$$U(\theta)\psi(\mathbf{r}) = e^{Ni\theta/2}\psi(\mathbf{r}e^{i\theta}) = \psi_\theta(\mathbf{r}). \quad (9)$$

N 是空间的维数,变换后的哈密顿算符为

$$H_\theta = U(\theta) H U^{-1}(\theta). \quad (10)$$

运动方程为

$$H_\theta \psi_\theta(\mathbf{r}) = E_\theta \psi_\theta(\mathbf{r}) . \quad (11)$$

Aguilar 等证明，当上述变换满足一定的条件时 (严格的数学条件可参阅文献 [25-27]，一般而言，要求在复标度变换下，运动方程的每一项是膨胀解析的)：哈密顿量 H 的束缚态也是 H_θ 的束缚态； H 的格林算符的共振极点 $E_{\text{res}} = E - i\Gamma/2$ 是 H_θ 的本征态，它们在复平面上的位置不随 θ 改变； H_θ 的连续谱随 θ 转动而转动。特别是，共振态的复标度波函数是平方可积的。这一特点使共振态问题的研究可用束缚态的方法处理。这个复标度变换的条件和结论，称之为 ABC 定理。

由于共振态的 $\psi_\theta(\mathbf{r})$ 是平方可积的，可用线性无关的平方可积函数展开

$$\psi_\theta(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N c_i(\theta) \chi_i(\mathbf{r}) . \quad (12)$$

其中 $\chi_i(\mathbf{r}) (i=1, 2, \dots, N)$ 是线性无关的平方可积函数。系数 $c_i(\theta)$ 由变分原理确定

$$\delta \left[\frac{\int d\mathbf{r} \psi_\theta^\dagger(\mathbf{r}) H_\theta \psi_\theta(\mathbf{r})}{\int d\mathbf{r} \psi_\theta^\dagger(\mathbf{r}) \psi_\theta(\mathbf{r})} \right] = 0 , \quad (13)$$

可得

$$\sum_{j=1}^N [H_{ij}(\theta) - EN_{ij}] C_j(\theta) = 0 , \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} H_{ij}(\theta) &= \int d\mathbf{r} \chi_i^\dagger(\mathbf{r}) H_\theta(\mathbf{r}) \chi_j(\mathbf{r}) , \\ N_{ij} &= \int d\mathbf{r} \chi_i^\dagger(\mathbf{r}) \chi_j(\mathbf{r}) . \end{aligned} \quad (15)$$

当矩阵元 H_{ij} 和 N_{ij} 被算出，运动方程的解可获得。上述程式不仅适用于非相对论情况，也适用于相对论情况。图 1 展示了复标度哈密顿量的能谱在复能量平面上的分布。

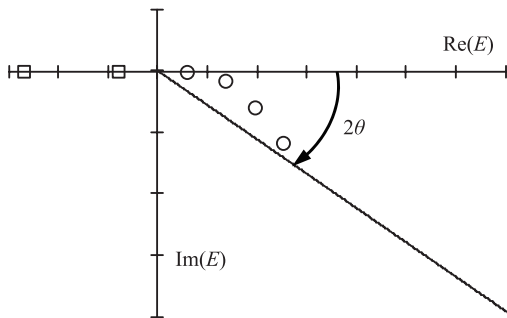


图 1 复标度哈密顿量 H_θ 能谱在复能量平面上的分布 (非相对论情况)
空心框表示束缚态，空心圆表示共振态，随 θ 转动的直线表示连续谱。

束缚态位于复能量平面的实负半轴上，共振态位居第四象限，连续谱随 θ 转动而转动。图 1 展示的是非相对论情况，连续谱随 θ 转动的转角是 2θ 。1988 年，Seba 将 CSM 方法拓展到相对论框架^[12]。遵循的 ABC 定理和非相对论情况相同，和非相对论不同的是连续谱随 θ 转动的转角是 θ ，不是 2θ ，如图 2 所示。

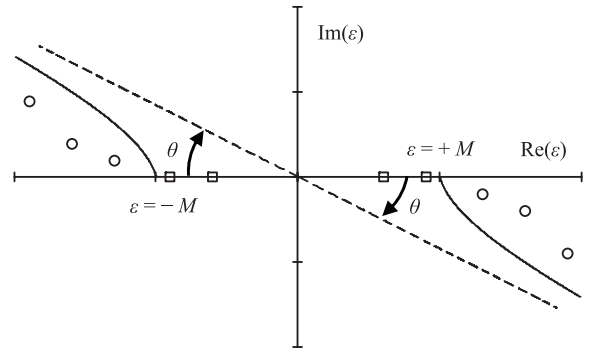


图 2 复标度 Dirac 哈密顿量 H_θ 能谱在复能量平面上的分布
空心框表示束缚态，空心圆表示共振态，随 θ 转动的直线表示连续谱，虚线是渐进线，Dirac 粒子的静质量归一化到 1。

和非相对情况类似，束缚态位于能量的实轴上，共振态位于第四象限，连续谱随 θ 转动而转动。和非相对论不同，除了正能态，还有负能态，如图 2 所示。

2.3 RMF-CSM 方法

在 RMF 理论框架下，为了获得原子核的单粒子共振态，需要对 Dirac 方程 (3) 进行复标度变换。对于球形核，Dirac 旋量可写为

$$\psi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} f(r) Y_{jm}^l(\vartheta, \varphi) \\ ig(r) Y_{jm}^{\tilde{l}}(\vartheta, \varphi) \end{pmatrix} , \quad (16)$$

其中 $\tilde{l} = l \pm 1$ ，“+”对应自旋顺排态，“-”对应自旋逆排态， $Y_{jm}^l(\vartheta, \varphi)$ 是球谐函数。将式 (16) 代入式 (3)，可得径向 Dirac 方程如下

$$\begin{pmatrix} V + S + M & -\frac{d}{dr} - \frac{1}{r} + \frac{\kappa}{r} \\ \frac{d}{dr} + \frac{1}{r} + \frac{\kappa}{r} & V - S - M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f(r) \\ g(r) \end{pmatrix} = \epsilon \begin{pmatrix} f(r) \\ g(r) \end{pmatrix} , \quad (17)$$

其中 $\kappa = \pm(j+1/2)$ 。为了描述共振态，引入复标度变换 $U(\theta) = \begin{pmatrix} e^{i\theta\hat{S}} & 0 \\ 0 & e^{i\theta\hat{S}} \end{pmatrix}$ ，其中 $\hat{S} = \frac{1}{2} \left(r \frac{d}{dr} + \right.$

$\frac{d}{dr}r$)。在 $U(\theta)$ 的变换下, 复标度的 Dirac 哈密顿量为

$$H_\theta = \begin{pmatrix} V(re^{i\theta}) + S(re^{i\theta}) + M & e^{-i\theta} \left(-\frac{d}{dr} - \frac{1}{r} + \frac{\kappa}{r} \right) \\ e^{-i\theta} \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} + \frac{\kappa}{r} \right) & V(re^{i\theta}) - S(re^{i\theta}) - M \end{pmatrix}, \quad (18)$$

方程 (18) 可用基展开方法求解, 细节参看文献[24], 其中矢量势 $V(r)$ 和标量势 $S(r)$ 是 RMF 自洽计算的平均场。 H_θ 的解包括束缚态、共振态和连续谱, 它们在复能量面上的分布和图 2 类似。对于形变核, 计算方法和球形核类似, 细节参看文献[28]。

3 计算结果与讨论

基于 RMF-CSM 理论[24], 我们研究了 ^{120}Sn 的单粒子共振态, 获得的单中子能谱如图 3 所示。

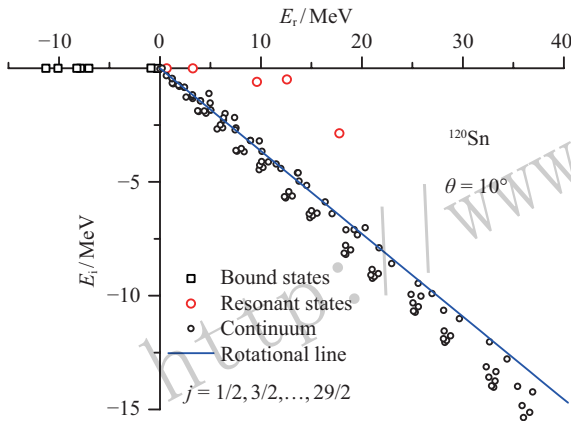


图 3 (在线彩图) RMF-CSM 计算的 ^{120}Sn 的单中子能谱
黑空心框表示束缚态, 红空心圆表示共振态, 黑空心圆表示连续谱, 蓝色直线是转角为 2θ 的参考线。

表 1 RMF-CSM 计算的 ^{120}Sn 单中子共振态的能量和宽度, 及其与 RMF-RSM、RMF-ACCC 和 RMF-S 计算的比较。E 和 Γ 分部表示共振态的能量和宽度, 单位为 MeV

νj_j	RMF-CSM		RMF-RSM		RMF-ACCC		RMF-S	
	E	Γ	E	Γ	E	Γ	E	Γ
$\nu f_{5/2}$	0.670 14	0.019 82	0.674	0.030	0.685	0.023	0.688	0.032
$\nu i_{13/2}$	3.265 83	0.004 03	3.266	0.004	3.262	0.004	3.416	0.005
$\nu i_{11/2}$	9.597 32	1.212 78	9.599	1.205	9.60	1.11	10.01	1.42
$\nu j_{15/2}$	12.577 47	0.991 57	12.564	0.973	12.60	0.90	12.97	1.10

由于 RMF-CSM 很好地描述了 ^{120}Sn 的单中子共振态, 我们也用 RMF-CSM 研究了 ^{120}Sn 的单质子共振, 获得了单质子共振态的能量和宽度, 如表 2 所列[29]。

和中子情况类似, RMF-CSM 计算得到的质子能量和宽度和 RMF-ACCC 和 RMF-S 的计算结果一致, 表明 RMF-CSM 方法对中子和质子共振态的描述都是适

由于无海近似被采用, 图中没有展示复能量平面的左边情况。从图 3 可以看出, 束缚态布居在复能量平面的实轴上(注: 这里的能量减去了核子的静质量), 共振态位于第四象限, 连续谱随 θ 转动而转动。在实际计算中, 由于有限基被采用, 连续谱由一串点组成, 它们位于转角为 θ 的直线上或附近。理论上, CSM 计算的共振态的能量和宽度是 θ 无关的。由于实际的计算存在着近似, 获得的共振参数有一点儿 θ 依赖性。为了获得最优的计算结果, 人们常用 θ 轨迹方法确定共振参数, 如图 4 所示。在 $\theta = 10^\circ$ 附近, 共振参数对 θ 的依赖性最弱, 因此 $1j_{15/2}$ 共振态的共振参数由 $\theta = 10^\circ$ 的计算结果确定。其它共振态的共振参数用类似的方法确定。

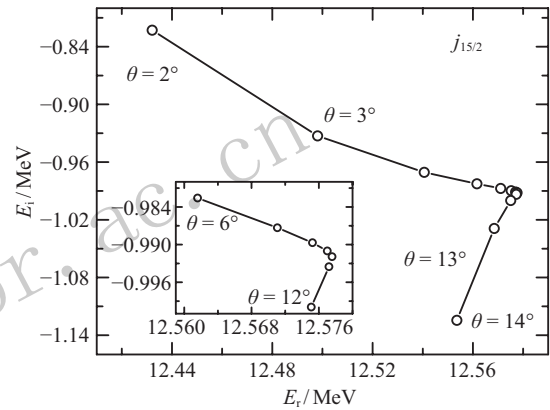


图 4 ^{120}Sn 核 $1j_{15/2}$ 单中子共振态的能量和宽度随 θ 变化的轨迹, 内插图是 θ 轨迹的一个局部放大

获得的 ^{120}Sn 单粒子共振态的能量和宽度列于表 1。为比较, 表中也列出了 RMF-RSM、RMF-ACCC、RMF-S 的计算结果。从表 1 可以看出, 四种方法获得的能量和宽度是一致的, 表明 RMF-CSM 方法对共振态的研究是有效的。

宜的。由于 RMF-CSM 方法能够可靠地给出共振参数, 我们进一步用 RMF-CSM 方法研究了 Sn 同位素单粒子共振态的能量和宽度的同位旋相关性, 如图 5 所示。随着中子数的增加, 共振态的能量和宽度减小。比较而言, 窄共振的能量随 N 减小更快, 这可能是具有异常中质子比核能级出现反转的原因之一。

表 2 RMF-CSM 计算的 ^{120}Sn 单粒子共振态的能量和宽度, 及其与 RMF-ACCC 和 RMF-S 计算的比较. E_r 和 Γ 分别表示共振态的能量和宽度, 单位为 MeV

nl_j	RMF-CSM		RMF-ACCC		RMF-S	
	E_r	Γ	E_r	Γ	E_r	Γ
$2f_{7/2}$	6.207	0.048	6.22	0.073	6.210	0.043
$1h_{9/2}$	7.135	0.003	7.13	0.017	7.132	0.003
$3p_{3/2}$	7.305	0.911	7.32	0.82	7.513	0.924
$3p_{1/2}$	7.63	1.222	7.69	1.13	8.085	1.344
$2f_{5/2}$	7.919	0.283	7.97	0.30	7.934	0.307

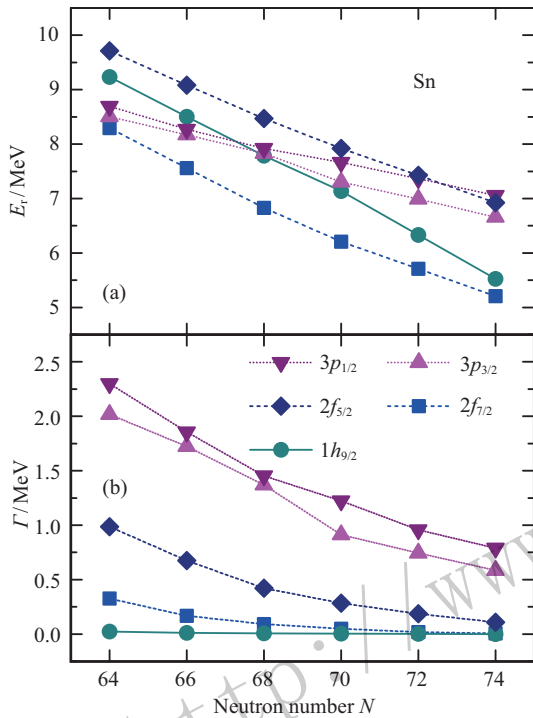


图 5 (在线彩图) RMF-CSM 计算的 Sn 同位素的单粒子能量和宽度随中子数的变化

RMF-CSM 方法不仅适用于球形核, 也适用于形变核, 文献[30]将 RMF-CSM 扩展到形变核, 研究了 $A = 31$ 核的单中子共振. 图 6 展示了描述形变核的 Dirac 哈密顿量的能谱在复能量面上的分布. 和球形核情况类似, 束缚态落在复能量面的实轴上, 共振态在第四象限, 连续谱落在随 θ 转动的直线周围. 不同的是球形简并的共振态分裂成几个共振态.

获得的单粒子 Nilsson 能级如图 7 所示, RMF-CSM 获得的束缚态和非相对论的耦合道的结果一致, 获得的共振态也是相似的. 尤其, 我们获得了更加丰富的共振态结果, 清晰地展现出束缚态和共振态能级结构.

在 RMF-CSM 计算中, 共振参数有一定的 θ 依赖性. 为了获得最优的结果, 需要多次求解 H_θ 的能谱, 获得共振参数随 θ 变化的轨迹, 以确定最佳的共振参

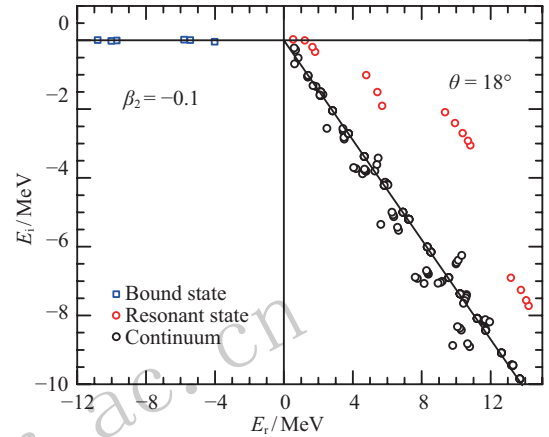


图 6 (在线彩图) RMF-CSM 计算的形变核的复标度哈密顿量 H_θ 的能谱在复能量面上的分布. 束缚态、共振态和连续谱分别用空心框、红色空心圆和空心圆表示.

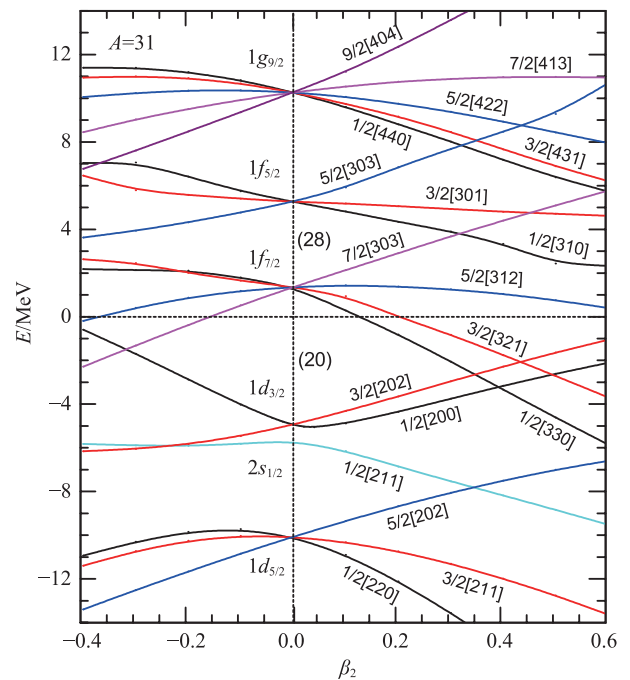


图 7 (在线彩图) $A=31$ 核的单粒子能级随四极形变参数 β_2 的演化. 单粒子能级的 Nilsson 标记为 $\Omega[Nn_z A]$.

数。为了避免这个麻烦，我们将 CSM 和格林函数方法 (GF) 结合，应用到 RMF 理论，发展了 RMF-CGF 理论^[31]。为方便计，下面简述 RMF-CGF 理论。

复标度格林函数定义为

$$G^\theta(\varepsilon) = U(\theta)G(\varepsilon)U(\theta)^{-1} = \frac{1}{\varepsilon - H_\theta}, \quad (19)$$

定义能级密度

$$\rho_\theta(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int d\mathbf{r} \langle \mathbf{r} | \frac{1}{\varepsilon - H_\theta} | \mathbf{r} \rangle, \quad (20)$$

利用广义完备性关系

$$\sum_b^{N_b} |\psi_b^\theta\rangle \langle \tilde{\psi}_b^\theta| + \sum_r^{N_r} |\psi_r^\theta\rangle \langle \tilde{\psi}_r^\theta| + \int d\varepsilon_c^\theta |\psi_c^\theta\rangle \langle \tilde{\psi}_c^\theta| = 1, \quad (21)$$

可得能级密度如下

$$\rho_\theta^N(\varepsilon) = \sum_b^{N_b} \delta(\varepsilon - \varepsilon_b) + \frac{1}{\pi} \sum_r^{N_r} \frac{\Gamma_r/2}{(\varepsilon - E_r)^2 + \Gamma_r^2/4} + \frac{1}{\pi} \sum_c^{N - N_b - N_r} \frac{\varepsilon_c^I}{(\varepsilon - \varepsilon_c^R)^2 + \varepsilon_c^I^2}. \quad (22)$$

式 (22) 右边第一、二和第三项分别对应束缚态、共振态和连续谱对能级密度的贡献， N_b 、 N_r 和 N 分别表示束缚态、共振态和总单粒子态数。利用 RMF-CGF 计算的 ^{120}Sn 核 $1i_{11/2}$ 共振态的能级密度如图 8 所示。

从图 8 可以看出，态密度 ρ_θ 存在两个峰。是否它们都是共振峰呢？相应于背景连续态密度 ρ_θ^0 存在一个与 ρ_θ 的几乎重合的峰，因此，这个不是共振峰。减去

背景连续态密度 $\Delta\rho$ 呈现一个清晰的共振峰。共振峰对应横坐标轴的位置为共振能量，共振峰的半高宽对应宽度。通过计算发现，共振峰的位置和高度是 θ 无关的，避免了 CSM 方法需要多次求解 H_θ 能谱的缺陷。RMF-CGF 不仅直观地展示出共振态的信息，而且提高了计算效率，改进了计算精度。

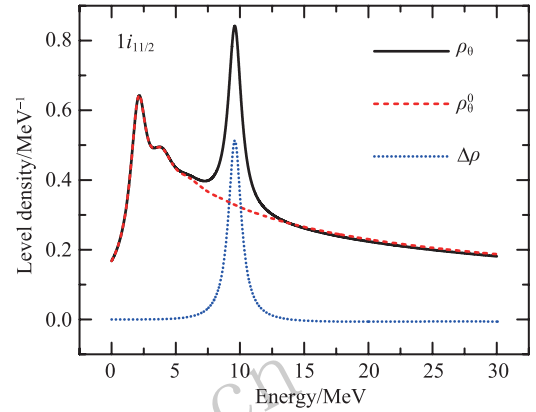


图 8 (在线彩图) RMF-CGF 计算的 ^{120}Sn 的 $1i_{11/2}$ 单粒子共振态的能级密度
黑实线、红虚线和蓝点线分别表示态密度 ρ_θ 、连续态密度 ρ_θ^0 和连续能级密度 $\Delta\rho$ 。

表 3 列出了 RMF-CGF 方法获得的 ^{120}Sn 核的几个单中子共振态的能量和宽度及其与其它方法的比较。虽然几种方法的计算结果是一致的，然而 RMF-CGF 是类束缚态方法，确定能量和宽度的共振峰是清晰的，因此，RMF-CGF 确定的共振参数应该更加精确。

表 3 RMF-CGF 计算的 ^{120}Sn 的单中子共振态的能量 (宽度)。为比较，表中也列出了 RMF-CSM, RMF-GF, RMF-RSM, RMF-ACCC 和 RMF-S 等的计算结果，单位为 MeV

		$f_{5/2}$	$i_{11/2}$	$i_{13/2}$	$j_{15/2}$
NL3	RMF-CGF	0.671(0.022)	9.600(1.219)	3.266(0.004)	12.578(0.992)
	RMF-CSM	0.670(0.020)	9.597(1.212)	3.266(0.004)	12.578(0.992)
	RMF-GF	0.685(0.042)	9.465(1.214)	3.264(0.003)	12.588(1.340)
	RMF-RSM	0.674(0.030)	9.559(1.205)	3.266(0.004)	12.564(0.973)
	RMF-ACCC	0.685(0.023)	9.600(1.110)	3.262(0.004)	12.600(0.900)
	RMF-S	0.657(0.031)	9.751(1.384)	3.261(0.004)	12.658(1.051)
PK1	RMF-CGF	0.859(0.069)	9.875(1.284)	3.468(0.005)	12.892(1.065)
	RMF-GF	0.887(0.064)	9.700(1.272)	3.469(0.003)	12.956(1.375)
	RMF-RSM	0.870(0.064)	9.811(1.275)	3.469(0.005)	12.865(1.027)

这些结果表明 RMF-CSM 和 RMF-CGF 方法是研究共振态的有效方法，在描述球形和形变核单粒子共振态方面取得了成功，获得的共振能级展现了清晰的壳层结构和演化规律，解释了 ^{31}Ne 晕现象，揭示了丰中子核 $N = 20$ 附近能级反转的物理机制。

考虑到核子运动的平均场具有类 Wood-Saxon 形状，且在 $0 \leq \theta < \text{Tan}^{-1}(\pi a/R)$ 范围，Wood-Saxon 势是膨胀解析的。因此，对于特别宽共振，CSM 是不适用的。而在原子核中的一些奇异现象中，宽共振扮演着重要角色。基于复标度的思想，我们进一步发展了复动

量表象 (CMR) 方法, 将核子运动的 Dirac 方程变换到复动量空间。在复动量空间求解 Dirac 方程, 自然地给出了束缚态、共振态和连续谱, 细节可以参看文献[32]。用 CMR 方法计算的 ^{120}Sn 的单粒子谱如图 9 所示。束缚态布居在复动量平面的虚轴上, 共振态落在第四象限, 连续谱分布在积分路径上, 随着积分路径的改变而改变, 束缚态和共振态与积分路径无关。从图 9 可以看出, CMR 不仅可以获得靠近实动量轴的窄共振, 也可以获得远离实动量轴的宽共振。

表 4 列出了 RMF-CMR 方法获得的共振态的能量和宽度及其与其它方法的比较。虽然结果是相似的, 但 CMR 能够统一处理束缚态、共振态和连续谱, 不仅适用于窄共振, 也适用于宽共振。这些优点使 RMF-CMR 不仅适用于描述稳定核, 也适用于描述远离 β 稳定线的弱束缚核。基于 RMF-CMR 方法获得的共振态, 用 BCS 近似处理对关联, 很好地描述了 Zr 同位素的基态性质, 支持 Zr 同位素存在巨晕现象的预言[33]。

表 4 RMF-CMR 计算的 ^{120}Sn 的单中子共振态的能量和宽度及其与 RMF-CSM, RMF-RSM 和 RMF-ACCC 计算的比较

nl_j	RMF-CMR		RMF-CSM		RMF-RSM		RMF-ACCC	
	E_r	Γ	E_r	Γ	E_r	Γ	E_r	Γ
$2f_{5/2}$	0.678	0.031	0.670	0.020	0.674	0.030	0.685	0.020
$1i_{13/2}$	3.277	0.004	3.266	0.004	3.266	0.004	3.262	0.004
$1i_{11/2}$	9.607	1.219	9.597	1.212	9.559	1.205	9.60	1.11
$1j_{15/2}$	12.584	0.993	12.577	0.992	12.564	0.973	12.60	0.90

4 结论

共振是自然界广泛存在的有趣现象, 在核物理领域, 共振在晕等奇特现象的形成中扮演着重要角色。本文概述了共振态的研究方法, 介绍了复标度方法的特点、优势及其在核物理领域的应用。重点阐述了近期发展的 RMF-CSM、RMF-CGF 和 RMF-CMR 方法, 给出了这些方法的理论框架及计算步骤, 举例说明了这些方法对原子核单粒子共振态的研究, 获得了 ^{120}Sn 和 ^{31}Ne 等核的单粒子共振态的能级结构, 及其随质量数, 形变等的变化规律, 揭示了 ^{19}C , ^{31}Ne , ^{39}Mg 晕形成的物理机制和 $N = 20$ 出现反转现象的原因。特别是新发展的 RMF-CMR 方法, 不仅适用于窄共振、也适用于宽共振, 在描述稳定核和奇特核方面都取得了成功, 解释了许多奇特核的晕现象, 支持 Zr 同位素存在巨晕现象的预言。

参考文献:

[1] MENG J, RING J. Phys Rev Lett, 1996, **77**: 3963; 1998,

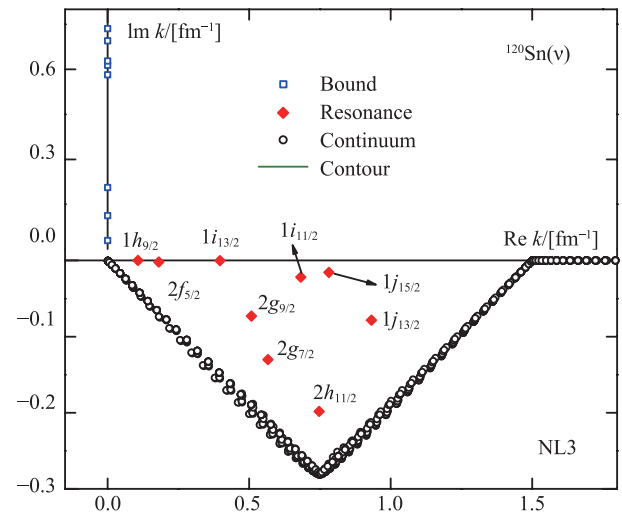


图 9 (在线彩图) RMF-CMR 计算的 ^{120}Sn 的单中子能谱在复动量平面的分布

空心框、红实心框和空心圆分别表示束缚态、共振态和连续谱, 橄榄线是动量积分回路。

80: 460.

- [2] ZHOU S G, MENG J, RING P, *et al.* Phys Rev C, 2010, **82**: 011301(R).
- [3] LIU Q, GUO J Y, NIU Z M, *et al.* Phys Rev C, 2012, **86**: 054312.
- [4] HAMAMOTO I. J Phys G: Nucl Part Phys, 2010, **37**: 055102.
- [5] CAO L G MA Z Y. Phys Rev C, 2002, **66**: 024311.
- [6] ZHANG S S, SMITH M S, ARBANAS G *et al.* Phys Rev C, 2012, **86**: 032802(R).
- [7] FAESTERMANN T, MOHR P, HERTENBERGER R, *et al.* Phys Rev C, 2015, **92**: 052802(R).
- [8] SHI M, SHI X X, NIU Z M, *et al.* Eur Phys J A, 2017, **53**: 40.
- [9] MYO T, KIKUCHI Y, MASUI H, *et al.* Prog Part Nucl Phys, 2014, **79**: 1.
- [10] MICHEL N. J Phys G: Nucl Part Phys, 2009, **36**: 013101.
- [11] MICHEL N, MATSUYANAGI K, STOITSOV M. Phys Rev C, 2008, **78**: 044319.
- [12] SEBA P. Lett Math Phys, 1988, **16**: 51.
- [13] IVANOV I A, HO Y K. Phys Rev A, 2004, **69**: 023407.
- [14] PESTKA G, BYLICKI M, KARWOWSKI J. J Phys B: At Mol Opt Phys, 2006, **39**: 2979.

- [15] ALHAIDARI A D. Phys Rev A, 2007, **75**: 042707.
- [16] ACKAD E, HORBATSCH M. Phys Rev A, 2007, **76**: 022503.
- [17] BYLICKI M, PESTKA G, KARWOWSKI J. Phys Rev A, 2008, **77**: 044501.
- [18] MENG J, TOKI H, ZHOU S G, *et al.* Prog Part Nucl Phys, 2006, **57**: 470.
- [19] RING P, LITVINOVA E, VRETENAR D. Prog Part Nucl Phys, 2007, **59**: 393.
- [20] SANDULESCU N, GENG L S, TOKI H, *et al.* Phys Rev C, 2003, **68**: 054323.
- [21] ZHANG S S, MENG J, ZHOU S G, *et al.* Phys Rev C, 2004, **70**: 034308.
- [22] ZHANG L, ZHOU S G, MENG J, *et al.* Phys Rev C, 2008, **77**: 014312.
- [23] SUN T T, ZHANG S Q, ZHANG Y, *et al.* Phys Rev C, 2014, **90**: 054321.
- [24] GUO J Y, FANG X Z, JIAO P, *et al.* Phys Rev C, 2010, **82**: 034318.
- [25] AGUILAR J, COMBES J M. Commun Math Phys, 1971, **22**: 269.
- [26] BALSLEV E, JCOMBES J M. Commun Math Phys, 1971, **22**: 280.
- [27] SIMON B. Commun Math. Phys, 1972, **27**: 1.
- [28] SHI M, LIU Q, NIU Z M, *et al.* Phys Rev C, 2014, **90**: 034319.
- [29] ZHU Z L, NIU Z M, LI D P, *et al.* Phys Rev C, 2014, **89**: 034307.
- [30] SHI M, LIU Q, NIU Z M, *et al.* Phys Rev C, 2014, **90**: 034319.
- [31] SHI M, GUO J Y, LIU Q, *et al.* Phys Rev C, 2015, **92**: 054313.
- [32] LI N, SHI M, GUO J Y, *et al.* Phys Rev Lett, 2016, **117**: 062502.
- [33] DING K M, SHI M, GUO J Y, *et al.* Phys Rev C, 2018, **98**: 014316.

Progress on the Research of Nuclear Single Particle Resonant States

GUO Jianyou^{1,1)}, LIU Quan¹, NIU Zhongming¹, HENG Taihua¹, WANG Zhangyin¹, SHI Min², CAO Xueneng¹

(1. school of physics and materials science, Anhui University, Hefei 230601, China;

2. School of mathematics and physics, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, China)

Abstract: Resonance is an interesting phenomenon in nature. In nuclear physics, resonance plays an important role in the formation of many exotic phenomena. This paper introduces the recently developed RMF-CSM, RMF-CGF, and RMF-CMR methods and their researches on nuclear single-particle resonances. The energies and widths of the single-particle resonant states in ^{120}Sn and ^{31}Ne and their evolution to mass number and deformation are given. In addition, the physical mechanism of the halo formation in ^{19}C , ^{31}Ne and ^{39}Mg and the cause of energy level inversion near $N=20$ are analyzed. In particular, the newly developed RMF-CMR approach has been successful in describing stable and exotic nuclei and supports the prediction that Zr isotopes exist in a giant halo.

Key words: single particle resonant state; complex scaling method; relativistic mean field theory

Received date: 26 Sep. 2018; **Revised date:** 27 Nov. 2018

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11575002, 11575001, 11205004, 11875070, 11805004, 11505001)

1) E-mail: jianyou@ahu.edu.cn.