



多重碎裂过程中的间歇性和分形

王文霞 邢永忠 张鸿飞 赵逸彦

Intermittency and Fractals in Fragmenting Processes

WANG Wenxia, XING Yongzhong, ZHANG Hongfei, ZHAO Yiyang

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.40.2022101>

引用格式:

王文霞, 邢永忠, 张鸿飞, 赵逸彦. 多重碎裂过程中的间歇性和分形[J]. *原子核物理评论*, 2023, 40(4):527–533. doi: 10.11804/NuclPhysRev.40.2022101

WANG Wenxia, XING Yongzhong, ZHANG Hongfei, ZHAO Yiyang. Intermittency and Fractals in Fragmenting Processes[J]. *Nuclear Physics Review*, 2023, 40(4):527–533. doi: 10.11804/NuclPhysRev.40.2022101

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[利用深度学习方法研究核物质状态方程](#)

Using Deep Learning to Study the Equation of State of Nuclear Matter

原子核物理评论. 2020, 37(4): 825–832 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2020017>

[基于中能重离子碰撞研究高密对称能](#)

Probing High-density Symmetry Energy Using Heavy-ion Collisions at Intermediate Energies

原子核物理评论. 2020, 37(2): 136–150 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019068>

[GeV能区碰撞中正反质子椭圆流劈裂的研究](#)

Investigation of the Splitting in Elliptic Flow Between Protons and Anti-protons in + Collisions at

原子核物理评论. 2020, 37(3): 660–667 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC04>

[RHIC-STAR重离子碰撞实验中可鉴别粒子的集体流研究](#)

Collective Flow of Identified Particles in Heavy Ion Collisions at RHIC-STAR

原子核物理评论. 2020, 37(3): 668–673 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC72>

[中能重离子碰撞中横向流电荷依赖的形状以及实验条件对横向流的影响\(英文\)](#)

Z-dependence Flow Pattern and Experimental Filter Effect on Transverse Flow Extraction in Intermediate-energy Heavy Ion Collisions

原子核物理评论. 2018, 35(1): 18–22 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.35.01.018>

[相对论重离子碰撞中手征磁效应寻找的现状\(英文\)](#)

Status of the Chiral Magnetic Effect Search in Relativistic Heavy-ion Collisions

原子核物理评论. 2018, 35(3): 225–242 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.35.03.225>

文章编号: 1007-4627(2023)04-0527-07

多重碎裂过程中的间歇性和分形

王文霞¹, 邢永忠^{2,†}, 张鸿飞^{1,2}, 赵逸彦²

(1. 兰州大学核科学与技术学院, 兰州 730000;
2. 天水师范学院基础物理研究所, 甘肃 天水 741000)

摘要: 为了深入理解中能重离子碰撞中多重碎裂的动力学机制, 利用同位旋相关量子分子动力学模型, 模拟了一组系统的中心碰撞过程, 应用阶乘矩方法分别对反应末态和反应过程中所形成的初级碎块的分布进行了细致分析, 结果显示: 在相变特征最为明显的入射能区: 1) 反应末态的碎块分布显示出多重分形特征; 2) 在碰撞系统发生多重碎裂的阶段, 初级碎块的分布对应间歇性指数达到最大值。对相似碰撞系统所做的同样分析表明, 这些特征在中能多重碎裂反应中具有普遍性。本文所揭示出的新特征, 有助于我们深刻理解中能重离子碰撞过程及多重碎裂的动力学机制, 同时, 通过对重离子碰撞这种高度非线性动力学过程的剖析, 丰富了我们对非线性混沌的知识。

关键词: 间歇性; 分形; 多重碎裂; 重离子碰撞; 中等能量

中图分类号: O562.5 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.40.2022101

0 引言

人们对中能重离子碰撞 (Intermediate Heavy Ion Collision) 的研究已经进行了近一个世纪, 但是, 碰撞过程及其多重碎裂的动力学机制仍然是当前争论的热点问题之一^[1-5]。几十年来, 人们通过对碰撞过程的研究, 揭示出了碰撞体系中的稳定性条件、多重碎裂相变以及发生相变的临界行为等许多特征, 并从动力学与统计学两个截然不同的物理学角度出发对这些特征进行了理论解释, 理论研究表明^[6-11]: 无论是动力学模型还是统计模型, 都可以很好地描述多重碎裂现象中的某一方面的特征。事实上, 这种现象与非线性动力学或确定性混沌^[12-16]有着密切的联系, 混沌是由确定性动力学产生的随机性, 与统计随机性的本质不同。同时, 理论研究还表明, 无论是动力学输运模型还是统计模型, 都可以很好地描述多重碎裂现象中的某些特征。换句话说, 在解释中能 HIC 的现象中, 动力学输运模型与统计学模型表现出了很好的一致性。正如文献^[17]所述: 混沌学“揭示的是有序与无序的统一, 确定性与随机性的统一”, “它正在消除对于统一的自然界的决定论和概率论两大对立描述体系间的鸿沟”。受此启发, 我们认为: 在研究中能重离子碰撞现象方面, 动力学输运模型与统计学

模型表现出的一致性, 也许为我们深入理解确定性动力学与统计学之间的联系提供了可能性^[18-20], 换句话说: 研究中能 HIC 的非线性动力学过程的特殊表现形式, 不仅有助于我们更加全面地理解碰撞动力学机制, 还有助于丰富我们对确定性混沌的认识。最近, 从这样的思路和目的出发, 我们借助于同位旋相关的量子分子动力学 (Isospin-Dependent Quantum Molecular Dynamics, IQMD) 模型^[21-23]对中能重离子碰撞过程模拟, 对碰撞过程中所形成的受激系统仅在平均场的作用下的时空演化过程中, 所表现出来的核物质分布密度的涨落和最大李雅普诺夫指数等做了分析, 显示了系统对于初始条件的高度敏感性。通过分析完整的碰撞过程 (单体和两体作用同时考虑), 考察了碰撞过程中的广义熵、反应末态中的多重碎裂熵、碎块分布的阶乘矩等这些典型的非线性混沌特征^[23]。

本文中, 我们将在上述工作的基础上, 进一步研究碰撞与多重碎裂过程中的间歇性混沌与分形的具体表现特征。为此, 本文第一节对 IQMD 模型以及我们对该模型所做的修改作简要的介绍。第二节将在介绍和比较阶乘矩的几种不同定义的基础上, 利用阶乘矩方法定量计算间歇性指数与分形维数, 并由此来显示多重碎裂的非线性动力学机制, 最后一节是总结和讨论。

收稿日期: 2022-09-20; 修改日期: 2022-11-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11665019, 11265013); 甘肃省自然科学基金项目 (20JR5RA497)

作者简介: 王文霞 (1997-), 女, 甘肃岷县人, 硕士研究生, 从事原子核理论研究; E-mail: wangwx20@lzu.edu.cn

† 通信作者: 邢永忠, E-mail: yzxc@tsnu.edu.cn

1 动力学模型

IQMD 模型是一种充分考虑核相互作用相关效应的多体输运模型, 非常适合研究中间能量下碰撞系统的多重碎裂现象。IQMD 模型是 QMD 模型的一个扩展版本^[1-2], 在解释多重碎裂, 特别是放射性束所诱导的中能 HIC 的相关特征方面取得了巨大的成功^[24-26]。该模型主要包含两个成分: 同位旋相关(包括对称势)的平均场和介质中同位旋相关的核子碰撞截面。同位旋相关的相互作用势由以下几部分组成:

$$U(\rho) = U^{\text{Sky}} + U^{\text{C}} + U^{\text{Sym}} + U^{\text{Yuk}} + U^{\text{Mdi}} + U^{\text{Pauli}}, \quad (1)$$

其中 U^{Sky} , U^{C} , U^{Sym} , U^{Yuk} , U^{Mdi} , U^{Pauli} 分别是 Skyrme 势、库仑势、对称势、汤川势、动量相关的相互作用势和泡利势, 其具体表达式及公式中涉及的参数见文献^[24-28]。

在研究中能核碰撞中, 核子-核子(N-N)碰撞截面的表达式有着多种不同的形式。本文中, 我们使用了文献^[29]中提出的与同位旋有关的 N-N 截面公式, 其形式如下:

$$\sigma_{nn} = (13.73 - 15.04\beta^{-1} + 8.76\beta^{-2} + 68.67\beta^4) \times \frac{1.0 + 7.772E_{\text{lab}}^{0.06}\rho^{1.48}}{1.0 + 18.01\rho^{1.46}}, \quad (2)$$

$$\sigma_{np} = (-70.67 - 18.18\beta^{-1} + 25.26\beta^{-2} + 113.85\beta) \times \frac{1.0 + 20.88E_{\text{lab}}^{0.04}\rho^{2.02}}{1.0 + 35.86\rho^{1.90}}, \quad (3)$$

$$\beta = \sqrt{1.0 - \frac{1.0}{\gamma^2}}, \quad \gamma = \frac{E_{\text{lab}}}{931.5} + 1.0, \quad (4)$$

其中: β 为弹核速度与光速之比; ρ 为核物质密度, 单位为 fm^{-3} ; σ_{nn} 和 σ_{np} 分别为中子-中子(或质子-质子)截面和中子-质子截面; E_{lab} 是实验室坐标系下的入射能量。通过理论模拟与实验数据的比较, 我们得到了反映泡利阻塞效应的能量依赖修正因子^[30-31]:

$$\xi(E) = 0.644 + 0.011E - 1.513E^2 + 6.214E^3, \quad (5)$$

用以修正不确定度关系 $R_r \times R_p \geq \zeta \hbar$, 这里的 R_r 和 R_p 分别表示坐标空间和动量空间中所占据的费米球的半径。利用这些表达式, 我们研究了费米能量附近的重离子反应中的耗散现象, 并且得到了与实验数据符合的很好的结果。

由于本文的目的在于研究多重碎裂过程中所表现出来的间歇性和分形等非线性的一般特征, 因此, 我们暂且不考虑诸如弹靶核的中质比、原子核的奇异结构等不同的入射道条件所导致的特殊效应, 也为了保证碰撞的

充分性(即弹靶中的核子均为参与者), 我们仅选取由中质比和质量数均对称的弹靶原子核所引起的中心碰撞。为此, 我们首先在图 1 中给出了入射能量为 $E = 80 \text{ MeV/u}$ 时, 反应系统 $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ 中, 中等质量碎片的多重数 N_{IMF} 随时间的变化, 图 1(a) 显示的是 N_{IMF} 随时间的变化。图中清楚的显示出了不同阶段电荷数满足 $2 \leq Z \leq 20$ 的 IMF 随时间的变化。约在 200 fm/c 之后, 系统中的 N_{IMF} 基本达到稳定值, 将 $t = 250 \text{ fm/c}$ 时刻做为反应的终态, 我们在图 1(b) 给出了这个时刻, 即反应终态的产额分布。此图显示产物中出现大量的 IMF 并给出了 IMF 具体分布。我们将从这样的分布中提取间歇性和分形的信息。

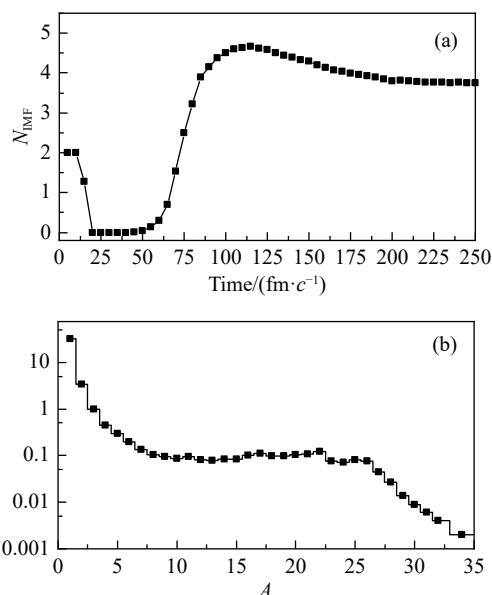


图 1 在入射能量 $E = 80 \text{ MeV/u}$ 下, 平均 IMF 数和 $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ 的反应产物

(a) $\langle N_{\text{IMF}} \rangle$ 随反应时间的变化; (b) $t = 250 \text{ fm/c}$ 时反应终态的产物分布, 横轴 A 为质量数。

2 基于阶乘矩分析的间歇性和分形

间歇性或阵发性, 本是海洋和大气湍流中发生的一种特殊现象^[32]。混沌动力学的研究表明: 这种现象不仅发生在复杂的耗散系统中, 而且发生在非线性动力系统^[32]的时空演化中, 类似于倍周期分岔或准周期性, 通常被看作是动力学系统由规则运动向混沌过渡的可能途径之一, 有时甚至可以直接将间歇性看作是系统是否混沌的判据。

核反应本质上是一个高度非线性的多体动力学过程, 间歇性正是系统相互作用的非线性相关性的一种表现^[33-35], 定量地表现为反应产物的分布对于统计分布的偏离。正应为如此, 人们通常将这种非线性动力学原

因所导致的涨落称之为动力学涨落或者大涨落，以示与统计噪声的区别。阶乘矩 (Scaled factorial moments) 被证明是可以消除统计噪声的一种数学方法，Bialas 等^[36]最早将其应用于高能核反应中并揭示出了间歇性的存在。文献^[36-38]定义的阶乘矩形式为

$$F_q^0 = M^{q-1} \frac{\sum_{m=1}^M n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1)}{N(N-1)\cdots(N-q+1)}, \quad (6)$$

其中： n_m 是相空间 $\Delta\Omega$ 中体积为 $\delta\Omega$ 的第 m 个窗口 (bin) 内的粒子数或团簇的个数； $M=\Delta\Omega/\delta\Omega$ 是划分 $\Delta\Omega$ 的窗口的总数目； $N=\sum_{m=1}^M n_m$ 是全区间 $\Delta\Omega$ 中的粒子或团簇的总数； q 是阶乘矩的阶数。一般的计算方法是：对于每一个事件，可以求得对应的 F_q^0 ，然后对所有事件进行平均，记为 $\langle F_q^0 \rangle$ 。随着 $\delta\Omega$ 的减小，如果表现出标度行为：

$$\langle F_q^0 \rangle \propto (\delta\Omega)^{-\alpha_q}, \quad (7)$$

则表明分布的涨落中存在着间歇性，其中 α_q 叫做间歇指数。对于一个给定的分布来说，间歇性的出现意味着产生这种分布的动力学系统具有阵发混沌的特征，这时的分布图案本身显示出强烈的尖峰“peak”或深坑“dip”，即分形特征。另一方面，人们通过对一些理想模型 (例如渗透模型) 的研究表明：在系统的连续相变的临界点附近，标度行为反映出关联长度趋于无穷大。因此，研究碰撞系统的产物的分布中的动力学涨落特性，具有十分重要的意义。

值得指出的是：尽管这种定量显示间歇性的方法通常被大多数人所接受，但是也有人对于复杂动力学系统中间歇性及其特征的定量描述存在着不同的看法，正如文献^[39]所述：“间歇性的定义并不唯一，特别是在一些动力学机制尚不清晰的复杂系统中，更没有被人们所普遍接受的定义”。同时，在 SFM 的具体计算中，由于总会涉及多个事件数、多个窗口以及多个粒子 (或者团簇) 在不同窗口中的不同数目等，对这些众多因素的不同平均方法可以导致阶乘矩的不同大小和变化形态，例如文献^[38]和^[39]，进而导致不同的间歇指数，甚至可以直接影响到人们对于给定系统中是否存在间歇性做出准确判断^[37]。无论如何，间歇性预示着动力学过程的“重要物理实质”^[40]。

通常，由于对多个事件和许多不同窗口的平均方法的不同，导致阶乘矩有两种不同的表达式，分别称为归一化水平矩 F_q^H 和垂直矩 F_q^V ^[40-41]：

$$F_q^H = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1) \rangle}{\langle \bar{n}_m \rangle^q}, \quad (8)$$

其中： $\bar{n}_m = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M n_m$ ，而 $\langle \bar{n}_m \rangle = \frac{1}{M} \left\langle \sum_{m=1}^M n_m \right\rangle = \frac{\langle n \rangle}{M}$ ， $n = \sum_{m=1}^M n_m$ 。

$$F_q^V = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{\langle n_m(n_m-1)\cdots(n_m-q+1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q}, \quad (9)$$

其中： $\langle n_m \rangle = \frac{1}{N_{ev}} \sum_{i=1}^{N_{ev}} n_{m,i}$ ；公式中的括号 $\langle \dots \rangle$ 表示对事件的平均值；而 $1/M$ 表示对整体窗口的平均值。两种不同的表达式所表示的阶乘矩对于分布的敏感性有所不同： F_q^H 依赖于不同窗口之间的相关性，因此，它对单粒子或碎块的分布密度敏感。相反地， F_q^V 只对每个窗口内的涨落敏感，对于分布密度的整体形状并不敏感。

人们在中能 HIC 的多重碎裂现象以及激发核体系的临界相变信号的研究过程中，已经对于 QMD 的模拟产物的中等质量碎块分布的阶乘矩做了计算^[42-43]。最近，我们按照式 (6) 对阶乘矩的定义，利用 IQMD 模型模拟 $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ 碰撞，分析了其产物中中等质量碎块的分布，并观察到间歇性的存在^[23]。这里，我们将进一步研究碰撞过程中的间歇性行为 and 分形特性的定量表现。为此，我们将图 1(b) 所示的反应产物的分布范围看作为上述公式中所述的相空间区域，即将产物分布中碎块的电荷数量 Z 的分布范围看作为 $\Delta\Omega$ ，并将其划分为 M 个大小为 δZ 不同的窗口，则对应的阶乘矩 F_q^H 和 F_q^V 随窗格 bin 的大小 δZ 的变化如图 2 所示。这里 $\delta Z = \frac{Z_{\max}-Z_{\min}}{M}$ ， Z_{\max} 和 Z_{\min} 分别是每次碰撞所得碎块的最大质子数和最小质子数。

从图 2 中可以看到，上述曲线均可以用直线来拟合，也就是说两种分析的结果都表现出间歇性行为，并且垂直矩的间歇指数大于水平矩的间歇指数。由于文献^[37, 44]

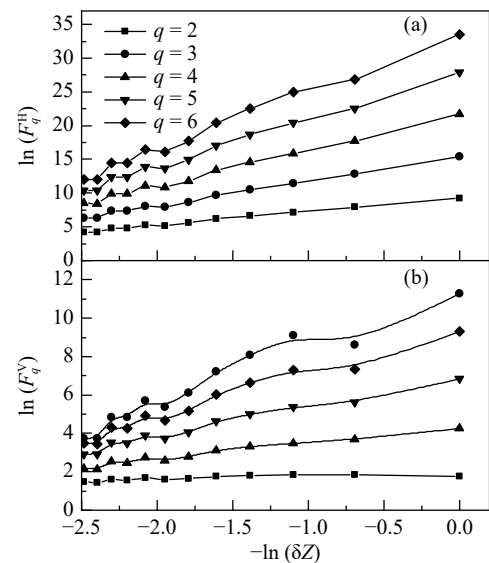


图 2 归一化水平矩 F_q^H (a) 和归一化垂直矩 F_q^V (b) 随碎片分布的 δZ 箱长度的变化关系

已经指出：水平矩不一定能够区别多重碎裂过程到底属于瞬时过程还是级联的过程，因此，我们在后续数值计算将主要以对垂直矩 F_q^V 的分析为主。

分形是出现在耗散系统或非线性动力系统的相空间中的一种特殊的几何结构，在混沌学中称其为奇异吸引子，分形维数 d_q 与间歇指数 α_q 间有如下关系^[45]：

$$d_q = \alpha_q / (q - 1), \tag{10}$$

按照分形的分类：若 d_q 与 q 无关，则对应于单分形 (monofractal)，如果 $d_q \propto q$ 则为多重分形 (multifractal)。在图 3 中我们绘出了 $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ 碰撞系统中的分形维数随阶数 q 的变化。显然中能 HIC 中多重碎裂过程所表现出的分形结构更符合多重分形的特征。

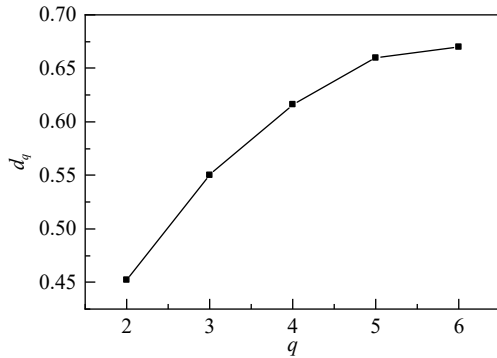


图 3 分形维数与 F_q 拟合的 q 阶数的依赖关系

基于 $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ 的研究，我们对 $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$ 的碰撞系统的阶乘矩也做了详细的研究，在图 4 中给出 $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$ 碰撞系统的归一化水平矩和归一化垂直矩。

从图 4 的结果我们可以看出，对于 $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$ 的碰撞系统和 $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ 的碰撞系统，不论是归一化水平矩还是归一化垂直矩都可以很好的用直线去拟合，并且在

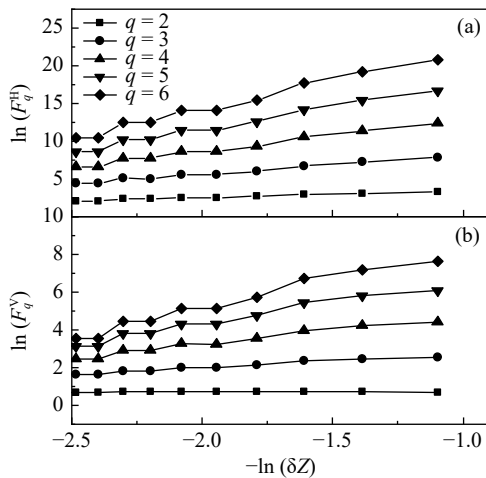


图 4 $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$ 碰撞系统阶乘矩的研究

(a) 归一化水平矩 F_q^H 随碎片分布的 δZ 箱长度的变化关系；(b) 归一化垂直矩 F_q^V 随碎片分布的 δZ 箱长度的变化关系。

分形理论当中，若阶乘矩满足这种幂律行为，就认为该系统具有间歇性，间歇性是出现在复杂耗散系统中的一种现象，也是确定论的动力学系统产生随机性的一种表现。同样我们根据式 (10) 对 $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$ 的碰撞系统的间歇指数和分形维数进行了研究，这里我们选取归一化垂直矩的间歇指数来研究该碰撞系统的分形维数和间歇指数的关系。其研究结果如下图 5 所示。

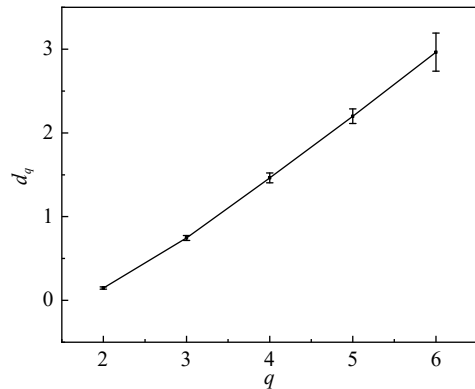


图 5 $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$ 分形维数与 F_q 拟合的 q 阶数的依赖关系

其结果显示，对于 $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$ 间歇指数和分形维数的依赖关系，与 $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ 类似，其分形维数和间歇指数满足 $d_q \propto q$ ，则更进一步说明中能 HIC 中多重碎裂过程所表现出的分形结构更符合多重分形的特征，并且给出了拟合过程当中的误差棒，发现二阶矩所对应的拟合结果更好，拟合的误差值更小，更为精确。

上述结果主要是针对反应终态的分析而得到的。正如我们所知：混沌运动是非线性动力学系统时空演化的一种表现。在此，我们按照混沌学的研究思想，直接将阶乘矩作为非线性混沌程度的度量，来观察它在多重碎裂过程中的时空表现。根据图 1 可见，我们所选定的碰撞过程的多重碎裂主要发生在 $t=60 \text{ fm}/c$ 到 $t=120 \text{ fm}/c$ 的时间间隔内，很容易得到这个时间范围内的阶乘矩。基于二阶矩，即 F_2 的特殊作用^[23]，我们在图 6(a) 给出了 $\langle F_{q=2} \rangle$ 随 δZ 的变化，图中每一条曲线对应于一个不同的时间，图 6(b) 给出了二阶矩间歇指数 α_2 随碰撞过程的时间演化。

图 6 表明：碰撞过程中不同时间的间歇性指数 α_2 明显不同，在多重碎裂发生的时刻， α_2 达到最大值，对应图 1 中 IMF 的多重数的最大值。由于间歇指数的大小反映的是非线性动力学涨落的大小以及相互作用的关联范围。例如，在没有非线性相关性而只有统计噪声的动力学系统的情况下，间歇指数应该为零。结合我们最近的研究结果^[23]，我们发现：在间歇指数取最大值的时刻，碰撞系统中多重碎裂的多重性、核子横向动量转移、系统的广义熵、以及多重碎裂熵均达到了各自的最大值，

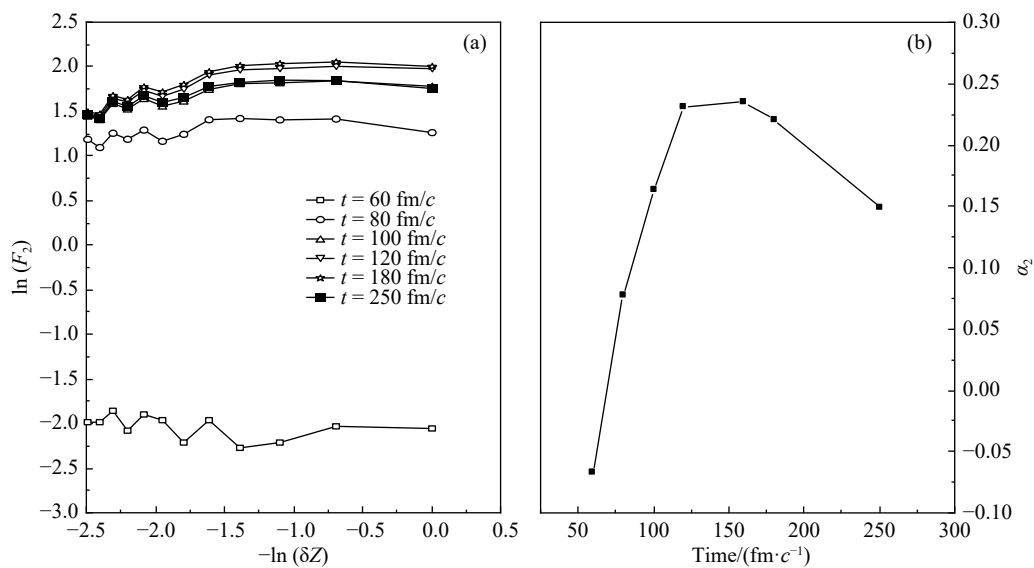


图6 不同时间的二阶矩随碎片分布的 δZ 箱长度的变化关系(a)及多重碎裂过程中间歇指数 α_2 随时间的变化关系(b)

这些物理量的相互印证,进一步表明:此时系统表现出最强的混沌性^[40],这些特征与发生在Ising模型中的二阶相变^[37]相类似。因此,在碰撞系统的时间演化过程中,间歇指数在发生多重破碎时达到最大值,这是非线性碰撞动力学的另一个典型特征。当然,这些特性能否作为有限碰撞系统发生二阶相变的证据,还需要结合其他相变指标的行为来进一步证实^[46-47]。

3 总结与讨论

间歇性是出现在复杂耗散系统中的一种现象,在系统的时空演化中表现为奇异结构,或称为奇怪吸引子,也是确定论的动力学系统产生随机性的一种表现,与统计随机性有着本质的区别。正如前文所述,寻找物理过程中的间歇性并定量地描述其特征,是当前混沌动力学正在探索的重要课题之一。20世纪80年代末,人们发现高能粒子碰撞中存在着间歇性,具体表现为末态粒子的快度分布所对应的阶乘矩与分辨率之间存在着一种特殊的依赖关系,即幂次律(Power Law),表明分布的涨落具有自相似的特征,与非线性系统在有序与无序运动之间发生的临界相变行为高度相似,反映出系统相互作用的标度无关性。吴元芳、刘连寿教授等对高能碰撞的粒子产生中的阵发性展开了一系列细致的研究,并对阶乘矩方法在高能碰撞研究中的具体应用做了深入探索,揭示出了粒子产生过程中的一系列奇特行为,例如多分形、自仿射性等。一个自然的问题是:这些特征是否会出现在中能HIC的多重碎裂过程中?具体如何表现?多重碎裂相变到底是单分形(monofractal)还是多分形(multifractal)?在事件空间中如何表现?这些问题目前并

没有明确的答案。正是出于这样的动机,近期我们对中能HIC和多重碎裂的非线性混沌的具体表现进行了系列研究,本文中,对多重碎裂过程中的间歇性表现和分形特征做了较为细致的探讨,我们首先利用IQMD,通过对典型碰撞系统的模拟,在相变特征最为明显的入射能区,详细分析了反应过程及其末态的碎块分布,所给出的结果显示:1)反应末态的事件空间中,表现出多重分形特征;2)在碰撞系统发生多重碎裂的阶段,初级碎块的分布对应间歇性指数达到最大值。在本文的计算中,我们分别选取了一组同位旋和质量数对称但总的质量数不同的碰撞体系对 $^{40}\text{Ca}+^{40}\text{Ca}$ 和 $^{58}\text{Ni}+^{58}\text{Ni}$ 做了类似的分析,所得结论基本一致,表明上述两个特征具有普适性,这些新揭示出的特征,有助于我们深刻理解中能HIC过程及多重碎裂的动力学机制,同时,通过剖析中能HIC这种典型的非线性动力学过程,丰富了我们的非线性混沌的知识。

参考文献:

- [1] AICHELIN J. *Phys Rep*, 1991, 202: 233.
- [2] GUPTA S D, MEKJIAN A Z. *Phys Rev C*, 1998, 57: 1361.
- [3] LIU H L, MA Y G, BONASERA A, et al. *Phys Rev C*, 2017, 96: 064604.
- [4] LIN Weiping, REN Peipei, ZHENG Hua, et al. *Phys Rev C*, 2019, 99: 054616.
- [5] LIU H L, Ma Y G, FANG D Q. *Phys Rev C*, 2019, 99: 054614.
- [6] BOWMAN D R, PEASLEE G F, DESOUZA R T, et al. *Phys Rev Lett*, 1991, 67: 1527.
- [7] MINICH R W, AGARWAL S, BUJAK A, et al. *Phys Lett B*, 1982, 118: 458.
- [8] RICHERT J, WAGNER P. *Phys Rep*, 2001, 350(1): 1.
- [9] BORDERIE B, RIVET M F. *Prog Part Nucl Phys*, 2008, 61: 551.

- [10] CHOMAZ P, COLONNA M, RDRUP J. *Phys Rep*, 2004, 389: 263.
- [11] JAKOBSSON B, JÖNSSON G, KARLSSON L, et al. *Nucl Phys A*, 1990, 509(1): 195.
- [12] BURGIO G F, BALDO M, RAPISARDA A. *Phys Lett B*, 1994, 321: 307.
- [13] WANG Nan, WU Xizhen, LI Zhuxia, et al. *Chin Phys Lett, Chin Phys Lett*, 2000, 17: 711.
- [14] ZHANG Yingxun, WU Xizhen, LI Zhuxia. *Phys Rev C*, 2004, 69: 044609.
- [15] HEISELBERG H, PETHICK C J, RAVENHALL D G. *Phys Rev Lett*, 1988, 61(7): 818.
- [16] WAELBROECK H. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1994, 52(6): IUGG320-IUGG324.
- [17] JAMES G. Chaos Creates New Science [M]. ZHANG Shuyu, Translate. HAO Bolin, Proofread. Shanghai: Shanghai Translation Publishing House, 1990. (in chinese)
(詹姆斯·格莱克. 混沌开创新科学[M]. 张淑誉, 译, 郝柏林, 校. 上海: 上海译文出版社, 1990.)
- [18] RUDOLPH C H. *Phys Rev D*, 1990, 41: 1456.
- [19] BERTSCH G, CUGNON J. *Phys Rev C*, 1981, 715(6): 518.
- [20] HOLYNSKI R, JURAK A, OLSZEWSKI A, et al. *Phys Rev Lett*, 1989, 62(7): 733.
- [21] XU Gongou, YANG Yatian, XING Yongzhong. *Phys Rev A*, 2000, 61: 042104.
- [22] XING Yongzhong, FU Weicheng, LIU Xiaobin, et al. *Nucl Phys A*, 2020, 1004: 122034.
- [23] XING Yongzhong, WANG Wenxia, ZHANG Hongfei, et al. *Nucl Phys A*, 2022, 1023: 122443.
- [24] JAENICKE J, AICHELIN J, OHTSUKA N, et al. *Nucl Phys*, 1992, 536: 201.
- [25] LIU Jianye, GUO Wenjun, XING Yongzhong, et al. *Phys Lett B*, 2002, 540: 213.
- [26] XING Yongzhong, LIU Jianye, GUO Wenjun. *Nucl Phys A*, 2003, 723: 483.
- [27] GUO Wenjun, LIU Jianye, XING Yongzhong. *Chin Phys Lett*, 2004, 21(8): 1495.
- [28] LIU Jianye, GUO Wenjun, WANG Shunjin, et al. *Phys Rev Lett*, 2001, 86: 975.
- [29] CAI Xiangzhou, FENG Jun, SHEN Wenqing, et al. *Phys Rev C*, 1998, 58: 572.
- [30] XING Yongzhong, ZHANG Hongfei, LIU Xiaobin, et al. *Nucl Phys A*, 2017, 957: 135.
- [31] XING Yongzhong, LIU Xingxia, LIU Xiaobin, et al. *Int J Mod Phys E*, 2017, 26: 1750010.
- [32] MCKENZIE D P, ROBERTS J M, WEISS N O. *J Fluid Mech*, 1974, 62: 465.
- [33] PLOSZAJCZAK M, TUCHOLSKI A. *Phys Rev Lett*, 1990, 65(13): 1539.
- [34] THOMÉK W, EGGERT K, GIBONI K, et al. *Nucl Phys B*, 1977, 129: 365.
- [35] KOBA Z, NIELSEN H B, OLESEN P. *Nucl Phys B*, 1972, 40: 317.
- [36] DIAS DE DEUS J. *Nucl Phys B*, 1973, 59: 231.
- [37] DEANGELISA A R, GROSSA D H E, HECKA R. *Nucl Phys A*, 1992, 537: 606.
- [38] BIALASAB A, PESCHANSKI R. *Nucl Phys B*, 1986, 215: 703.
- [39] BIALAS A, JANIK R A, PESCHANSKI R. *Phys Rev C*, 2007, 76(5): 98.
- [40] PESCHANSKI R. *Int J Mod Phys A*, 1991, 6: 3681.
- [41] DE WOLF E A, DREMINSKI I M, KITTEL W. *Phys Rep*, 1996, 270(1-2): 1.
- [42] MA Yugang. *Phys Rev Lett*, 1999, 83: 3617.
- [43] SOULIOTIS G A, BOTVINA A S, SHETTY D V, et al. *Nucl Instr and Meth*, 2007, 261: 996.
- [44] CAMPI X, KRIVINE H. *Nucl Phys A*, 1995, 589: 505.
- [45] LEE S J, MEKJIAN A Z. *Phys Rev C*, 1993, 47(5): 2266.
- [46] MA Yugang. *Eur Phys J*. 2006, 30: 227.
- [47] ELLIOTT J B, ALBERGO S, BIESER F. *Phys Rev C*, 2000, 62: 064603.

Intermittency and Fractals in Fragmenting Processes

WANG Wenxia¹, XING Yongzhong^{2,†}, ZHANG Hongfei^{1,2}, ZHAO Yiyan²

(1. School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China;

2. Institute for the Fundamental physics, Tianshui Normal University, Tianshui 741000, Gansu, China)

Abstract: In order to understand more comprehensively the dynamical mechanism of the multifragmentation taking place in heavy ion collision at intermediate energies, in the present paper, with help of the factorial moment method, we analyze the concrete behaviors of intermittent chaos and fractal in the distributions of the fragments in the reaction final states and the primary fragments formed during the fragmentation process, by simulating some collisions within the framework of the isospin dependent quantum molecular dynamics model. Our results show that 1) the fluctuations of the distribution of these fragments multiplicity are multi-fractal rather than mono-fractal, and 2) the intermittent exponent reaches its maximum at the stage of the multi-fragmentation taking place during the collisions. The universality of these features is verified by studying the similar colliding systems with the same analysis method. These new features we have revealed here not only help us to deepen our understanding of the dynamic mechanism of the multifragmentation, but also enrich our knowledge of nonlinear dynamics.

Key words: intermittency; fractal; multiple fragmentation; heavy ion collisions; intermediate-energy

Received date: 20 Sep. 2022; **Revised date:** 11 Nov. 2022

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11665019, 11265013); Natural Science Foundation of Gansu Province (20JR5RA497)

† **Corresponding author:** XING Yongzhong, E-mail: yzxing@tsnu.edu.cn