

# 混沌原子核系统的相干态描述<sup>\*</sup>

刘 芳 李希国 李君清

(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论研究中心, 中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

**摘 要** 当前, 人们对量子混沌系统的能谱统计性质的了解比对其波函数性质的了解多得多. 通过研究哈密顿系统初始状态为相干量子状态时的传播性质、位置与动量的平均值随时间的演化及涨落的变化性质, 将给出系统波函数及相空间分布的信息, 并自然给出量子、经典的对应. 从理论形式上给出了哈密顿系统状态的相干态表示.

**关键词** 形变核 量子混沌 相干态

**分类号** O571.22

## 1 引言

近年来, 对非线性动力学和混沌运动的研究已形成一个重要的自然科学领域. 原子核中所显示的混沌运动特征最早表现在复合核所显示的性质中, 是和无规矩阵理论相联系的<sup>[1~3]</sup>. 以后随着理论的发展, 人们在寻找原子核显示规则性质和混沌性质的规律, 这使得研究原子核的某些性质与普遍存在的非线性理论结合起来. 对经典混沌运动的研究已发现了异常丰富多彩的性质, 发现简单系统可以有复杂的运动. 人们已承认混沌的存在并确认它的重要性和普遍性<sup>[4]</sup>. 按照玻尔对应原理, 将量子力学应用到宏观运动上所得的结果, 应该与经典力学的结果一致, 所以力学系统的混沌特征必然在其量子性质上有所表现. 但由于量子力学中测不准原理的存在, 对经典系统的描述与对量子系统的描述有根本的不同, 至今对什么是“量子混沌”还没有一个明确的定义, 研究基本限于比较与经典混沌系统对应的量子系统具有的特征: 发现在经典上混沌的系统, 其对应的量子系统的特征并不表现在该系统应该处于什

么能级或状态上, 而表现在系统能谱的统计性质上. 人们发现经典上是规则的系统, 它的量子对应系统的相邻能级间隔分布呈现泊松分布; 而在经典上是混沌的系统, 它的量子对应系统的相邻能级间隔分布一般呈现 GOE(高斯正交系综)、GUE(高斯么正系综)和 GSE(高斯辛系综)分布, 显示何种分布是由系统的对称性决定的. 但是对量子混沌系统波函数的性质迄今所知甚少. 一方面波函数是表象依赖的, 另一方面一般混沌特征在高激发量子态中显示, 而对高激发量子态波函数的测定和计算极其困难.

经典系统混沌运动的主要特征是轨道对初值的敏感性, 即相空间中相邻轨道随时间指数型分离的特性, 这一点不能在量子系统中直接表述. 我们试图通过对量子、经典系统性质的比较来研究量子系统中的混沌现象, 因而研究初始态为相干态的不同量子力学态怎样随时间演化并显示差异而表现其量子特征. 特别是对部分混沌系统, 找出量子不规则运动的空间特征并阐明它与经典混沌运动之间的联系将是很有意义的. 原子核中的混沌现象一般与其形变、激发及其它对称

\* 1998-07-30 收稿.

\* 国家自然科学基金(项目号19575057和19775057)、中国科学院95重大项目和中国科学院院长特别支持费资助.

性的破缺有关. 本文主要探讨势场形变与混沌运动的联系.

## 2 相干态的有关性质

相干态是 Glauber<sup>[5]</sup>于1963年建立的, 到目前为止已取得了相当的进展, 并做了很多有意义的工作<sup>[6]</sup>. 相干态可以非常自然地解释一个微观量子系统怎样能够表现出宏观的集体模式, 可用来探索量子系统中宏观的经典直觉. 谐振子相干态是迄今为止求得的最完美的相干态, 它是谐振子湮灭算符的本征态, 这个态遵从与经典粒子类似的运动规律, 它在相空间中满足最小测不准关系原理.

最简单的谐振子哈密顿量可写成

$$H = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 x^2 = T + V. \quad (1)$$

产生、湮灭算符分别为  $a^+ = \sqrt{\mu\omega/2\hbar}[x - i(p/\mu\omega)]$ ,  $a = \sqrt{\mu\omega/2\hbar}[x + i(p/\mu\omega)]$ , 则

$$H = \left( a^+ a + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega. \quad (2)$$

湮灭算符  $a$  的本征方程可写为

$$a|\lambda\rangle = \lambda|\lambda\rangle, \quad (3)$$

$\lambda$  为复数.

$$|\lambda\rangle = e^{-1/2|\lambda|^2} \sum_n \frac{\lambda^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (4)$$

是谐振子的相干态, 式中  $|n\rangle$  为谐振子态. 当粒子处于相干态  $|\lambda\rangle$  描述的状态下时,  $x$ 、 $x^2$ 、 $p$  和  $p^2$  的平均值为

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \sqrt{\frac{2\hbar}{\mu\omega}} \operatorname{Re}(\lambda), \\ \langle p \rangle &= \sqrt{2\mu\hbar\omega} \operatorname{Im}(\lambda), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\hbar}{2\mu\omega} [1 + (\lambda + \lambda^*)^2],$$

$$\langle p^2 \rangle = \frac{1}{2}\mu\omega\hbar [1 - (\lambda - \lambda^*)^2], \quad (6)$$

$$\Delta x = (\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2)^{1/2} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega}},$$

$$\Delta p = (\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2)^{1/2} = \sqrt{\frac{\mu\omega\hbar}{2}}, \quad (7)$$

则有

$$\Delta x \Delta p = \frac{\hbar}{2}. \quad (8)$$

对二维非对称谐振子系统, 哈密顿量为(取自然单位)

$$H_0 = -\nabla^2 + x^2 + \frac{z^2}{b^2}. \quad (9)$$

根据  $n$  维玻色子系统相干态的定义<sup>[7]</sup>, 该二维哈密顿系统的相干态具有以下形式

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= \exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha_x|^2 + |\alpha_z|^2)\right] \cdot \\ &\exp(a_x^+ \alpha_x + a_z^+ \alpha_z) |0\rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$a_z^+ = \sqrt{\frac{b}{2}} \left( \frac{z}{b} - iP_z \right),$$

$$a_z = \sqrt{\frac{b}{2}} \left( \frac{z}{b} + iP_z \right),$$

$$a_x^+ = \sqrt{\frac{1}{2}} (x - iP_x),$$

$$a_x = \sqrt{\frac{1}{2}} (x + iP_x),$$

$|0\rangle$  是真空态. 此时, 哈密顿量  $H$  可写为

$$\begin{aligned} H &= 2 \left( a_x^+ a_x + \frac{1}{2} \right) + \\ &\frac{2}{b} \left( a_z^+ a_z + \frac{1}{2} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

本征态可表示为

$$|n_{1x} n_{2z}\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_{1x}! n_{2z}!}}.$$

$$(a_x^+)^{n_{1x}}(a_z^+)^{n_{2z}}|0\rangle, \quad (12)$$

相应的本征值为

$$\begin{aligned} & 2\left(n_{1x} + \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{b}\left(n_{2z} + \frac{1}{2}\right) \\ &= 2n_{1x} + 1 + \frac{2n_{2z} + 1}{b}, \end{aligned} \quad (13)$$

则

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= \exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha_x|^2 + |\alpha_z|^2)\right] \cdot \\ & \sum_{n_{1x}=0}^{\infty} \sum_{n_{2z}=0}^{\infty} \frac{(\alpha_x)^{n_{1x}}(\alpha_z)^{n_{2z}}}{\sqrt{n_{1x}! \cdot n_{2z}!}} |n_{1x}n_{2z}\rangle. \end{aligned} \quad (14)$$

### 3 形变谐振子势中初始态为相干态的状态随时间的演化

原子核的独立粒子模型，可看成是一核子在所有其它核子所形成的平均场中运动. 本文中暂不考虑自旋轨道耦合. 此时，首先感兴趣的问题是：导致原子核是否是混沌的原因是什么？球形平均场由于保持了很好的对称性，所以运动是规则的. 而混沌运动一般是由剩余相互作用引起的. 剩余相互作用可以是长程相互作用造成的形变，或是激发等，它们破坏了核的某些对称性. 考虑形变怎样引起了原子核的混沌运动. 原子核的最简单形变是轴对称四极形变，可使用三维谐振子势，将哈密顿量可写为(取自然单位)

$$H_0 = -\nabla^2 + \rho^2 + \frac{z^2}{b^2}.$$

式中， $\rho^2 = x^2 + y^2$ ， $b$  为常数. 当  $b > 1$  时，势场是长椭球谐振子势场； $b < 1$  时，势场是扁椭球谐振子势场.

#### 3.1 二维谐振子势的解

为了便于研究，仍考虑二维哈密顿系统(取自然单位)

$$\begin{aligned} H_0 &= -\nabla^2 + x^2 + \frac{z^2}{b^2} \\ &= -\frac{\partial}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial z^2} + x^2 + \frac{z^2}{b^2}. \end{aligned} \quad (15)$$

设系统的波函数为

$$\Phi_n(x, z) = f_{n_1}(x)g_{n_2}(z), \quad (16)$$

则薛定谔方程可写为

$$H_0\Phi_n(x, z) = \epsilon_n f_{n_1}(x)g_{n_2}(z), \quad (17)$$

其中， $f(x)$ 和  $g(z)$ 分别满足以下方程

$$\begin{aligned} & -\frac{d}{dx^2}f_{n_1}(x) + x^2f_{n_1}(x) \\ &= Df_{n_1}(x), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{d}{dz^2}g_{n_2}(z) + \frac{z^2}{b^2}g_{n_2}(z) \\ &= (\epsilon_n - D)g_{n_2}(z), \end{aligned} \quad (19)$$

其中， $D$  为分离变量常数. 当  $D$ 、 $\epsilon_n$  满足下列条件时，

$$D - 1 = 2n_1 \quad n_1 = 0, 1, 2, \dots, \quad (20)$$

$$(\epsilon_n - D)b - 1 = 2n_2 \quad n_2 = 0, 1, 2, \dots, \quad (21)$$

(18)和(19)两式物理上允许的解有

$$\begin{aligned} f_{n_1}(x) &= (\sqrt{\pi} \cdot 2^{n_1} \cdot n_1!)^{-1/2} \cdot \\ & \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \cdot \\ & \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n_1}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k \cdot n_1!}{k! \cdot (n_1 - 2k)!} \cdot \\ & (2x)^{n_1 - 2k}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} g_{n_2}(z) &= (\sqrt{b\pi} \cdot 2^{n_2} \cdot n_2!)^{-1/2} \cdot \\ & \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{z^2}{b}\right) \cdot \\ & \sum_{l=0}^{\lfloor \frac{n_2}{2} \rfloor} \frac{(-1)^l \cdot n_2!}{l! \cdot (n_2 - 2l)!} \cdot \\ & \left(2 \frac{z}{\sqrt{b}}\right)^{n_2 - 2l}. \end{aligned} \quad (23)$$

由(20)和(21)式可得

$$\varepsilon_n = 2n_1 + 1 + \frac{2n_2 + 1}{b}. \quad (24)$$

### 3.2 二维谐振子势加形变势的解

粒子在轴对称谐振子势中的运动被证明是规则的<sup>[8]</sup>, 引起原子核的混沌运动必须有八极以上的形变<sup>[9]</sup>, 同时取八极形变势与文献<sup>[9]</sup>相同的形式. 因为在文献<sup>[9]</sup>中, 对其经典性质已描述得很清楚, 这样的取法自然有利于进行经典与量子的对应. 为了研究上的方便, 也为了量子、经典系统的对应, 仅考虑二维情况(在经典上由于哈密顿系统具有轴对称性, 所以研究粒子在  $\varphi=0$  的平面中运动并不失一般性<sup>[10]</sup>). 所以取

$$H = H_0 + \lambda \frac{2z^3 - 3zx^2}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \quad (25)$$

其中, 第二项为八极形变项,  $\lambda$  为形变参数. 无论  $b>1$  或  $b<1$  都存在一个  $\lambda_c$ , 当  $\lambda>\lambda_c$  时, 势场开放而伸到无穷远. 这里只考虑  $\lambda<\lambda_c$  的封闭势场情况, 即不考虑散射态. 薛定谔方程可写为

$$H\Psi_N(x, z) = E_N\Psi_N(x, z), \quad (26)$$

$\Psi_N(x, z)$  可用二维谐振子波函数展开, 即

$$\Psi_N(x, z) = \sum_n \Phi_n(x, z) C_{nN}. \quad (27)$$

久期方程可写为

$$\sum_n (\lambda\alpha_{mn} + \delta_{mn}\varepsilon_n) \cdot C_{nN} = E_N \cdot C_{nN},$$

$$\alpha_{mn} = \iint \Phi_m^*(x, z) \cdot \frac{2z^3 - 3zx^2}{\sqrt{x^2 + z^2}} \cdot \Phi_n(x, z) dx dz,$$

$$\Phi_n(x, z) dx dz, \quad (28)$$

写成矩阵的形式

$$A \cdot C_N = E_N \cdot C_N, \quad (29)$$

其中,  $A$  是  $N \times N$  维矩阵,  $A_{mn} = \lambda\alpha_{mn} + \delta_{mn}\varepsilon_n$ ,  $C_N$  是  $E_N$  对应的特征向量, 是一个  $N$  维列向量.  $E_N$  是矩阵  $A$  的特征值(这样的特征值共有  $N$  个). 可用一般的空间截断法来解(26)式, 而用变化久期方程维度的方法来选取不受维度影响的能级和波函数.

### 3.3 初始态为相干态的量子态随时间的演化性质

设  $t=0$  时, 系统处于相干态  $|\alpha_0\rangle$ , 则  $t$  时刻系统的状态为

$$|\alpha(t)\rangle = \exp(-iHt) |\alpha_0\rangle, \quad (30)$$

式中

$$|\alpha_0\rangle = \exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha_x|^2 + |\alpha_z|^2)\right] \cdot \sum_{n_{1x}=0}^{\infty} \sum_{n_{2z}=0}^{\infty} \frac{(\alpha_x)^{n_{1x}} (\alpha_z)^{n_{2z}}}{\sqrt{n_{1x}! \cdot n_{2z}!}} |n_{1x} n_{2z}\rangle, \quad (31)$$

$|n_{1x} n_{2z}\rangle$  在坐标表象中的具体形式见(16)、(22)和(23)三式. 则  $|\alpha(t)\rangle$  可表示为

$$|\alpha(t)\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} |\Psi_m(x, z)\rangle \cdot \exp(-iE_m t) \langle \Psi_m(x, z) | \alpha_0 \rangle. \quad (32)$$

$|\Psi_m(x, z)\rangle$  是带形变的二维谐振子系统的本征波函数.

当粒子处于  $|\alpha(t)\rangle$  所描述的状态时, 位置、动量及它们的平方、涨落的平均值如下

$$\langle Z \rangle = \langle \alpha(t) | z | \alpha(t) \rangle = \sum_{m, n, s, q=0}^{\lfloor \frac{s_2}{2} \rfloor} \sum_{s'_2=0}^{\lfloor \frac{q_2}{2} \rfloor} \sum_{q'_2=0}^{\lfloor \frac{q_2}{2} \rfloor} \delta_{s_1, q_1} \cdot \sqrt{\frac{b}{2}} \cdot R_a(\alpha, m, n, s, q) \cdot R_c(s_2, q_2, s'_2, q'_2) \cdot$$

$$[s_2 + q_2 - 2(s'_2 + q'_2)] !! \quad (s_2 + q_2 \text{取奇数}), \quad (33)$$

$$\langle Z^2 \rangle = \langle \alpha(t) | z^2 | \alpha(t) \rangle = \sum_{m,n,s,q=0} \sum_{s'_2=0}^{[\frac{s_2}{2}]} \sum_{q'_2=0}^{[\frac{q_2}{2}]} \delta_{s_1, q_1} \cdot \frac{b}{2} \cdot R_a(\alpha, m, n, s, q) \cdot R_c(s_2, q_2, s'_2, q'_2) \cdot [s_2 + q_2 - 2(s'_2 + q'_2) + 1] !! \quad (s_2 + q_2 \text{取偶数}), \quad (34)$$

$$\langle \Delta z \rangle = (\langle z^2 \rangle - \langle z \rangle^2)^{1/2}, \quad (35)$$

$$\langle x \rangle = \langle \alpha(t) | x | \alpha(t) \rangle = \sum_{m,n,s,q=0} \sum_{s'_1=0}^{[\frac{s_1}{2}]} \sum_{q'_1=0}^{[\frac{q_1}{2}]} \delta_{s_2, q_2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot R_a(\alpha, m, n, s, q) \cdot R_c(s_1, q_1, s'_1, q'_1) \cdot [s_1 + q_1 - 2(s'_1 + q'_1)] !! \quad (s_1 + q_1 \text{取奇数}), \quad (36)$$

$$\langle x^2 \rangle = \langle \alpha(t) | x^2 | \alpha(t) \rangle = \sum_{m,n,s,q=0} \sum_{s'_1=0}^{[\frac{s_1}{2}]} \sum_{q'_1=0}^{[\frac{q_1}{2}]} \delta_{s_2, q_2} \cdot \frac{1}{2} \cdot R_a(\alpha, m, n, s, q) \cdot R_c(s_1, q_1, s'_1, q'_1) \cdot [s_1 + q_1 - 2(s'_1 + q'_1) + 1] !! \quad (s_1 + q_1 \text{取偶数}), \quad (37)$$

$$\langle \Delta x \rangle = (\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2)^{1/2}, \quad (38)$$

$$\langle P_z \rangle = \langle \alpha(t) | P_z | \alpha(t) \rangle = \sum_{m,n,s,q=0} (-i) \cdot \delta_{s_1, q_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{b}} \cdot R_a(\alpha, m, n, s, q) \cdot \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sum_{s'_2=0}^{[\frac{s_2}{2}]} \sum_{q'_2=0}^{[\frac{q_2}{2}]} R_c(s_2, q_2, s'_2, q'_2) \cdot [s_2 + q_2 - 2(s'_2, q'_2)] !! + \sqrt{2q_2} \delta_{s_2, q_2}^{-1} \right\} \quad (s_2 + q_2 \text{取奇数}), \quad (39)$$

$$\langle P_z^2 \rangle = \langle \alpha(t) | P_z^2 | \alpha(t) \rangle = \sum_{m,n,s,q=0} \left( -\frac{1}{b} \right) \cdot \delta_{s_1, q_1} \cdot R_a(\alpha, m, n, s, q) \cdot \left\{ \frac{1}{2} \sum_{s'_2=0}^{[\frac{s_2}{2}]} \sum_{q'_2=0}^{[\frac{q_2}{2}]} \cdot R_c(s_2, q_2, s'_2, q'_2) \cdot [s_2 + q_2 - 2(s'_2 + q'_2) + 1] !! + (2q_2 + 1) \cdot \delta_{s_2, q_2} \right\} \quad (s_2 + q_2 \text{取偶数}), \quad (40)$$

$$\langle \Delta P_z \rangle = (\langle P_z^2 \rangle - \langle P_z \rangle^2)^{1/2}, \quad (41)$$

$$\langle P_x \rangle = \langle \alpha(t) | P_x | \alpha(t) \rangle = \sum_{m,n,s,q=0} (-i) \cdot \delta_{s_2, q_2} \cdot R_a(\alpha, m, n, s, q) \cdot$$

$$\left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sum_{s'_1=0}^{[\frac{s_1}{2}]} \sum_{q'_1=0}^{[\frac{q_1}{2}]} R_c(s_1, q_1, s'_1, q'_1) \cdot [s_1 + q_1 - 2(s'_1 + q'_1)] !! + \sqrt{2q_1} \delta_{s_1, q_1-1} \right\}$$

( $s_1 + q_1$  取奇数),

(42)

$$\langle P_x^2 \rangle = \langle \alpha(t) | P_x^2 | \alpha(t) \rangle = \sum_{m, n, s, q=0} (-1) \cdot \delta_{s_2, q_2} \cdot R_a(\alpha, m, n, s, q) \cdot$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \cdot \sum_{s'_1=0}^{[\frac{s_1}{2}]} \sum_{q'_1=0}^{[\frac{q_1}{2}]} R_c(s_1, q_1, s'_1, q'_1) \cdot [s_1 + q_1 - 2(s'_1 + q'_1) + 1] !! + (2q_1 + 1) \cdot \delta_{s_1, q_1} \right\}$$

( $s_1 + q_1$  取偶数),

(43)

$$\langle \Delta P_x \rangle = (\langle P_x^2 \rangle - \langle P_x \rangle^2)^{1/2},$$
(44)

$$R_a(\alpha, m, n, s, q) = \sum_{l, k=0} C_{ln} C_{km} C_{sn} C_{qm} \cdot \exp[it(E_n - E_m)] \cdot \exp[-(|\alpha_x|^2 + |\alpha_z|^2)] \cdot$$

$$\frac{(\alpha_x^*)^{l_1}}{\sqrt{l_1!}} \cdot \frac{(\alpha_z^*)^{l_2}}{\sqrt{l_2!}} \cdot \frac{(\alpha_x)^{k_1}}{\sqrt{k_1!}} \cdot \frac{(\alpha_z)^{k_2}}{\sqrt{k_2!}},$$

$$R_c(s_2, q_2, s'_2, q'_2) = 2^{-(s'_2+q'_2)} \cdot \frac{(-1)^{s'_2} \cdot (s_2!)^{1/2}}{s'_2! \cdot (s_2 - 2s'_2)!} \cdot \frac{(-1)^{q'_2} \cdot (q_2!)^{1/2}}{q'_2! \cdot (q_2 - 2q'_2)!}.$$
(45)

式中,  $l_1, l_2$  是波函数  $\Phi_l(x, z)$  对应的  $x, z$  方向上的量子数,  $k_1, k_2, s_1, s_2, q_1, q_2$  同理.

以上各表达式中,  $\alpha_x = x_0 + iP_{x0}, \alpha_z = z_0 + iP_{z0}$ , 实部、虚部分别由初始时刻波包中心处于相空间中的位置确定. 一般平均值携带系统的动力学信息, 是由系统的动力学方程确定的. 由平均值的诸方程可见, 诸平均值的每一项都随时间作振荡. 其中诸  $C_{\mu\nu}$  是谐振子态  $\Phi_\mu$  在哈密顿系统  $H$  (见 25 式) 的波函数  $\Psi_N$  中所占的权重, 它与其它量子数包括初始值一起影响振荡振幅, 而总平均值是具有不同振幅和频率的各振荡项的叠加. 对规则运动, 平均值随时间的演化按经典轨道运行并分布在相空间确定的区域内. 波包的宽度给出关于平均值涨落的信息, 而涨落给出的是系综性质, 因此能反应混沌信息. 波包初始位置对扩散的影响将反映形变势场的几何特征对波包扩散的影响. 特别对于初始时刻相邻而不重叠的波包, 其中心距离随时间的演化性质, 若是指数量型地分离则显示典型的混

沌运动特征. 我们希望通过种种量子现象的分析找出量子不规则运动的基本特征, 当普朗克常数  $\hbar$  趋于零时, 自然地显示出它与经典混沌间的联系.

## 4 讨论

我们给出了在带形变的二维谐振子势中, 初始态为相干态的状态随时间的演化公式. 计算出位置、动量的平均值以及围绕诸平均值的涨落随时间演化形式上的解析解. 所以说形式上的解析解是因为诸式中谐振子波函数  $\Phi_n$  在系统波函数  $\Psi_N$  中所占的权重  $C_{nN}$  是数值结果. 由于相干态的特殊性质, 我们将得到量子系统在相空间行为的知识, 它将与势场的几何对称性相联系. 可见随着形变参数的增加, 系统怎样由规则变成部分混沌, 直至充分混沌, 以及部分混沌尚存在哪些规则结构, 并自然的给出量子与经典的对应. 具体的数值计算结果将在另文中给出.

致谢 作者在此感谢与徐躬耦先生的讨论.

## 参 考 文 献

- 1 Verbaarschot J J M , Weidenmüller H A , Zirnbauer M R. Statistical Nuclear Theory as an Anderson Model of Dimensionality Zero. *Phys Rev Lett*, 1984, 52: 1597~1600; Grassmann Integration in Stochastic Quantum Physics; the Case of Compound - nucleus Scattering. *Phys Rep*, 1985 , 129: 367~438
- 2 Bohigas O. In the Compound Nucleus: A Classically Chaotic Quantum System. In: Durell J L et al ed. *Proceedings Inter Nucl Phys Conf*, U K: Harrogate 25~30 August 1986, 511~520
- 3 Bohigas O, Weidenmüller H A. Aspects of Chaos in Nuclear Physics. *Ann Rev Nucl Part Sci*, 1988, 38: 421~453
- 4 Gutzwiller M C. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*. New York: Springer- verlag, 1990, 116~409
- 5 Glauber R J. The Quantum Theory of Optical Coherence. *Phys Rev*, 1963, 130: 2529~2539; Coherent and Incoherent States of the Radiation Field. *Phys Rev*, 1963, 131: 2766~2788
- 6 Fan Hongyi, Ruan Tunan. Coherent State Formulation of the Weyl Correspondence and the Wigner Function. *Commun in Theory Phys*, 1983, 2:1563~1574
- 7 Blaizot, Jean - Paul. *Quantum Theory of Finite Systems*, Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1986, 18~27
- 8 Swiatecki W J. Nuclear Dissipation and the Order to Chaos Transition. *Nucl Phys*, 1988, A488: 375c ~ 394c; Li Junqing, Huang Weiqi. Dynamical Behavior and Energy Dissipation of a Classical Particle in Harmonic-plus-Legendre Potential. *Phys Rev*, 1994, C50: 1632~1636
- 9 Heiss W D, Nazmitdinov R G, Radu S. Chaos in Axially Symmetric Potentials with Octupole Deformation. *Phys Rev Lett*, 1994, 72: 2351~2354
- 10 Li Junqing. The Stability of Trajectories in an Axially Symmetric Potential with Octupole Deformation. *J Phys*, 1998, G24: 1021~1028

## Description of Chaotic Nuclear System with Coherent States

Liu Fang   Li Xiguo   Li Junqing

*(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator  
of Lanzhou, Institute of Modern Physics, the Chinese Academy  
of Sciences, Lanzhou 730000 )*

**Abstract**    So far the statistical fluctuation property of the energy spectrum and its rigidity for quantum chaotic systems are known much more than the wave functions. The study of the propagating property of a quantum state of a Hamiltonian system with its initial state being a coherent state, the time evolution of the mean position and mean momentum, as well as the variation of the position and momentum fluctuation of the system will offer information about the wave function and the phase space distribution, and present the correspondence between quantum and classical mechanics. This work gives a description of the quantum state of Hamiltonian system by coherent state in theoretical formalism.

**Key words**    deformed nucleus   quantum chaos   coherent state