

## 原子核代数模型中的 F-旋混合态、回弯、 电磁跃迁问题的研究\*

龙桂鲁<sup>1,2,3</sup> 张伟林<sup>1</sup> 纪华鹰<sup>1</sup> 李岩松<sup>1</sup> 屠长存<sup>1</sup>  
牛力<sup>1</sup> 赵恩广<sup>1,2</sup> 朱胜江<sup>1</sup>

1 (清华大学物理系 北京 100084)

2 (中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

3 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

**摘要** 在原子核的代数模型框架下,讨论了集体回弯效应、较高自旋的 F-旋混合对称态以及电磁跃迁几率等问题.

**关键词** 原子核代数模型 集体回弯效应 F-旋混合对称态 波函数集体性减弱 电磁跃迁

**分类号** O571.21

近几年来,我们在原子核相互作用玻色子模型(IBM)中研究了较高自旋的 F-旋混合态、集体回弯现象、sdg-IBM 及 spdf-IBM 的电磁跃迁性质.现在 IBM 已发展为很成熟的模型,具有简洁、物理图像清楚等优点.

### 1 较高自旋的 F-旋混合对称态

F-旋混合对称态,有时又称为剪刀态,是相互作用玻色子模型最成功的预言之一<sup>[1]</sup>.实验上在 2 MeV 激发能附近发现了 1<sup>+</sup>、2<sup>+</sup>态<sup>[2,3]</sup>,开创了实验核结构研究的一个重要方向,近 20 年来经久不衰<sup>[4]</sup>.在 IBM2 中,其相互作用可以写成

$$H = \epsilon_d \hat{n}_d + K Q_v \cdot Q_v + a M, \quad (1)$$

其中

$$M = \xi_1 (a_v^\dagger a_n^\dagger)^\dagger (\tilde{a}_n \tilde{a}_v)^\dagger + \xi_2 \frac{1}{2} (S_n^\dagger a_v^\dagger - S_v^\dagger a_n^\dagger) (S_n \tilde{a}_v - S_v \tilde{a}_n) + \xi_3 (a_v^\dagger a_n^\dagger)^3 (\tilde{a}_n \tilde{a}_v)^3, \quad (2)$$

即是 Majorana 相互作用. Majorana 相互作

用项一般是 3 个系数相等,且取为正.它的作用是使混合对称态的能量向上推高.历史上 Iachello 等人首先预言了混合对称 1<sup>+</sup> 态等的能量在 2 MeV 附近. D. Bohle 等人在实验上发现了 <sup>152</sup>Dy 等稀土区核的混合对称态. Hamilton 等人发现了振动核附近的 2<sup>+</sup> 态.剪刀态的研究成为核结构理论和实验研究中的一个重要方向.

到目前为止,几乎所有的研究仅限于 1<sup>+</sup>、2<sup>+</sup> 混合态,而且以 1<sup>+</sup> 为多.在稍微高一些角动量的混合对称态中,Hamilton<sup>[5]</sup>发现 <sup>56</sup>Fe 中的 4<sub>2</sub> 态可以解释为混合对称态.一般认为,较高自旋的混合对称态的能量很高,实验上观察不到,很少有人去研究.

我们的计算表明,在一定的条件下,较高自旋的混合对称态可以成为晕态,它同下面能级的电磁跃迁几率非常弱;如果存在,将是非常稳定的同质异能态.

为了简单起见,取 U(5) 极限下的哈密顿量 ( $N_v = 3, N_n = 2$ )  $H = 0.12C_{205} + 0.01C_{206} + a_1 M_1 + a_2 M_2 + a_3 M_3$ . 这样一个体系所有的态按 F-旋和角动量的划分见表 1.

\* 国家自然科学基金(项目号 19775026)、核工业科学基金(项目号 J95AY5021)、教育部优秀年轻教师基金、霍英东青年教师基金资助.

表 1  $N_p=3, N_n=2$  体系的各种态

$U(5)$	$F$	$J$										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
[5]	5/2	5	0	7	2	6	2	4	1	2	0	1
[41]	3/2	4	6	12	10	11	7	6	3	2	1	0
[32]	1/2	5	5	12	9	11	6	5	2	1	0	0

在取  $a_1=a_2=a_3$  时, 可用解析的方法求出该系统的能谱, 可以用来对 NPBOS 程序计算出的能级进行标度. 此时,  $F=F_{\max}$  的能级最低,  $F=F_{\max}-1=3/2$  的次之,  $F=F_{\max}=1/2$  的能级最高. 为了研究 Majorana 相互作用中不同项对各个混合对称态的影响, 我们作了以下计算: (1) 固定  $a_2=a_3=0.8$  MeV, 让  $a_1$  由  $-0.4$  MeV 变到  $1.0$  MeV; (2)

固定  $a_1=a_2=0.8$  MeV, 让  $a_3$  由  $-0.4$  MeV 变到  $1.0$  MeV. 计算结果发现: (1)  $F=F_{\max}$  态不随  $a_1$  或  $a_3$  变化; (2) 有些 F-旋混合态不随  $a_1$  或  $a_3$  变化; (3) 有些 F-旋混合对称态随  $a_1$  或  $a_3$  线性变化.

表 2 给出了已清楚的 5 个  $8^+$  态随着  $a_3$  的变化. 可以从表中看出, 当  $a_3=0.0$  MeV 时,  $[32][32](32)8^+(F=1/2)$  态就变成了晕态.

表 2  $8^+$  态能量 (MeV) 随着  $a_3$  的变化 (态由  $U(6)$ 、 $U(5)$ 、 $O(5)$  的不可约表示标记)

$a_3$	State labeling				
	$[5][5](5)$	$[5][4](4)$	$[41][41](41)$	$[41][4](4)$	$[32][32](32)$
1.0	5.8	4.12	7.0	6.12	7.12
0.8	5.8	4.12	6.5	6.12	6.92
0.6	5.8	4.12	6.0	6.12	6.16
0.4	5.8	4.12	5.5	6.12	5.32
0.2	5.8	4.12	5.0	6.12	4.52
0.0	5.8	4.12	4.5	6.12	3.72
-0.2	5.8	4.12	4.0	6.12	2.92
-0.4	5.8	4.12	3.5	6.12	2.12
$\Delta E$	0.0	0.00	0.5	0.00	0.80

这种情况之所以能够发生, 是由于 F-旋最小的态的能量随着  $a_1$  或  $a_3$  的变化率最大, 它们下降得比其它态快.

这种较高自旋的混合对称态的性质是很重要的, 由于它的能量较低, 其下的能级均是对称态, 因而它的电磁跃迁很弱, 是长寿命的同质异能态. 这从某种意义上讲, 和高自旋物理中的转晕态陷阱类似.

## 2 集体回弯现象<sup>[6]</sup>

一般认为原子核高自旋态中的回弯现象是由于 Coriolis 力拆对引起的, 在双准粒子耦合模型(带交叉)和推转壳模型中, 以及在 IBM 中都考虑了这种效应. 这里介绍一种集体回弯机制. 这种机制是一个很简单的事实, 只是从前没有被注意到而已. 我们取哈密顿量为

$$\begin{aligned}
 H &= a\hat{n}_d + bC_{205} + cC_{205} + dC_{203} \\
 &= an_d + bn_d(n_d + 4) + c\tau(\tau + 4) + \\
 &\quad dL(L + 1). \quad (3)
 \end{aligned}$$

通常  $a$  是正值,  $b$ 、 $c$  和  $d$  一般均比较小. 如  $^{110}\text{Cd}$  中<sup>[7]</sup>,  $a = 603.9 \text{ keV}$ ,  $b = 22.1 \text{ keV}$ ,  $c = -13.1 \text{ keV}$ ,  $d = 10 \text{ keV}$ .  $an_d + bn_d(n_d + 4)$  将不同声子数的态劈裂, 一般在给定角动量  $L$  时,  $n_d$  越小, 能级就越低. 而当  $b$  为负时, 则  $an_d + bn_d(n_d + 4)$  的图形就变成了一个抛物线.

如果声子数  $n_d$  没有任何限制, 则  $n_d$  越大, 能级就越低, 此时体系就没有稳定的基态. 在价模型中, 声子的数目是有限的. 在 IBM 中,  $n_d$  的最大取值就是  $N$ , 即价核子对数. 如果量子数  $\tau$ 、 $L$  相同, 可以看到, 当原子核的声子数  $n_d$  由 0 开始增加时, 晕态为  $L = 2n_d = 2\tau$ , 到达一定的声子数后, 晕态就变为  $n_d = N$  的态.

在实际的原子核中, 动力学对称性要被破坏. 这时带中间会发生混合, 原先严格的禁戒跃迁现在就会发生. 我们对  $^{136}\text{Nd}$  进行了研究, 其能谱可以由以下哈密顿量对角化后得到

$$\begin{aligned}
 H &= 2.589\hat{n}_d - 0.053(L \cdot L) - \\
 &\quad 0.143(Q \cdot Q) - 0.229(T^3 \cdot T^3) - \\
 &\quad 0.487(T^4 \cdot T^4), \quad (4)
 \end{aligned}$$

这里

$$\begin{aligned}
 Q_\mu &= (s^+ \tilde{d} + d^+ \tilde{s})_\mu^2 - 0.075(d^+ \tilde{d})_\mu^2, \\
 T_q^k &= (d^+ \tilde{d})_q^k.
 \end{aligned}$$

得到的理论计算能谱与实验能谱<sup>[8]</sup>符合较好. 同时我们还计算了  $B(E2)$ , 理论与实验的符合也不错. 回弯处,  $B(E2)$  有一个明显的减少. 目前的实验数据同理论计算的结果无矛盾.

$^{136}\text{Nd}$  在破对机制中, 被解释为  $\pi h_{11/2}$  的破对. 由 Schmidt 公式可以计算得到因子  $g = 1.42$ , 而由 IBM 的最简单估计  $g = 0.65$ ;

而实验上  $8^+$  和  $10^+$  的  $g$  因子数据为  $g = 1.03(24)$ . 集体回弯的解释也同实验数据相近. 这里的回弯效应是所有价核子参加的运动, 因而是一种集体效应. 我们预计, 在转动核中, 破对效应是主要的. 在接近振动的核中, 回弯频率都比较低, 此时转动引起的破对效应较小, 集体回弯效应可能是主要的.

### 3 玻色子模型中波函数集体性减少问题的解决<sup>[9]</sup>

玻色子模型中描写转动的是  $SU(3)$  极限. 在  $SU(3)$  极限中, 若取其  $E2$  跃迁算符为  $SU(3)$  群的生成元, 则其带间跃迁还可以用解析公式表达. 一般有

$$\begin{aligned}
 B(E2; L+2 \rightarrow L)_g &\propto \\
 &(\lambda - L)(\lambda + L + 3), \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中,  $\lambda$  是生成基带的  $SU(3)$  不可约表示的标记 ( $\lambda 0$ ). 在  $sd$ -IBM 中,  $\lambda = 2N$ ; 在  $sdg$ -IBM 中,  $\lambda = 4N$ .  $B(E2)$  随着  $L$  的增大, 很快增大. 当  $L = \lambda/4$  时,  $B(E2)$  值最大. 然后随着  $L$  的增大,  $B(E2)$  迅速减少. 这就是跌落 (fall-off) 效应. 当  $L = \lambda$  时,  $B(E2)$  为零, 这就是截断效应 (cut-off). 同实验比较,  $sd$ -IBM 的结果在  $L > 6$  时, 就比实验值小很多. 随着  $L$  的增加就更差了. 在  $sdg$ -IBM 中, 情况稍改善一些, 但也只将  $B(E2)$  的最大值推到  $8 \sim 10$ . 这就是著名的玻色子模型中波函数的集体性减少的问题<sup>[10~12]</sup>. 这一困难一直未得到解决. 若要解决这一问题, 就需增加  $\lambda$ , 而要增加  $\lambda$  值, 只有两个方式: 一是增加玻色子数  $N$ , 另一方式是引入更多角动量的玻色子. 若考虑超过价核子对数的玻色子数是不合理的. 很多研究表明,  $sdg$ -IBM 能较好地描写原子核的性质, 解决诸如  $^{168}\text{Er}$  中的非谐性问题, 较好地描写超形变核的性质<sup>[13]</sup>, 再引入更高的角动量的玻色子没有足够的理由. Li 和 Morrison 在 1996 年用一致  $Q \cdot Q$  方法改善了  $sdg$ -IBM 中  $B(E2)$  同实验的符合情况. 他们还特别指出, 在  $^{236, 238}\text{U}$  中, 理论计

算在高自旋( $L=26$ )处还是小于实验数据, 但这并不是 IBM 独有, 此时实验值比硬性转子的值还要大. 因而大多数模型在解释这两个核的  $B(E2)$  时都会遇到困难. 因此, 波函数集体性不够强, 也在于几何模型.

这一问题之所在, 在 sdg-IBM 中是由于  $E2$  跃迁算符的选取不当. 我们选取 sdg-IBM 的  $SU(3)$  极限波函数, 计算了 sdg-IBM 中各项算符及  $(S+\tilde{a}+a+S)^2$ 、 $(a+\tilde{a})^2$ 、 $(a+\tilde{g}+g+\tilde{a})^2$ 、 $(g+\tilde{g})^2$  的矩阵元, 发现各项的矩阵元均可写成  $\sqrt{(\lambda-L)(\lambda+L+3)}[a+bL(L+3)]$ . 其中  $a$ 、 $b$  是只与  $N$  有关的系数. 当以上算符按照  $SU(3)$  生成元组合的时候,  $L(L+3)$  项被相互抵消. 只要取同  $SU(3)$  生成元不同的跃迁算符, 就可有一个与  $L(L+3)$  成正比的项. 具体取以下算符

$$T(E2) = e_2[T(11) + \alpha(d+\tilde{a})^2 + \beta(g+\tilde{a}+a+\tilde{g})^2], \quad (6)$$

这里  $T(11)$  是  $SU(3)$  的生成元.

我们计算了  $^{236}\text{U}$  和  $^{238}\text{U}$  30 多个形变核的  $B(E2)$ , 理论与实验结果的符合很好<sup>[14]</sup>. 带间跃迁的计算正在进行, 已经求出所需的群约化系数<sup>[15,16,17]</sup>, 也讨论了  $g$  玻色子对负宇称态的影响<sup>[18]</sup>.

特别指出的是, 这个  $L(L+3)$  项只能在

sdg-IBM 中有. 在 sd-IBM 中, 无论怎样选取  $E2$  跃迁算符, 都得不到这个与  $L(L+3)$  有关的项.

#### 4 八极形变核的电磁跃迁研究<sup>[19]</sup>

八极形变是近几年来核结构研究中的一个重要问题. 在代数模型中, 八极形变核由 spdf-IBM 中的  $SU(3)$  极限描述. 我们在此模型中, 利用群表示理论给出了有关的  $E1$ 、 $E2$ 、 $E3$ 、 $M1$  和  $M2$  跃迁的解析表达式. 目前, 这方面的实验数据还不多. 对已测量到的  $E1$  跃迁数据与实验结果符合较好.

#### 5 小结

代数模型是一个发展较为完善的核结构模型. 它具有结构简单、图像清楚、易于计算的优点. 在有些情况下可以用解析的方法给出物理量的表达式, 而且在讨论一些物理机制时也有简单清楚的特点. 我们在代数模型中讨论了较高自旋混合对称态、集体回弯效应、波函数的集体性减弱的问题以及八极形变核的电磁跃迁等问题, 同实验数据的初步比较符合较好. 有些机制, 如同质异能态、集体回弯等还需要理论工作和实验工作的进一步检验.

#### 参 考 文 献

- 1 Iachello F. Electron Scattering in the Interacting Boson Model. Nucl Phys, 1981, A358: 89c~112c
- 2 Bohle D, Richter A, Steffen W *et al.* New Magnetic Dipole Excitation Mode Studied in the Heavy Deformed Nucleus  $^{154}\text{Cd}$  by Inelastic Electron. Phys Lett, 1984, B137: 27~31
- 3 Hamilton W D, Irback A, Elliott J P. Mixed-Symmetry Interacting -Boson -Model States in the Nuclei  $^{140}\text{Ba}$ ,  $^{142}\text{Ce}$  and  $^{144}\text{Nd}$  with  $N=84$ . Phys Rev Lett, 1984, 53: 2469~2472
- 4 Zawischa D. Theoretical Aspects of the New Collective Models in Nuclei. J Phys, G: Part, Phys, 1998, 24: 683~718
- 5 Hamilton W D. The Nuclear Spectroscopy of Mixed Symmetry States. In: Nuclear Structure, Reactions and Symmetries. Singapore: World Scientific, 1986, 338~349
- 6 Long G L. Collective Backbending Effect in the Interacting Boson Model. Phys Rev, 1997, C55: 3163~3165
- 7 Iachello F, Arima A. The Interacting Boson Model. Cambridge: Cambridge University Press, 1987, 42
- 8 Burrows T W. Nuclear Data Sheets for  $A=136$ . Nucl Data Sheets, 1987, 52: 273
- 9 Long G L, Ji H Y. Spin Dependence of Intra-ground-state-band  $E2$  Transitions in the  $SU(3)$  Limit of the sdg Interacting Boson Model. Phys Rev, 1998, C57: 1686

- ~1 690
- 10 Elliott J P. The Interacting Boson Model of Nuclear Structure. *Rep Prog Phys*, 1985, 48, 171~221
- 11 Casten R F, Wagner D D. The Interacting Boson Approximation. *Rev Mod Phys*, 1988, 60, 389~469
- 12 Li S C, Kuyucak S. Description of Deformed Nuclei in the sdg Boson Model. *Nucl Phys*, 1996, A604, 305~340
- 13 Liu Y X. Description of Superdeformed Nuclear States in the Interacting Boson Model. *Phys Rev*, 1997, C56, 1 370
- 14 Long G L, Zhang W L, Ji H Y *et al.* Generalized Michailov Plot Analysis of Inband E2 Transitions of Deformed Nuclei. *J Phys, G*, 1998, 24
- 15 Long G L, Zhang J Y, Zhang W L. Table of  $(\lambda, 0) \times (4, 0) SU_3 \supset R_3$  Wigner Coefficients. *J Phys*, 1998, A31, 7 821~7 828
- 16 Sun H Z, Ruan D. Algebraic Expressions for  $O(N) \supset O(N-1)$  Reduction Factor for the Three-rowed Irreducible Representations. *J Math Phys*, 1998, 39, 630
- 17 Ruan D, Sun H Z. Algebraic Expressions for Some  $O(N)$  Racah Coefficients. *J Math Phys*, 1998, 39, 6 226
- 18 Long G L, Zhang W L, Ji H Y *et al.*  $SU(3)$  Limit of the sdgpf Interacting Boson Model. *Science in China, Series A*, 1998, 41, 1 296~1 301
- 19 Long G L, Shen T Y, Ji H Y *et al.* Analytical Expressions for Electromagnetic Transition Rates in the  $SU(3)$  Limit of the spdf Interacting Boson Model. *Phys Rev*, 1998, C57, 2 301~2 307

## Studies of F-spin Mixed Symmetry States, Collective Backbending and Electromagnetic Transitions in Nuclear Algebraic Models

Long Guilu<sup>1,2,3</sup> Zhang Weilin<sup>1</sup> Ji Huaying<sup>1</sup> Li Yansong<sup>1</sup> Tu Changcun<sup>1</sup>  
Niu Li<sup>1)</sup> Zhao Enguang<sup>1,2</sup> Zhu Shengjiang<sup>1</sup>

1 (*Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084*)

2 (*Institute of Theoretical Physics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

3 (*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000*)

**Abstract** The collective backbending effect, F-spin mixed symmetry states have been studied for the nuclei with moderate high spins. It is found that there is an additional  $L(L+3)$  proportional term in the E2 transition rates in the sdg interacting boson model and solved the long standing problem of reduction of collectivity in the wave function of boson models. The electromagnetic transitions in the spdf-interacting boson model have been calculated and compared with existing experimental data, and good agreement between calculation and experimental data is obtained.

**Key words** algebraic model of nuclear structure collective backbending effect F-spin mixed symmetry states reduction of collectivity in boson model wave function electromagnetic transition

**Classifying number** O571.21