

10 246-250

超流模型能级密度公式及其参数研究

吕国雄 董燎原 黄忠甫 丘国春

(广西大学物理系 南宁 530004)

苏宗涛

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

0571.415

摘要 对推广超流模型(GSM)能级密度公式作了研究,并根据评估的平均中子共振间距 D_0 和分立能级累计数 N_0 拟合出了一组 GSM 能级密度公式的参数,这组参数已被收入到国际原子能机构(IAEA)推荐输入参数库(RIPL)的起始数据文件.

关键词 核能级密度 推广超流模型 中子共振间距 分立能级

分类号 O571.41+5

1 引言

在核反应统计理论中,核能级密度是一个十分重要的参量.30年代,H. A. Bathe 提出了简单、解析的费米气体模型核能级密度的基本表达式(FGM)^[1].30年前,人们就认识到用 FGM 公式同时描述低激发能级和中子共振区存在一定的困难,并相信常温模型(CTM)可以很好地描述低于中子结合能以下的实验数据.1965年 Gilbert 和 Cameron 提出了高低能分开的组合半经验公式(GC)^[2],1973年 Dilg 提出了具有费米面近移效应的半经验公式(BS)^[3],克服了 FGM 公式低能发散的困难,但它们都没有考虑集体增强效应.

由于把 BCS 超导理论引入到原子核中取得了很大的成功,因而 Ignatyuk 等人将 BCS 超导理论推广到核能级密度中,并在考虑了壳效应、对效应和集体效应后,提出了推广超流模型(GSM)能级密度公式^[4~6].

超流模型认为原子核在临界温度 T_c 以下为超流态,可用 BCS 超导理论描述;在 T_c 以上转为正常态,可用费米气体模型描述.在 IAEA 专家咨询会议上,GSM 能级密度公式被推荐使用.

本文利用超流模型核能级密度公式,符合由我们用多种统计方法估算的平均中子共振间距 D_0 和分立能级累计数 N_0 值^[7],给出一批核素的超流模型公式能级密度参数.在最近发表的国际原子能机构推荐输入参数库(RIPL)手册^[8]中,这组参数已被收入 RIPL 的起始文件.

2 GSM 能级密度公式

GSM 能级密度公式为^[6]

$$\rho(U) = \rho_{\text{BCS}}(U') K_{\text{vib}}(U') K_{\text{rot}}(U'), \quad (1)$$

其中, U' 为有效激发能, $\rho_{\text{BCS}}(U')$ 为 BCS 理论准粒子激发的能级密度, $K_{\text{vib}}(U')$ 为振动激发产生的集体增强因子, $K_{\text{rot}}(U')$ 为转动引起的转动增强因子.

有效激发能取为

$$U' = U + n\Delta_0 + \delta_{\text{shell}}, \quad (2)$$

其中, U 为核的实际激发能;对偶偶核、奇 A 核和奇奇核, n 的值相应取为 0、1 和 2; Δ_0 为对关联函数,可用系统学估计为

$$\Delta_0 = 12A^{-1/2}, \quad (3)$$

它与原子核从超流态到正常态的转变临界温度 T_α 的关系为

$$T_\alpha = 0.567\Delta_0; \quad (4)$$

δ_{shell} 是为了更好地描述原子核低激发态和质子共振区的能级密度而引入的能移参数.

2.1 $\rho_{\text{BCS}}(U')$ 的计算

准粒子激发能级密度 $\rho_{\text{BCS}}(U')$ 可写为类似于费米气体核能级密度公式的形式^[1]:

$$\rho_{\text{BCS}}(U') = \frac{\exp(S)}{\sqrt{2\pi\sigma^2 \text{Det}}}, \quad (5)$$

其中, S 为热力学函数熵; σ 为自旋切割因子, 描述自旋的分布; Det 是由巨配分函数偏导数组成的行列式.

在超流模型能级密度中, 能级密度的计算分为超流态和正常态两个能区进行, 这两个区域由临界温度 T_α 区分:

(1) 当核温度 $T > T_\alpha$, 即 $U' \geq U_\alpha$ 时, 超流模型能级密度公式与 FGM 公式十分相似, 此时有效激发能 U' 、熵和其他热力学函数为

$$\begin{aligned} U' &= aT^2 + E_{\text{cond}}, \\ S &= 2aT = 2\sqrt{a(U' - E_{\text{cond}})}, \\ \sigma^2 &= \left(\frac{6}{\pi^2}\right)a\langle m^2 \rangle T, \\ \text{Det} &= \left(\frac{144}{\pi}\right)a^3 T^5, \end{aligned} \quad (6)$$

其中, T 为热力学温度, $\langle m^2 \rangle = (0.24 \pm 0.01) A^{2/3}$ 为单粒子费米面附近角动量投影的平方平均, a 为能级密度参数, 形式为

$$a(U, Z, A) = \begin{cases} \bar{a}(A) \left(1 + \frac{B}{C}\right), & U' \geq U_\alpha \\ a_\alpha, & U' < U_\alpha \end{cases} \quad (7)$$

其中, $B = [f(U' - E_{\text{cond}})]\delta\epsilon_0(Z, A)$, $C = U' - E_{\text{cond}}$; $\delta\epsilon_0(Z, A)$ 是壳修正, 可以由质量公式确定; \bar{a} 为 a 在高激发态时的渐近值, 尤量

纲的函数 $f(U)$ 决定 a 在低激发态的能量行为, 其形式为

$$\begin{aligned} f(U) &= 1 - \exp(-\gamma U), \\ \gamma &= 0.40A^{-1/3} \text{ MeV}^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

E_{cond} 为凝聚能, 它描述超流模型的基态能量相对于费米气体模型基态能量的降低, 形式为

$$E_{\text{cond}} = \frac{3}{2\pi^2} a_\alpha \Delta_0^2, \quad (9)$$

式中, a_α 为临界温度时的 a 值, 即

$$a_\alpha = \bar{a} \left[1 + \delta\epsilon_0 \frac{1 - \exp(-\gamma a_\alpha T_\alpha^2)}{a_\alpha T_\alpha^2} \right], \quad (10)$$

(2) 当核温度 $T < T_\alpha$, 即 $U' \leq U_\alpha$ 时, 核温、熵和其他热力学函数的形式为:

$$\begin{aligned} U' &= U_\alpha(1 - \varphi^2), \\ S &= S_\alpha(T_\alpha/T)(1 - \varphi^2), \\ \sigma^2 &= \sigma_\alpha^2(1 - \varphi^2), \\ \text{Det} &= \text{Det}_\alpha(1 - \varphi^2)(1 + \varphi^2)^2, \end{aligned} \quad (11)$$

其中, 相应函数在临界态的形式为:

$$\begin{aligned} U_\alpha &= a_\alpha T_\alpha^2 + E_{\text{cond}}, \\ S_\alpha &= 2a_\alpha T_\alpha, \\ \sigma_\alpha^2 &= \left(\frac{6}{\pi^2}\right)a_\alpha \langle m^2 \rangle T_\alpha, \\ \text{Det}_\alpha &= \left(\frac{144}{\pi}\right)a_\alpha^3 T_\alpha^5; \end{aligned} \quad (12)$$

函数 $\varphi = [1 - (U'/U_\alpha)]^{1/2}$ 与核温度 T 的关系为

$$\varphi = \tanh \left[\left(\frac{T_\alpha}{T} \right) \varphi \right], \quad (13)$$

2.2 $K_{\text{vb}}(U')$ 的计算

能级密度的振动增强因子的形式为^[6]

$$K_{\text{vb}} = \exp \left[\delta S - \left(\frac{\delta U}{T} \right) \right], \quad (14)$$

δS 和 δU 分别是集体激发引起的熵和激发能的改变值, 这些改变可用玻色气体的关系描述:

$$\delta S = \sum_{i=0}^{\infty} (2\lambda_i + 1) [(1 + n_i) \ln(1 + n_i) - n_i \ln n_i], \quad (15)$$

$$\delta U = \sum_{i=0}^{\infty} (2\lambda_i + 1) \omega_i n_i, \quad (16)$$

其中, λ_i 是具有能量 ω_i 的振动模式的多极距, 在这里, 仅考虑 $\lambda_2=2$ 的四极振动和 $\lambda_3=3$ 的八极振动, 即在(15)和(16)式中, 对 i 从 2 到 3 求和; 对偶偶核, ω_{2^+} 由实验给出的第一条能级 2^+ 的能量得到, 对奇 A 核和奇奇核, 则根据偶偶核的 2^+ 能级外推得出, 而 $\pi\omega_3 = 50 A^{-2/3} \text{ MeV}$ 取为八极振动激发的能量; n_i 为在给定温度下的振动激发态的占有数, 为了解释集体增强效应在高温时消失的现象, 占有数 n_i 的形式可简单地近似取为

$$n_i = \frac{\exp[-\gamma_i / (2\omega_i)]}{\exp(\omega_i/T) - 1}, \quad (17)$$

这里, γ_i 为集体激发的阻塞宽度, 形式取为

$$\gamma_i = C(\omega_i^2 + 4\pi^2 T^2), \quad (18)$$

其中, $C = 0.0075 A^{1/3} \text{ MeV}^{-1}$ 由低激发态的能级密度和中子共振数据的系统学定出.

2.3 $K_{\text{rot}}(U)$ 的计算

转动增强因子的形式为^[6]

$$K_{\text{rot}} = \begin{cases} J_{\perp} T g(U) = \sigma_{-2}^2 g(U) \\ \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{3} \varepsilon \right) g(U) & \text{变形核} \\ 1 & \text{球形核,} \end{cases} \quad (19)$$

在这里, J_{\perp} 是角动量的垂直分量, $g(U)$ 是描述热核转动阻尼的经验函数, 形式为

$$g(U) = \left[1 + \exp\left(\frac{U - U_r}{d_r}\right) \right]^{-1}. \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} U_r &= 120 A^{1/3} \varepsilon^2 \text{ MeV}, \\ d_r &= 1400 A^{-2/3} \varepsilon^2 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (21)$$

ε 为变形参数, 根据文献[4], 当 $150 \leq A \leq 185$ 时, ε 取为 0.3; 当 $185 < A < 204$ 时, ε 取为 0.2; 当 $A \geq 230$ 时, ε 取为 0.24; 其它核当作球形核处理, 对 $\varepsilon > 0.2$, 当激发能量低于 B_n 时, 转动阻尼可以忽略, 即此刻 $g(U)$ 近似取为 1.

3 GSM 能级密度公式参数的拟合

拟合能级密度参数的实验数据为靶核的 S 波平均中子共振能级间距 D_0 和低激发分立能级累计数 N_0 , D_0 和 N_0 的数据选自由我们所评估和推荐的结果^[7], 其余的数据选自文献[9]. 截止能量 U_0 下的能级累计数(包括所有自旋、宇称的能级)的计算公式为

$$N_0 = \int_0^{U_0} \rho(U) dU, \quad (22)$$

中子结合能附近处 S 波中子共振的能级间距为

$$\frac{2}{D_0} = \sum_{I=1/2}^{I+1/2} \rho^J \left(B_n + \frac{1}{2} E_R \right) \quad (23)$$

其中, I 为靶核自旋, B_n 为中子结合能, E_R 为可分辨共振区能量.

本工作用复形法拟合能级密度参数 $\bar{\alpha}$ 和能移 δ_{rot} , 每个核的目标函数取为

$$\chi^2 = \left(\frac{N_{\text{cal}} - N_{\text{exp}}}{\Delta N_{\text{exp}}} \right)^2 + \left(\frac{D_{\text{cal}} - D_{\text{exp}}}{\Delta D_{\text{exp}}} \right)^2, \quad (24)$$

其中, N_{cal} 、 N_{exp} 和 ΔN_{exp} 分别表示某一个核的能级累计数 N_0 的计算值、实验值和实验值的误差; D_{cal} 、 D_{exp} 和 ΔD_{exp} 分别表示某一个核在中子共振处能级间距 D_0 的计算值、实验值和实验值的误差, 拟合过程中, 要求每个核的目标函数均小于 1.

拟合出的 GSM 公式的参数见表 1. $\alpha - A$ 、 $K_{\text{rot}} - A$ 和 $K_{\text{rot}} - A$ 的分布分别见图 1(a-c).

表1 GSM 公式的能级密度参数

Z	Nucl	δ_{eu}	δ_{c+}	\bar{a}	$\delta_{st,n}$
77	¹⁹³ Ir	-3.74	0.00	17.847	0.633
77	¹⁹⁴ Ir	-4.17	0.00	18.487	0.110
78	¹⁹⁶ Pt	-4.79	0.00	16.014	0.386
78	¹⁹⁸ Pt	-5.39	0.00	17.582	0.520
78	¹⁹⁷ Pt	-3.77	0.00	16.933	0.094
79	¹⁹⁹ Au	-6.81	0.00	18.054	0.167
80	¹⁹⁹ Hg	-7.55	0.00	19.341	0.467
80	²⁰⁰ Hg	-8.12	0.00	18.114	0.214
81	²⁰⁴ Tl	-10.87	0.66	10.613	-0.954
81	²⁰⁵ Tl	-12.48	0.62	16.109	-1.210
82	²⁰⁵ Pb	-11.15	0.82	14.857	0.515
82	²⁰⁷ Pb	-13.12	1.71	20.373	-0.669
82	²⁰⁸ Pb	-13.42	2.61	16.502	-0.381
82	²⁰⁹ Pb	-12.10	1.70	22.901	-0.324
83	²¹⁰ Bi	-11.20	0.96	14.682	-0.147
90	²³⁰ Th	-1.90	0.00	21.336	0.763
90	²³¹ Th	-2.00	0.00	22.776	0.799
90	²³² Th	-1.65	0.00	22.851	0.757
91	²³⁴ Pa	-2.27	0.00	25.562	0.083
92	²³³ U	-2.91	0.00	23.907	0.678
92	²³⁴ U	-2.87	0.00	23.321	0.629
92	²³⁵ U	-2.87	0.00	23.763	0.536
92	²³⁶ U	-2.65	0.00	23.135	0.732
92	²³⁷ U	-2.67	0.00	23.517	0.526
92	²³⁸ U	-2.29	0.00	23.319	0.694
92	²³⁹ U	-2.24	0.00	23.007	0.651
93	²³⁹ Np	-3.20	0.00	24.816	0.091
94	²³⁹ Pu	-3.68	0.00	25.488	0.288
94	²⁴⁰ Pu	-3.40	0.00	25.366	0.371
94	²⁴¹ Pu	-3.31	0.00	25.092	0.342
94	²⁴² Pu	-2.93	0.00	24.469	0.436
94	²⁴³ Pu	-2.96	0.00	23.389	0.435
94	²⁴⁴ Pu	-2.46	0.00	29.673	0.478
95	²⁴⁰ Am	-3.20	0.00	25.833	0.106
95	²⁴² Am	-3.40	0.00	25.018	0.562
95	²⁴⁴ Am	-3.49	0.00	25.460	1.113
96	²⁴³ Cm	-4.11	0.00	24.898	0.125
96	²⁴⁴ Cm	-3.89	0.00	25.915	0.471
96	²⁴⁵ Cm	-4.04	0.00	26.407	0.308
96	²⁴⁶ Cm	-3.68	0.00	27.365	0.535
96	²⁴⁷ Cm	-3.69	0.00	23.081	0.481
96	²⁴⁸ Cm	-3.32	0.00	24.964	0.348
96	²⁴⁹ Cm	-3.09	0.00	26.222	0.201
97	²⁵⁰ Bk	-3.62	0.00	25.327	0.172
98	²⁵⁰ Cf	-4.38	0.00	27.109	0.256

4 分析与讨论

(1) GSM 公式在考虑壳效应时, 将壳效应归入能级密度参数 a 中[见图 1(a)], 参数 \bar{a} 中基本不再包含壳效应(见表 1), 从而更有利于系统学的研究.

(2) GSM 公式在考虑对效应时, 在有效激发能中从系统学引入了对关联强度 δ_c ,

结果从表 1 可见, 参数 $\delta_{sh,lc}$ 的变化范围不大, 且较有规律, 这有利于系统学的研究.

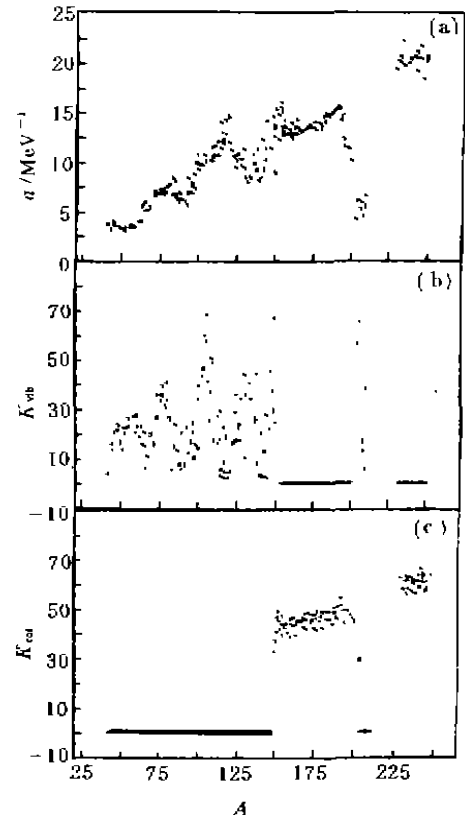


图1 $a(Z)$ 、 K_{vib} 和 K_{rot} 与 A 的关系
(a) a 分布, (b) K_{vib} 分布, (c) K_{rot} 分布.

(3) GSM 公式在考虑集体增强效应时, 提出了与核温有关的振动增强因子 K_{vib} , 与形变有关的转动增强因子 K_{rot} . 由图 (b) 和 (c) 可见, 在中子结合能附近, 能级密度的振动增强因子 K_{vib} 的值约在 2~40 之间; 能级密度的转动增强因子 K_{rot} 的值约在 10~70 之间. 最近 Mengoni^[10] 用 IBM 方法得到的 ²³⁸U 的集体因子为 43.1, 我们的值为 61 左右.

(4) GSM 公式对能级密度的计算分为超流态和正常态两个区域进行, 在这点上和 GC 公式相近. 从超流态到正常态相变的临界温度 T_c 由 BCS 超导理论得到, 有理论依据. 在 T_c 以上, 能级密度的能量依赖与 FGM 公式的差别仅在于激发能的一个移动; 在 T_c 以下, 使用了相对简单、参数化的能量

依赖的热力学函数. GSM 公式的理论基础较扎实, 值得进一步研究.

(5) 我们得到的 GSM 参数已被收入中国评价参数库(CENPL)的核能级密度子

库^[1-3], 同时也被推荐作为国际原子能机构的推荐输入参数库(RIPL)中起始文件的 GSM 参数^[8].

参 考 文 献

- 1 Bethe H A. An Attempt to Calculate the Number of Energy Levels of a Heavy Nucleus. *Phys Rev.* 1936, 50, 332~341
- 2 Gilbert A, Cameron A G W. A Composite Nuclear Level Density Formula with Shell Corrections. *Canadian J Phys.* 1965, 43, 1 446~1 496
- 3 Dilg W, Schantl W, Vonach H *et al.* Level Density Parameters for the Back-shifted Fermi Gas Model in the Mass Range $40 < A < 250$. *Nucl Phys.* 1973, A217, 269~298
- 4 Ignatyuk A V, Istekov K K, Smirenkin G N. Statistical Characteristics of Excited Nuclei. *Sov J Nucl Phys.* 1979, 29, 450~458
- 5 Grudzevich O T, Ignatyuk A V, Plyuskin V I *et al.* Consistent Systematics of Level Density for Medium and Heavy Nuclei. Igarasi S ed. *Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology*(1988, Mito, Japan), Tokai, Jaeri, 1988, 767~770
- 6 Ignatyuk A V, Weil J L, Raman S *et al.* Density of Discrete Levels in ¹¹⁶Sn. *Phys Rev.* 1993, C47, 1 504~1 513
- 7 Huang Zhongfu, Su Zongdi. Four Kinds of Data Related to Level Density. Oblozinsky P ed. *Development of Reference Input Parameter Library for Nuclear Model Calculations of Nuclear Data*, INDC(NDS)-335, the IAEA Nuclear Data Section, Vienna, Austria, 1995, 71~78
- 8 Ignatyuk A V. Total Level Density. Oblozinsky P ed. *Reference Input Parameter Library Handbook for Calculations of Nuclear Reaction Data*, IAEA-TECDOC-1034, the IAEA, Vienna, Austria, 1998, 65~80
- 9 Ignatyuk A V. Analysis of Neutron Resonance Densities, Low-lying Levels and Level Density Parameters. Oblozinsky P ed. *Development of Reference Input Parameter Library for Nuclear Model Calculations of Nuclear Data*, INDC(NDS)-335, the IAEA, Vienna, Austria, 1995, 137~144
- 10 Maino G, Mengoni A, Ventura A. Collective Enhancement of Nuclear Level Density in the Interacting Boson Model. *Phys Rev.* 1990, C42, 988~992
- 11 Su Zongdi, Huang Zhongfu, Dong Liaoyuan *et al.* The Sub-library of Nuclear Level Density the Data File of Nuclear Level Density Parameters (CENPL. LDP). *Communication of Nuclear Data Progress*, 1995, 13, 129~131

Research on GSM Level Density Formula and Its Parameters

Lu Guoxiong Dong Liaoyuan Huang Zhongfu Qiu Guochun
(Department of Physics, Guangxi University, Nanning 530004)

Su Zongdi

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

Abstract In this work, the Generalized Superfluid Model (GSM) level density formula has been studied. On the basis of the average neutron resonance level spacing D_0 and cumulative level number N_0 which were evaluated by ourselves, a set of GSM level density parameters has been obtained. These parameters have been included in the initial data file of IAEA's Reference Input Parameter Library (RIPL).

Key words nuclear level density generalized superfluid model neutron resonance level spacing discrete level

Classifying number O571.41-5