文章编号：1007－4627(2004)01－0006－06

原子核的反常宇称能谱研究

徐延冰

（兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心，甘肃 兰州 730000；
四川大学物理科学与技术学院，四川 成都 610064）

摘　要：将具有负宇称的 fp 空间扩大到包含 $1g_{9/2}$ 轨道，采用修正的表面相互作用(MSDI)，对 ^{64}Ge，^{66}Ge，^{68}Ge，^{70}Se，^{72}Se，^{74}Se，^{76}Kr和^{78}Kr 等偶偶核作了形变 Hartree-Fock 计算，得到了基态和一些激发态的解. 同时，还用近似角动量投影形变 Hartree-Fock(PDHF)方法对偶偶核^{64}Ge，^{74}Se和奇 A 核^{79}Kr 进行了能谱计算，得到其正、负宇称带的解，计算结果与实验谱基本一致.

关 键 词：形变 Hartree-Fock 态；角动量投影；单粒子能谱；反常宇称态

中图分类号：O571.23　　**文献标识码**：A

1 引言

反常宇称带，即原子核中具有和基态带宇称相反的激发带是一种常见的核结构现象，一直受到人们的关注. 偶偶核的基态具有正宇称，其激发态中的负宇称带即是反常宇称带[1,2]. 对奇 A 核，如果基态具有正宇称，则其激发态中的负宇称带即是反常宇称带[3]；如果基态具有负宇称，则其激发态中的正宇称带即是反常宇称带. 本文从微观角度出发，利用形变 Hatree-Fock(HF)方法，将具有负宇称的 fp 壳层扩大到包括具有正宇称的 $1g_{9/2}$ 轨道来研究原子核的反常宇称带. 基本设想是：对偶偶核，当轨道上的一对质子(中子)拆开，且其中之一跃迁到 $1g_{9/2}$ 轨道分出某条能级时，就出现反常宇称带；对奇 A 核，如果其奇中子(质子)占居 fp 壳层的某一轨道分出一条能级且处于最低能量状态，则其基态具有负宇称，当其奇中子(质子)跃迁到 $1g_{9/2}$ 轨道分出某条能级时，就出现反常宇称带；如果其奇中子(质子)占居 $1g_{9/2}$ 轨道分出一条能级且处于最低能量状态，则其基态具有正宇称，当其奇中子(质子)跃迁到 fp 壳层的某一轨道分出一条能级时，就出现反常宇称带. 这里主要讨论采用修正的表面 δ 相互作用(MSDI)[4]对 Ge，Se 和 Kr 等同位素核的研究结果. 首先计算出它们的一些 HF 内禀态，然后对偶偶核^{64}Ge，^{74}Se 和奇 A 核^{79}Kr 的内禀态用单参量 Gauss 近似方法进行角动量投影，得到了它们的基态带及一些激发带包含反常宇称带的能谱，并与实验能谱作了比较.

2 基本理论

对某质量区内的原子核，以双幻核为惰性核芯外的核子之间的相互作用，可利用角动量投影形变 HF 方法[1-3]计算核的 HF 态和能谱. 偶偶 Ge，Se 和 Kr 核在双幻核$^{40}_{20}$Ca$_{20}$外面的 A 个外围核子的二次量子化哈密顿算符为

$$H = \sum_{\alpha\beta}\langle\alpha \mid H_0 \mid \beta\rangle a_\alpha^+ a_\beta + \frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta\gamma\delta}\langle\alpha\beta \mid V \mid \gamma\lambda\rangle\, a_\alpha^+ a_\beta^+ a_\delta a_\gamma\,, \tag{1}$$

其中 H_0 为单体部分，V 是两体相互作用，a^+ 和 a 分别是产生和湮灭算符. H_0 取球形壳模型单粒子哈密顿算符. 单粒子态系$\{\lambda\}$满足的 HF 方程是

$$\langle\alpha \mid h \mid \beta\rangle = \langle\alpha \mid H_0 \mid \beta\rangle + \sum_{\lambda=1}^{A}\langle\alpha\lambda \mid V \mid \overline{\beta\lambda}\rangle = \varepsilon_\alpha \delta_{\alpha\beta}\,, \tag{2}$$

式(2)中，ε_α 是单粒子态$|\alpha\rangle$的单粒子能，$|\overline{\beta\lambda}\rangle = |\beta\lambda\rangle - |\lambda\beta\rangle$. 态$|\lambda\rangle$用球形壳模型单粒子态$|nljm\tau_z\rangle$($H_0$ 的本征态)来展开，即

$$|\lambda;\, k = m_\lambda\rangle = \sum_j C^j_{m_\lambda} \mid jm_\lambda\rangle\,. \tag{3}$$

收稿日期：2003－10－08；**修改日期**：2003－12－23

作者简介：徐延冰(1965—)，男(汉族)，山东高密人，在职博士，从事原子核理论研究.

对 j 的求和限于 fpg 壳层区的 5 个态 $1f_{7/2}$，$1f_{5/2}$，$2p_{3/2}$，$2p_{1/2}$ 和 $1g_{9/2}$. 利用 C-G 系数进行耦合变换，则可得到 h 在 $|nljm\tau_z\rangle$ 表象中的矩阵元表达式

$$\begin{aligned}\langle jm \mid h \mid j'm\rangle = {} & e_j\delta_{jj'} + \sum_{\lambda=1}^{B}\sum_{j_2j_3} C_{m_\lambda}^{j_2} C_{m_\lambda}^{j_3} \cdot \\ & \frac{1}{2}\sum_J (jmj_2m_\lambda \mid JM)(j'mj_3m_\lambda \mid JM) \cdot \\ & [\langle jj_2J1 \mid V \mid j'j_3J1\rangle_a + \\ & \langle jj_2J \mid T_{z_\lambda} \mid\mid V \mid j'j_3J \mid T_{z_\lambda} \mid\rangle_a] + \\ & \frac{1}{2}\sum_{\lambda=B+1}^{A}\sum_J [(jm\,\tfrac{9}{2}m_\lambda^+ \mid JM)(j'm\,\tfrac{9}{2}m_\lambda^+ \mid JM) + \\ & (jm\,\tfrac{9}{2}-m_\lambda^+ \mid JM)(j'm\,\tfrac{9}{2}-m_\lambda^+ \mid JM)] \cdot \\ & [\langle j\,\tfrac{9}{2}J0 \mid V \mid j'\,\tfrac{9}{2}J0\rangle_a + \\ & 3\langle j\,\tfrac{9}{2}J1 \mid V \mid j'\,\tfrac{9}{2}J1\rangle_a]. \end{aligned} \tag{4}$$

式(4)中，第一部分的 e_j 是 H_0 的本征值，即球形壳模型单粒子能；第二部分是 fp 轨道中的 B 个核子的贡献，$\langle jj_2JT|V|j'j_3JT\rangle_a$ 是 JT 表象中的反对称化的两体矩阵元；第三部分是 $1g_{9/2}$ 态中的第 $B+1$ 到第 A 个核子对 h 在 $|nljm\tau_z\rangle$ 表象中的矩阵元的影响. 将式(4)组成的矩阵对角化，同时利用自洽迭代的方法，便可得到全部单粒子态 $\{\lambda\}$ 和其对应的单粒子能 ε_λ.

归一化的投影态和投影态的能量分别是

$$\begin{aligned} \mid \Phi_{MK}^I\rangle &= \frac{\hat{P}_{MK}^I \mid \Phi_{\sigma K}\rangle}{\sqrt{p_{KK}^I}}, \\ p_{KK}^I &\equiv \langle \Phi_{\sigma K} \mid \hat{P}_{KK}^I \mid \Phi_{\sigma K}\rangle, \\ E_{IK} &= \frac{h_{KK}^I}{p_{KK}^I}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$h_{KK}^I \equiv \langle \Phi_{\sigma K} \mid H\hat{P}_{KK}^I \mid \Phi_{\sigma K}\rangle, \tag{6}$$

这里，$\hat{P}_{MK}^I$ 为角动量投影算符[3]，$|\Phi_{\sigma K}\rangle$ 是轴对称 HF 内禀态，K 为角动量在对称轴上的投影量子数，下标 σ 代表组态. 在高斯近似下，p_{KK}^I 和 h_{KK}^I 可通过参量 Γ_p 和 Γ_h 计算，这里参量 Γ_p 和 Γ_h 分别为

$$\Gamma_p = \frac{2}{\langle \Phi_K \mid I_y^2 \mid \Phi_K\rangle}, \tag{7a}$$

$$\Gamma_h = \frac{2E_{HF}}{\langle \Phi_K \mid HI_y^2 \mid \Phi_K\rangle}. \tag{7b}$$

用(7a)式严格计算 Γ_p，把 Γ_h 作为可调参量(E_{HF} 已由 HF 计算得到)，由(6)式便可算出投影能量，在此基础上，可计算原子核的基态及激发态能谱.

3　计算结果与讨论

首先，我们在 $1f_{7/2}$，$1f_{5/2}$，$2p_{3/2}$，$2p_{1/2}$ 和 $1g_{9/2}$ 空间以 $^{40}_{20}Ca_{20}$ 为核心计算了 $^{64,66,68}Ge$，$^{70,72,74}Se$ 和 $^{76,78,79}Kr$ 核的一些形变 HF 内禀态. 在 HF 计算中，核子间的相互作用采用 MSDI，强度参量为 $A_1=0.70$，$A_0=0.52$，$B=0.35$ 和 $C=0.03$，球形壳模型单粒子能[4—7]取为 $e_{7/2}=-8.36$，$e_{5/2}=-5.78$，$e_{3/2}=-5.83$，$e_{1/2}=-5.15$ 和 $e_{9/2}=-0.05$ (单位为 MeV). 迭代过程中不区分质子和中子，Ge，Se 和 Kr 的库仑能[8]分别取为 72.09，96.09 和117.71 MeV，迭代精度 $\eta=10^{-3}$—10^{-4}.

表 1 给出了偶偶同位素核基态的形状、结合能的实验值 E_{exp}、内禀基态的 HF 总能量 E_{HF} 及两者之差 ΔE. 结果表明，在该区域，核基态形状除 ^{72}Se 外都是扁椭球形，在 $A=72$ 处出现形状过渡；结合能的实验值与理论计算的 HF 能符合较好.

表 1　偶偶 Ge，Se 和 Kr 8 种同位素核相对于核芯 $^{40}_{20}Ca_{20}$ 的结合能　　MeV

核素	^{64}Ge	^{66}Ge	^{68}Ge	^{70}Se	^{72}Se	^{74}Se	^{76}Kr	^{78}Kr
形状	扁椭球	扁椭球	扁椭球	扁椭球	长椭球	扁椭球	扁椭球	扁椭球
E_{HF}	−198.11	−221.31	−245.28	−247.88	−274.31	−298.08	−298.08	−333.59
E_{exp}	−203.91	−227.24	−248.74	−257.93	−280.38	−300.84	−300.84	−333.50
ΔE	−5.80	−5.93	−3.46	−9.09	−6.04	−2.80	−2.80	−0.09

图 1 是偶偶 Ge，Se 和 Kr 同位素原子核的基态单粒子能级图(^{40}Ca 核芯以外部分)，单粒子能谱中画有黑点(代表两个质子)和圆圈(代表两个中子)的能级是被填充的能级. 可以看出，整个单粒子能

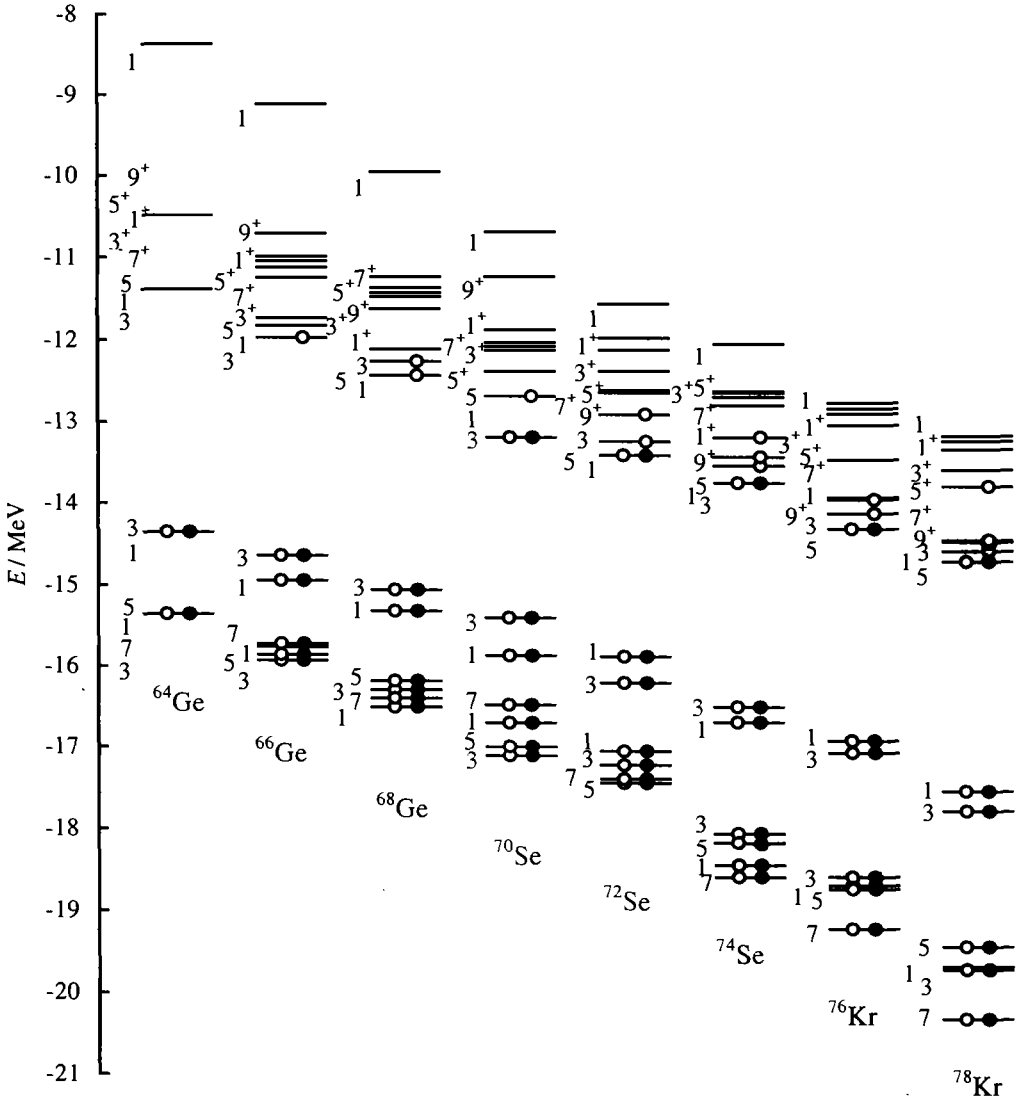

图 1 偶偶 Ge, Se 和 Kr 同位素核的基态单粒子能谱

能级旁的数字为 $2k$ 值，上标"+"标出具有正宇称的 $1g_{9/2}$ 态分出的 5 条能级，其余能级具有负宇称.

谱随着核子数的增加而下降. 同时，随着核子数变化，单粒子能级的顺序和分布状况出现了不同的变化. 本来，球形单粒子态能量顺序是 $1f_{7/2}$，$2p_{3/2}$，$1f_{3/2}$，$2p_{1/2}$ 和 $1g_{9/2}$ 逐渐升高，并且 $1f_{5/2}$ 和 $2p_{3/2}$ 单粒子能相距很近，而 $1f_{7/2}$ 和 $2p_{3/2}$，$2p_{1/2}$ 和 $1g_{9/2}$ 单粒子能相距较远. 但是，在形变 HF 计算之后，$1f_{5/2}$ 和 $2p_{3/2}$ 之间却出现较大能隙，$1g_{9/2}$ 分出的 5 条能级出现在 $2p_{1/2}$ 之下. 这似乎说明 $j=l+1/2$ (或 $j=l-1/2$) 各态，即 $1f_{7/2}$，$2p_{3/2}$ 和 $1g_{9/2}$ (或 $1f_{5/2}$ 和 $2p_{1/2}$) 之间相互"吸引"，而 $j=l+1/2$ 与 $j=l-1/2$ 各态则相互排斥. 位于 $1f_{5/2}$ 和 $2p_{1/2}$ 中间用上标"+"标出的 5 条能级是 $1g_{9/2}$ 态分出的正宇称态. 可以看出，随核子数的增多，$1f_{5/2}$ 和 $2p_{1/2}$ 各态之间"吸引"加剧，与 $1g_{9/2}$ 各态逐渐形成一个混合区域，而 $1f_{5/2}$ 和 $2p_{3/2}$ 和 各态之间排斥加剧，似乎说明具有正宇称的 $1g_{9/2}$ 各态的介入，将增大上述"吸引"和排斥现象. 另外，计算结果表明，这一质量区内核基态的对称性质变化不大，可以看出 ^{64}Ge 呈球形，出现这种现象的一个重要原因是此核的质子数和中子数相等，都是 32，正好填满能隙之下的 $1f_{7/2}$ 和 $2p_{3/2}$ 两个子壳层. ^{72}Se 基本为长椭球，其余各核大体都显扁形.

以偶偶核 ^{64}Ge，^{74}Se 和奇 A 核 ^{79}Kr 为例，我们计算出了它们的基态及激发态能谱，且与实验谱作了比较，见图 2 和图 3，投影参量见表 2 和表 3.

偶偶核中的负宇称带即是其反常宇称带. 投影能谱中带头自旋和宇称的确定：以^{74}Se 核的带头为 3^- 激发带为例，可以是具有负宇称的 $1f_{5/2}$ 分出的自旋为3/2能级上的一个中子跃迁到具有正宇称的

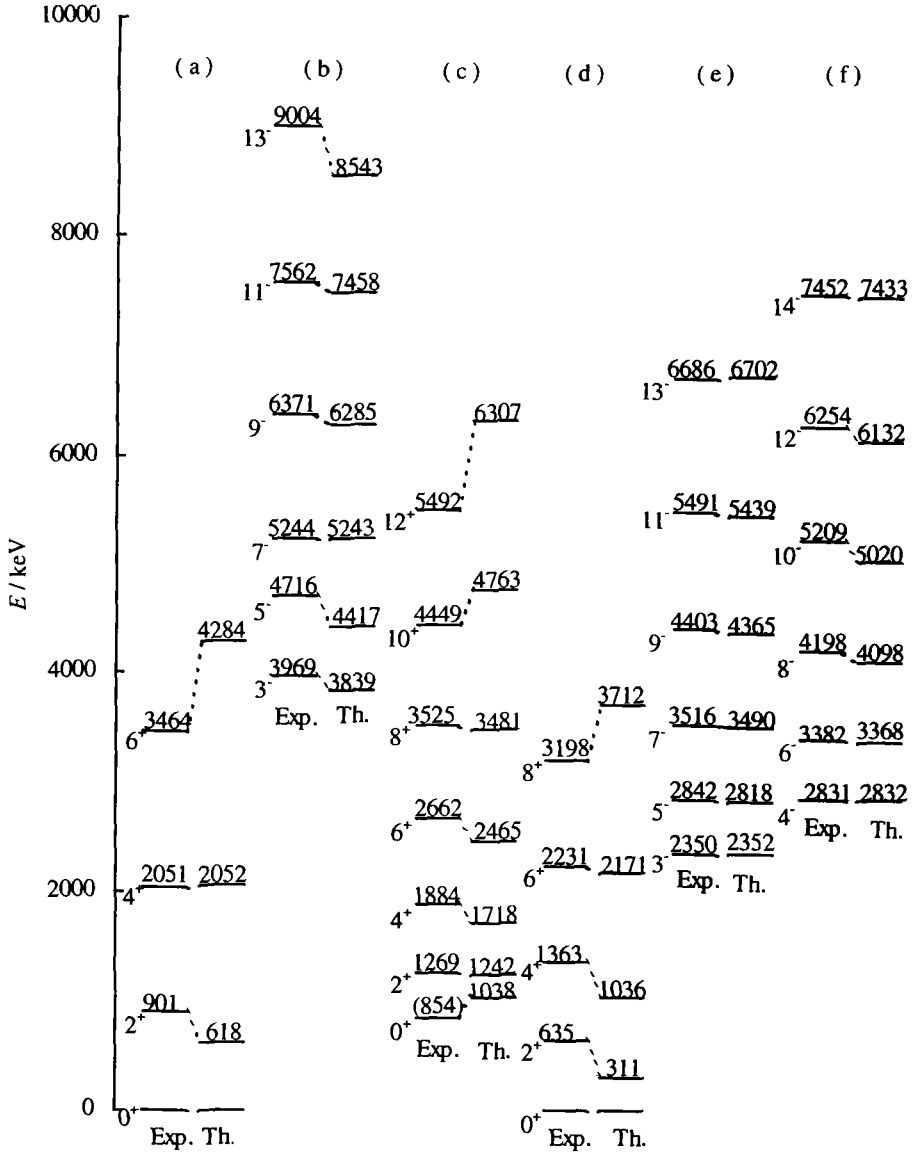

图 2 ^{64}Ge 和^{74}Se 核的投影能谱与实验能谱[10,11]的比较

(a)和(b)属于^{64}Ge 核；(c)，(d)，(e)和(f) 属于^{74}Se 核.

$1g_{9/2}$轨道分出的自旋为 3/2 能级上，总自旋为 3，宇称为负. 当然也可以是其它形式的跃迁，只要其激发能的数值符合计算即可(参见图 1 的^{74}Se). 计算结果表明，偶偶核基态带的理论谱各能级与实验值有差别，其原因是^{64}Ge 和^{74}Se 的基态带为振动谱，而投影谱基本为一种准转动谱. 这两个核的激发带能谱都具有转动谱的性质，因此投影谱与其符合较好. 图 2 (b)是偶偶核^{64}Ge 的具有奇自旋的负宇称带. 可以看出，其理论谱基本体现出实验谱的特征，除 3^- 和 5^- 理论值与实验值相差稍大一点之外，其它各态理论值与实验值都非常接近. 图 2 (c)，(e)和(f)是偶偶核^{74}Se 的激发态能谱，其中(c)是具有偶自旋的正宇称带，可以看出，其 10^+ 以下理论值与实验值基本符合；(e)是具有奇自旋的负宇称带，而(f)是具有偶自旋的负宇称带，其理论谱与实验谱都符合较好.

奇 A 核^{79}Kr 的基态自旋为 1/2，具有负宇称，激发态中的正宇称带即是其反常宇称带. 从图1

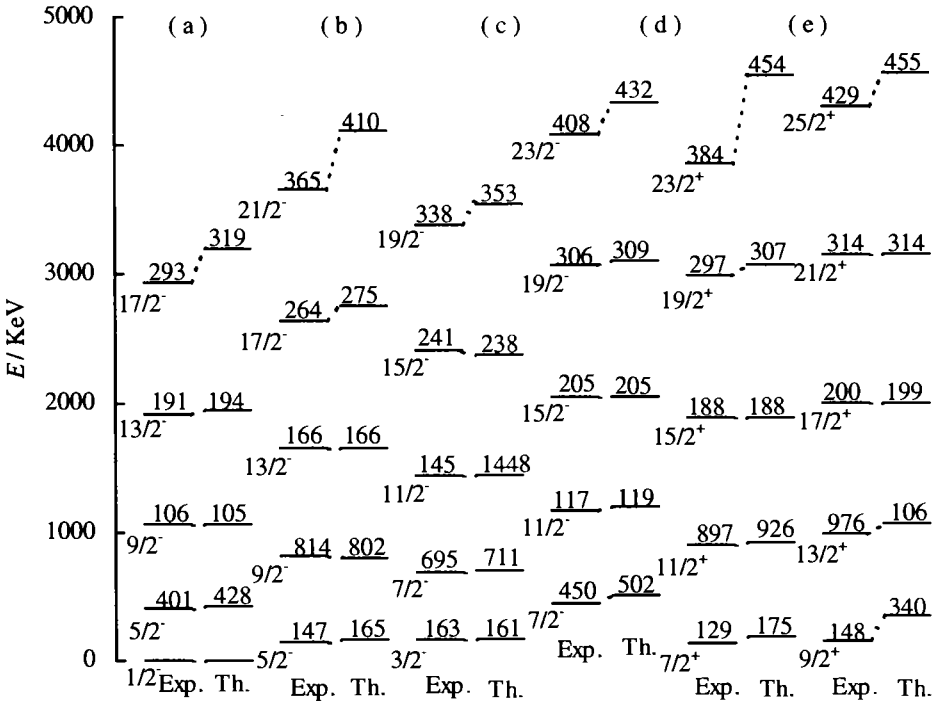

图 3 ^{79}Kr 核的投影形变 HF(PDHF)能谱与实验能谱[12]的比较

基态带(a)、激发带(b)、(c)和(d)都是负宇称带，激发带(e)和(f)都是正宇称.

表 2 ^{64}Ge 和 ^{74}Se 核的一些形变 HF 内禀态 K 值，E_{HF}，Γ_p 和 Γ_h

核素	K	E_{HF}/MeV	Γ_p	Γ_h
^{64}Ge	0^+	−198.49	0.109 3	0.111 4
	3^-	−194.68	0.033 5	0.034 2
^{74}Se	0^+	−298.78	0.012 2	0.012 7
	0^+	−297.91	0.012 0	0.012 4
	3^-	−297.59	0.010 0	0.010 3
	4^-	−297.62	0.009 9	0.010 2

的 ^{78}Kr 的基态单粒子能级的分布趋势来看，多出的一个中子应该填充具有正宇称的 $1g_{9/2}$ 轨道分出的自旋为 1/2 的单粒子能级，使基态自旋宇称为正，但计算结果表明这样填充能量不处于最低状态，因此只能填充 $2p_{1/2}$ 轨道. 对 ^{79}Kr 的反常宇称即正宇称部分的带头自旋和宇称 $7/2^+$ 和 $9/2^+$，奇中子只能处于 $1g_{9/2}$ 轨道分出的自旋为 7/2 和 9/2 的单粒子能级. 对于奇 A 核，与偶偶核相比，多出一个奇质子或一个奇中子，结果其实验能级分布密集且较为复杂，不像偶偶核那样容易划分出比较规则的转动带. 在对奇 A 核 ^{79}Kr 的 PDHF 能谱实际计算中，我们还是把能级按 $\Delta I=2$ 划分[13].

从图 2 和图 3 可以看出，整个通过计算得到的 PDHF 谱与实验谱基本吻合. 这就说明，PDHF 方法在研究该质量区原子核的正和反常宇称能谱方面同样是行之有效的，并且能很好地显现出该质量区核的能谱特征.

表 3 ^{79}Kr 核的一些形变 HF 内禀态的 E_{HF}，K 值，Γ_p 和 Γ_h

序号	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
E_{HF}/MeV	−342.59	−340.86	−340.55	−336.26	−342.38	−342.12
K	$1/2^-$	$5/2^-$	$3/2^-$	$7/2^-$	$7/2^+$	$9/2^+$
Γ_p	0.009 0	0.012 9	0.010 8	0.006 5	0.013 0	0.012 5
Γ_h	0.009 2	0.013 2	0.011 1	0.006 7	0.013 3	0.012 7

4 结论

本文将 fp 空间扩大到包含具有正宇称的 $1g_{9/2}$ 轨道，用形变 HF 方法研究同位素核 $^{64-68}$Ge，$^{70-74}$Se和^{76,78}Kr 的内禀态随中子数的变化情况，然后用角动量投影方法计算了^{64}Ge，^{74}Se 和^{79}Kr 的正、负宇称带能谱，得到了与实验结果符合较好的结果. 充分说明，用 PDHF 方法研究原子核的反常宇称能谱结构是比较成功的.

参 考 文 献:

[1] 徐延冰，廖继志. 偶偶 Ge 和 Se 同位素核的态及负宇称带研究[J]. 高能物理与核物理，2002，**26**(6)：613.

[2] 徐延冰，廖继志. 偶偶 Cd 同位素核的形变 HF 态及负宇称带研究[J]. 高能物理与核物理，2003，**27**(3)：142.

[3] 徐延冰. 奇 A 核^{101}Pd 和^{101}Ru 负宇称带能谱研究[J]. 原子核物理评论，2003，**20**(3)：182.

[4] 廖继志. 修正表面 δ 相互作用在 PDHF 方法中的应用[J]. 高能物理与核物理，1989，**13**(4)：357.

[5] Mang H J, Samadi B, Ring P. On the Solution of Constrained Hartree-Fock-Bogolyubov Equation [J]. Z Physik, 1976, **A279**: 325.

[6] Rath A K, Praharaj C R, Khadkikar S D. Signature Effects in Some $N=90$ Odd-Z Rare-earth Nuclei[J]. Phys Rev, 1993, **C47**: 1 990.

[7] Tripathi P N, Sharma S K. High-spin Yrast Levels in Doubly Even Germanium and Seleniun. Isotopes: Microscopic study in the variation-after-projection approach[J]. Phys Rev, 1986, **C34**: 1 081.

[8] Aage Boehr, Ben R Mottelson. Nuclear Structure[M]. Benjamin W A, Inc. 1969, V[I]: 145.

[9] Audi G, Wapstra A H. The 1993 Atomic Mass Evaluation(I) [J]. Nucl Phys, 1993, **A565**(1): 33.

[10] Ennis P J, Lister C J. Triaxiality and Isospin-forbidden E1 Decays in the $N = Z$ Nucleus ^{64}Ge[J]. Nucl Phys, 1991, **A535** (1): 392.

[11] Cottle P D, Holcomb J W, Johnson T D. Shape Coexistence and Octupole Vibrations in ^{74}Se[J]. Phys Rev, 1990, **C42**: 1 254.

[12] Schwengner R, Döring J, Funke L. Three-quastparticle Excitations in ^{79}Kr [J]. Nucl Phys, 1990, **A509** (3): 568.

[13] 韩　勇，廖继志. PDHF 方法应用于 fp 奇 A 核^{47}Ti，^{47}V，^{47}Cr，^{49}Cr 的能谱研究[J]. 高能物理与核物理，1997，**21**(6)：541.

Studies on Abnormal-parity Energy Spectra of Nuclei

XU Yan-bing

(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, *China)*

Institute of Physics Science and Technology, Sichuan Uiversity, Chengdu 610064, *China)*

Abstract: Using modified surface delta interaction, enlarging the fp configuration space to include the $1g_{9/2}$ orbit with the abnormal-parity, the deformed Hartree-Fock calculations for the eight nuclei: ^{64}Ge, ^{66}Ge, ^{68}Ge, ^{70}Se, ^{72}Se , ^{74}Se, ^{76}Kr and ^{78}Kr are performed. The ground-state and some particle-hole excited configurations are obtained. The approximate angular momentum projected deformed Hartree-Fock (PDHF) method is applied to even even nuclei ^{64}Ge and ^{74}Se and odd-A nuclus ^{79}Kr. Both of their normal and abnormal-parity bands are obtained. The calculated energy spectra are consistent well with experimental spectra.

Key words: deformed Hartree-Fock state; angular momentum projection; single-particle energy spectra; abnormal-parity state