

文章编号: 1007-4627(2006)03-0339-04

# 考虑热传递时有温度反馈的缓发超临界过程分析\*

陈文振, 郭立峰, 朱波, 桂学文

(海军工程大学核能科学与工程系, 湖北 武汉 430033)

**摘要:** 对输入小阶跃反应性( $\rho_0 < \beta$ )、有热传递和温度反馈时反应堆缓发超临界过程进行了研究。提出了一个新的物理模型, 由数值计算求出任意初始功率条件下反应堆反应性、功率随时间的变化规律, 并进行分析讨论, 给出了一些有益的新结果。

**关键词:** 中子动力学; 缓发超临界; 点堆; 温度反馈; 热传递

**中图分类号:** TL32      **文献标识码:** A

## 1 引言

近年来, 对阶跃反应性输入且有温度反馈时反应堆超临界裂变过程进行了研究<sup>[1-4]</sup>, 这些研究对功率与温度关系都是采用绝热模型。所得结果表明, 反应堆大阶跃反应性输入时, 中子在很短的时间内瞬变, 绝热假设可以成立。但反应堆在小阶跃反应性输入时, 中子增殖通常在较长的时间内完成, 如文献[1, 4-6]给出的中子密度响应(达最大值)时间均超过 100 s, 反应堆有足够的时间将热量传递出去, 此时绝热模型不能准确描述。至今, 这个问题国内外均没有相关的研究报道<sup>[7, 8]</sup>。为此, 本文从更一般的角度建立这一问题的物理模型和数学描述, 并进行求解、分析和讨论, 给出一些有意义的新结果。

## 2 物理模型与分析

对处在稳定功率运行的核裂变反应堆, 可忽略外中子源的作用, 单组点堆中子动力学方程为

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{[\rho(t) - \beta]}{l} n(t) + \lambda C(t) \quad (1)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{l} n(t) - \lambda C(t) \quad (2)$$

式中,  $n(t)$  为中子密度( $t$  为时间),  $\rho(t)$  为反应性,  $\beta$  为缓发中子总份额,  $l$  为瞬发中子一代寿命,  $\lambda$  为

缓发中子先驱核衰变常数,  $C(t)$  为缓发中子先驱核平均浓度。当(1)式和(2)式两边同乘以密度功率比例系数时,  $n(t)$  就代表反应堆功率。假设反应堆有负的反应性温度系数  $\alpha(\alpha > 0)$ , 当引入小阶跃反应性  $\rho_0 (< \beta)$  并考虑温度反馈时, 反应堆实际反应性为

$$\rho = \rho_0 - \alpha [T(t) - T_0] \quad (3)$$

式中,  $T$  为反应堆  $t$  时刻温度,  $T_0$  为反应堆初始温度。反应堆引入小阶跃反应性  $\rho_0$  后, 由于中子增殖过程较长, 裂变功率可以通过二回路的热交换和热漏形式传递出去, 功率与温度的变化关系应为

$$\frac{dT}{dt} = K_c [n(t) - Q_0] \quad (4)$$

式中,  $K_c$  为反应堆热容量的倒数,  $Q_0$  为反应堆单位时间向外的传递热, 设为定值, 且  $Q_0 \leq n_0$ 。由(3)式对  $t$  求导, 再利用(4)式可得:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\alpha K_c (n - Q_0) \quad (5)$$

或有

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = -\alpha K_c \frac{dn}{dt} \quad (6)$$

由(2)式对  $t$  求导得:

$$\frac{d^2C}{dt^2} = \frac{\beta}{l} \frac{dn}{dt} - \lambda \frac{dC}{dt} \quad (7)$$

\* 收稿日期: 2006-01-03

作者简介: 陈文振(1963-), 男(汉族), 福建福州人, 教授, 博士生导师, 从事反应堆安全分析、反应堆物理与传热学的研究;

E-mail: cwz2@21cn.com

将(1)式和(2)式代入(7)式得:

$$\frac{d^2C}{dt^2} + \frac{(\beta - \rho + \lambda)}{l} \frac{\beta}{l} n = \frac{(\beta + \lambda)}{l} \lambda C \quad (8)$$

上式中,  $d^2C/dt^2$  项与其余两项相比可忽略<sup>[9]</sup>, 再利用(1)式消去  $C$  可得:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\lambda \rho n}{(\beta + \lambda)} \quad (9)$$

由(5)式和(6)式求得  $n$  和  $dn/dt$  后代入(9)式, 得关于反应性的二阶微分方程为

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} - \frac{\lambda \rho}{\beta + \lambda} \left( \frac{d\rho}{dt} - \alpha K_c Q_0 \right) = 0 \quad (10)$$

(10)式虽然只含有反应性一个变量, 但没有解析解, 需进行数值计算。求得  $\rho$  后, 再代入(9)式求解  $n$ , 即可获得有热量传递和温度反馈时缓发超临界过程的变化特性。

### 3 分析与讨论

(1) 当初始功率很低, 即  $n_0 \approx 0$  时, 反应堆单位时间向外传递的热  $Q_0 \approx 0$ , (10)式可化简为

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} - \frac{\lambda \rho}{\beta + \lambda} \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (11)$$

求解(11)式并用条件  $t=0$  时  $\rho = \rho_0$  和  $d\rho/dt=0$  得:

$$n = \frac{\lambda}{2\alpha K_c (\beta + \lambda)} \left\{ \rho_0^2 - \left[ \frac{\rho_1 + \rho_0 - (\rho_1 - \rho_0) \exp\left(\frac{\rho_1 \lambda}{\beta + \lambda}\right)}{\rho_1 + \rho_0 + (\rho_1 - \rho_0) \exp\left(\frac{\rho_1 \lambda}{\beta + \lambda}\right)} \rho_1 \right]^2 \right\} + n_0 \quad (16)$$

由(16)式可得功率达最大值的时间  $t_m$  为

$$t_m = \frac{\beta + \lambda}{\rho_1 \lambda} \ln \left( \frac{\rho_1 + \rho_0}{\rho_1 - \rho_0} \right) \quad (17)$$

将(17)式分别代入(16)式和(15)式, 得功率达最大值  $n_m$  及相应的  $\rho_m$  如下:

$$n_m = \frac{\lambda \rho_0^2}{2\alpha K_c (\beta + \lambda)} + n_0 \quad (18)$$

$$\rho_m = 0 \quad (19)$$

(15)–(19)式即为文献[10]得到的不同于其他作者的最新结果。上面两个分析表明了本文模型与方程是正确可信的。

$$\rho = -\rho_0 \operatorname{th} \left[ \frac{\lambda \rho_0 (t - \tau)}{2(\beta + \lambda)} \right] \quad (12)$$

式中,  $\tau$  为功率最大值(由(9)式知  $\rho=0$ )的时间,  $\operatorname{th}(x)$  为双曲正切函数。将(12)式代入(9)式, 并利用初始条件  $t=0$  时,  $n=n_0=0$  求解得:

$$n = \frac{\lambda \rho_0^2}{2\alpha K_c (\beta + \lambda)} \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{\lambda \rho_0 (t - \tau)}{2(\beta + \lambda)} \right] \quad (13)$$

由(13)式还可得:

$$n_m = \frac{\lambda \rho_0^2}{2\alpha K_c (\beta + \lambda)} \quad (14)$$

(12)–(14)式即为文献[4]得到的不同于其他作者<sup>[1, 6, 7]</sup>的新结果。

(2) 当考虑初始功率, 但忽略反应堆单位时间向外传递的热, 即  $n_0 > 0$  和  $Q_0 \approx 0$ , (11)式仍成立, 但求解(11)式的初始条件为:  $t=0$  时,  $\rho = \rho_0$  和  $d\rho/dt = -\alpha K_c n_0$ , 求得:

$$\rho = \frac{\left[ \rho_1 - \rho_1 \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 + \rho_0} \exp\left(\frac{\rho_1 \lambda}{\beta + \lambda}\right) \right]}{\left[ 1 + \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 + \rho_0} \exp\left(\frac{\rho_1 \lambda}{\beta + \lambda}\right) \right]} \quad (15)$$

式中  $\rho_1 = \sqrt{\rho_0^2 + 2\alpha K_c n_0 (\beta + \lambda) / \lambda}$ 。将(15)式代入(5)式并利用初始条件  $t=0$  时,  $n=n_0$ , 得核反应堆功率随时间的变化规律为

(3) 当初始功率不为零时, 反应堆向外传递热, 此时应数值求解。本文采用隐式差分将(9)式和(10)式化为

$$\frac{n_{k+1} - n_k}{\Delta t} = \frac{\lambda \rho_{k+1} n_{k+1}}{(\beta + \lambda)} \quad (20)$$

$$\frac{\rho_{k+1} - 2\rho_k + \rho_{k-1}}{\Delta t^2} - \frac{\lambda \rho_k}{\beta + \lambda}$$

$$\left( \frac{\rho_{k+1} - \rho_k}{\Delta t} - \alpha K_c Q_0 \right) = 0 \quad (21)$$

问题的初始条件为:  $t=0$  时,  $n=n_0$ ,  $\rho = \rho_0$  以及  $d\rho/dt = -\alpha K_c (n_0 - Q_0)$ 。对<sup>235</sup>U 为燃料的压水堆, 取  $\beta=0.0065$ ,  $l=0.0001$ (s),  $\lambda=0.0774$ (1/s),

$K_c = 0.05(\text{K}/\text{MW} \cdot \text{s})$ ,  $\alpha = 5 \times 10^{-5} (1/\text{K})$ 。由于反应堆稳定运行时, 在忽略其他热量损失的情况下, 单位时间向外传递的热量就等于运行的功率, 因此最大的热传递  $Q_0 = n$ 。如果考虑反应堆功率的变化要快于单位时间向外传递的热, 就有  $Q_0 < n_0$ 。假设

引入阶跃反应性为  $\rho_0 = \beta/2$  和  $\rho_0 = \beta/5$ , 由(20)式和(21)式求得不同初始功率和热传递条件下, 反应性和功率随时间变化的曲线分别见图1和图2。

由图1(a)可见, 反应堆在引入小阶跃反应性

图1 (a)  $\rho_0 = \beta/2$ ,  $Q_0 = n_0$  与  $Q_0 = 0$  时反应堆反应性的变化; (b)  $\rho_0 = \beta/2$ ,  $Q_0 = n_0$  与  $Q_0 = 0$  时反应堆功率的变化; (c)  $\rho_0 = \beta/5$ ,  $n_0 = 1 \text{ MW}$  与  $n_0 = 0.01 \text{ MW}$  时反应堆功率的变化

图2 (a)  $Q_0 = n_0/2$  时, 初始反应性对反应堆反应性变化的影响; (b)  $Q_0 = n_0/2$  时, 初始反应性对反应堆功率变化的影响

$\rho_0$  后, 不同的初始功率条件下, 有无热量传递的  $\rho$  变化规律基本相同, 但是在初始功率较大时, 考虑热量传递时的  $\rho$  在变化后期会出现明显的上升趋势, 这是以往文献[1—5]所没有的新现象。同样从图1(b)可以看到, 反应堆功率  $n$  随时间的变化与初始功率条件有关, 初始功率越大, 超临界最大功率  $n_m$  越大, 到达  $n_m$  和功率增殖的时间越短。而且, 有热量传递的  $n_m$  较绝热模型的要大, 特别是在初始功率较大时尤为显著。例如, 在图1(b)中, 当  $n_0 = 1 \text{ MW}$  时, 本模型的  $n_m$  较绝热模型要大 10% 以上。这说明, 按以往绝热模型计算出的结果(功率)比实际小, 因此偏不安全, 这一点在初始功率较大时, 必须引起注意。图1(c)进一步给出了热量传递的大小对反应堆功率的影响规律。不难看到, 热量传递越大, 功率越大, 这是由于反应堆有负的温度反馈的结果。

由图2(a)可见, 在相同的初始功率条件下,  $\rho_0$  越大,  $\rho$  变化越快。同样, 从图2(b)可以看到, 功率峰值  $n_m$  不仅与初始功率  $n_0$ 、热量传递  $Q_0$  (见图1(c))有关, 而且与  $\rho_0$  有关。 $\rho_0$  越大, 核反应堆功率

峰值相对初始功率增加的幅度  $n_m/n_0$  越大, 而峰值宽度越小; 初始功率越小, 核反应堆功率峰值相对初始功率增加的幅度  $n_m/n_0$  就越大。这些规律与没有热量传递  $Q_0$  的结果是一致的<sup>[9]</sup>。

## 4 结束语

反应堆缓发超临界过程较瞬发超临界过程要慢得多, 通常有足够的时间将热量传递出, 特别是在初始功率较大时, 用绝热模型来考虑功率与温度的关系既不符合实际运行情况, 又会带来误差。本文首次分析了引入小阶跃反应性( $\rho_0 < \beta$ )有温度反馈和热量传递时反应堆缓发超临界过程, 建立了一个新的模型。结果表明, 在初始功率较小时, 超临界过程可以不考虑反应堆热传递的影响。但初始功率较大时, 忽略反应堆热传递将会产生较大的误差, 按以往绝热模型计算出的结果(功率)比实际小, 因此所得结果偏不安全。本文的模型与结果为此提供了新的重要理论依据。

## 参 考 文 献:

- [1] 张法邦. 核反应堆运行物理. 北京: 原子能出版社, 2000, 228—236.
- [2] 蔡章生, 蔡志明, 陈力生. 海军工程大学学报, 2000, 12(3): 25.
- [3] 蔡章生, 蔡志明, 陈力生. 核动力工程, 2001, 22(5): 390.
- [4] 蔡章生, 于雷, 蔡琦. 核科学与工程, 2003, 23(1): 58.
- [5] 凌备备, 杨延洲. 核反应堆工程原理. 北京: 原子能出版社, 1982, 205—211.
- [6] 黄祖洽. 核反应堆动力学基础. 北京: 原子能出版社, 1983, 260—280.
- [7] Hetrick D L. Dynamics of Nuclear Reactors. American Nuclear Society, Illinois, 1993, 164—167.
- [8] 蔡章生. 核动力反应堆中子动力学. 北京: 国防工业出版社, 2005, 100—123.
- [9] 蔡章生, 蔡志明. 核动力工程, 2002, 23(1): 12.
- [10] 陈文振, 朱波, 黎浩峰. 物理学报, 2004, 50(8): 2486.

# Analysis of Delayed Supercritical Process with Temperature Feedback and Heat Transfer

CHEN Wen-zhen, GUO Li-feng, ZHU Bo, GUI Xue-wen

*(Department of Nuclear Energy Science and Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)*

**Abstract:** The delayed supercritical process of nuclear reactor with temperature feedback and heat transfer while inserting small step reactivity( $\rho_0 < \beta$ ) is analyzed. A new model is proposed. For an initial power, the variations of output power and reactivity with time are obtained by numerical method. The results are analyzed and discussed. Some useful new conclusions are drawn.

**Key words:** neutron-kinetics; delayed supercritical; point-reactor; temperature feedback; heat transfer