

文章编号: 1007-4627(2008)03-0232-04

# 原子核密度经验公式与轻子-核 DIS 过程的核效应\*

王艳召<sup>1</sup>, 张鸿飞<sup>1, #</sup>, 高永华<sup>2</sup>, 侯召宇<sup>3, 4</sup>, 左 维<sup>1, 5</sup>

(1 兰州大学核科学与技术学院, 甘肃 兰州 730000;

2 石家庄学院物理研究所, 河北 石家庄 050801;

3 石家庄铁道学院数理系, 河北 石家庄 050043;

4 河北师范大学物理学院, 河北 石家庄 050016;

5 中国科学院近代物理研究所, 甘肃 兰州 730000)

**摘 要:** 在核密度模型基础之上利用原子核密度经验公式得到的核密度和利用电磁半径平方平均值得到的核密度分别计算了轻子-核深度非弹性散射过程中的核效应函数  $R^{\text{He/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{Li/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{C/Li}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{Ca/Li}}(x, Q^2)$ , 发现利用由原子核密度经验公式得到的核密度计算核效应函数所得结果与 NMC 实验数据符合得较好, 并且优于用后者方法计算核效应函数的理论结果, 从而说明利用原子核密度经验公式研究核子结构函数核效应的合理性。

**关键词:** 核密度模型; 核密度经验公式; 结合能; 轻子-核深度非弹性散射过程

**中图分类号:** O572.34 **文献标识码:** A

## 1 引言

1982 年, 欧洲  $\mu$  子合作组用  $\mu$  子在氢、氘和铁靶核上做深度非弹性散射(DIS)实验时发现束缚核子的结构函数与自由核子的有明显不同, 称之为 EMC 效应<sup>[1]</sup>。自 EMC 效应发现以来, 出现了解释它的许多理论模型<sup>[2-6]</sup>, 其中 Frankfurt 和 Strikman 提出的核密度模型<sup>[7]</sup>是用来解释 EMC 效应的模型之一。该模型可以很好地解释中等  $x$  区域轻子-核 DIS 过程中核子结构函数的核效应<sup>[8]</sup>。

但是, 对于还没有实验数据或只有个别过程实验数据的大多数核, 它们的核密度并不知道。然而, 又迫切需要知道这些核的核密度, 以检验核密度模型的正确性。文献[9]通过文献[8]中给出的  $^2\text{H}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^9\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{108}\text{Ag}$  和  $^{197}\text{Au}$  9 种核的核密度拟合得到了原子核密度经验公式, 特别是建立了核密度与原子核平均结合能之间的联系。利用该公式得到的核密度可以通过核密度模型计算  $A \geq 12$  核的核效应函数, 所得结果与  $\mu$  子实验

合作组测得的实验结果符合得较好。本文利用文献[9]中给出的原子核密度经验公式计算了核效应函数  $R^{\text{He/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{Li/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{C/Li}}(x, Q^2)$  和  $R^{\text{Ca/Li}}(x, Q^2)$ , 发现与新  $\mu$  子实验合作组(NMC)<sup>[10, 11]</sup>所测的实验结果符合得较好, 尤其是  $A < 12$  核的核效应函数, 并优于用电磁半径平方平均值  $\langle r^2 \rangle$  所得核密度计算核效应函数的理论结果, 从而验证了核密度经验公式的合理性。

## 2 核密度模型与原子核密度经验公式

### 2.1 核密度模型

由 Frankfurt 和 Strikman 提出的核密度模型认为<sup>[7]</sup>

$$\frac{[F_2^A/F_2^N - 1]}{[F_2^D/F_2^N - 1]} = \frac{\rho(A)}{\rho(D)}, \quad (1)$$

其中,  $F_2^N = (F_2^p + F_2^n)/2$  为自由核子的结构函数,  $F_2^A$  和  $F_2^D$  分别是核质量数  $A$  的核和氘核的平均结

\* 收稿日期: 2007-12-25; 修改日期: 2008-03-31

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10775061, 10505016, 10575119); 中国科学院知识创新工程重点方向项目(KJ CX3-SYW-No2); 国家重大基础研究发展规划资助项目(2007CB815004); 河北省自然科学基金资助项目(A2005000535)

作者简介: 王艳召(1983-), 男(汉族), 河北石家庄人, 硕士研究生, 从事高能物理与核物理理论研究。

# 通讯联系人: 张鸿飞, E-mail: zhanghongfei@lzu.edu.cn

构函数,  $\rho(A)$  和  $\rho(D)$  分别是核质量数  $A$  的核和氘核的核密度。该模型认为核子结构函数的核效应是由原子核的核密度不同造成的, 因此可把(1)写为

$$\frac{F_2^A}{F_2^N} - 1 = \beta(x)\rho(A), \quad (2)$$

上式中  $\beta(x)$  对每种核都是相同的, 其中,  $x = Q^2 / 2m_N\nu$ , 为 Bjorken 变量<sup>[12]</sup>,  $\rho(A)$  用来描述核  $A$  的核效应。通常用核效应函数, 即用质量数为  $A_1$  核的平均结构函数  $F_2^{A_1}(x, Q^2)$  与质量数为  $A_2$  核的平均结构函数  $F_2^{A_2}(x, Q^2)$  之比  $R^{A_1/A_2}(x, Q^2)$  来描述核子结构函数的核效应, 如(3)式所示:

$$\begin{aligned} R^{A_1/A_2}(x, Q^2) &= \frac{F_2^{A_1}(x, Q^2)}{F_2^{A_2}(x, Q^2)} \\ &= \frac{[1 + \beta(x)\rho(A_1)]}{[1 + \beta(x)\rho(A_2)]}. \end{aligned} \quad (3)$$

## 2.2 核密度经验公式

原子核的密度  $\rho(A)$  可以通过下述方法得到: 对于某些核素, 原子核的电磁半径平方平均值  $\langle r^2 \rangle$  可由核素表查知, 由原子核等效均匀半径  $R$  ( $R^2 = (5/3)\langle r^2 \rangle$ ) 可得出  $\rho(A)$ , 而  $\rho(A) = 3A/4\pi R^3$ , 如表 1 所示。

表 1 由公式  $\rho(A) = 3A/4\pi R^3$  ( $R^2 = (5/3)\langle r^2 \rangle$ ) 得到的核密度

核素	$\rho(A)/\text{fm}^{-3}$
$^2\text{H}$	0.024
$^4\text{He}$	0.089
$^6\text{Li}$	0.042
$^9\text{Be}$	0.062
$^{12}\text{C}$	0.089
$^{40}\text{Ca}$	0.105

但是, 对于大多数核, 由于缺少实验数据, 且它们的核密度并不知道, 为了对其核效应进行理论研究, 迫切需要知道这些核的核密度。基于下述两点考虑, 采用唯象的方法, 文献[9]提出了核密度经验公式。

(1) 通过原子核的电磁半径平方平均值  $\langle r^2 \rangle$  的实验数据求出原子核等效均匀半径  $R$ , 进而得出  $\rho(A)$  的值。但是, 由于实验数据存在一定的误差, 通过上述方法求得的原子核密度有一定的不确定范

围, 因此核密度有小量可调性。

(2) 核密度模型认为核密度随  $A$  的变化描述了原子核内核子与自由核子的核效应差异; 在核物理学中, 原子核的结合能也可描述原子核内核子与自由核子核效应的差异。它们从不同侧面描述了自由核子组成原子核时产生的核效应。所以, 它们之间应当存在定量的联系。

核密度  $\rho(A)$  随  $A$  变化的经验公式<sup>[9]</sup>为

$$\rho(A) = 0.01E^{1/2} + 0.02\ln A, \quad (4)$$

式中,  $E$  为原子核的平均结合能, 其值取自文献[13]。

## 3 核密度经验公式的检验

利用经验公式(4), 可以求出所有核的核密度值, 如  $^2\text{H}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^9\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{27}\text{Al}$  和  $^{40}\text{Ca}$  等核的核密度, 如表 2 所示(对于较重的核, 如  $^{108}\text{Ag}$ ,  $^{116}\text{Sn}$  和  $^{197}\text{Au}$  的核密度, 文献[9]已经给出, 并可以较精确地解释  $t$ - $A$  DIS 过程中的核效应, 因此本文不涉及较重核的核密度及其核效应)。

表 2 由原子核密度经验公式(4)得到的核密度

核素	$\rho(A)/\text{fm}^{-3}$
$^2\text{H}$	0.024
$^4\text{He}$	0.054
$^6\text{Li}$	0.059
$^9\text{Be}$	0.069
$^{12}\text{C}$	0.077
$^{40}\text{Ca}$	0.103

由经验公式得到的核密度正确与否可以通过(3)式计算核过程的核效应与 NMC 实验数据对照检验。核密度模型认为  $\beta(x)$  对每种核都是相同的, 文献[8]和[9]中分别给出了  $0.125 < x < 0.88$  和  $0.001 < x < 0.6$  范围内的  $\beta(x)$  值。利用已知的  $\beta(x)$  值和表 1 和表 2 中的核密度值计算轻子-核 DIS 过程的核效应, 并对两种计算结果加以比较。

图 1 中, 实线是利用表 2 的核密度给出的核效应计算结果, 虚线是利用表 1 的核密度给出的核效应计算结果, 实验数据取自文献[10, 11]。

通过图 1 可以看出, 对以上 4 种核的核效应, 对于质量较轻的核 ( $A < 12$ ), 其核效应与较重的核

相比就不太明显。从而说明了核越重，其核效应越明显这个事实。另外还可以看出，在大  $x$  区两种计算结果都与实验数据符合得很好。在小  $x$  区，用表 2 中的核密度计算  $R^{\text{He/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{Li/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{C/Li}}(x, Q^2)$  的理论结果要优于表 1；对于  $R^{\text{Ca/Li}}(x, Q^2)$ ，利用表 2 的核密度计算的结果与利用表 1 的

结果相比就差一些。但从总体来看，利用表 2 中核密度计算的核效应函数要优于利用表 1 的结果（尤其是  $A < 12$  的核）。可见，原子核密度经验公式是合理的。另外也证明了文献[9]中  $\beta(x)$  向小  $x$  区推广是有效的。

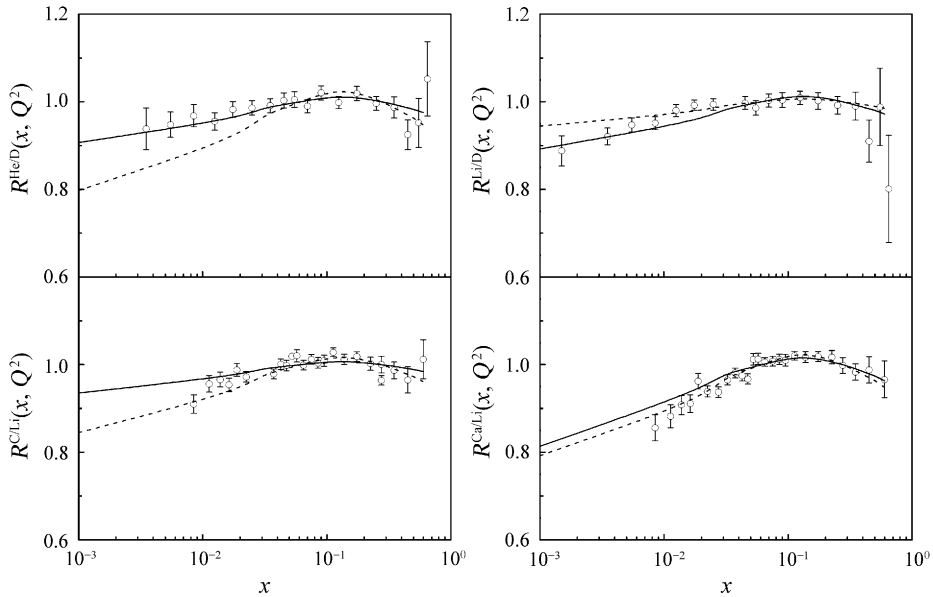


图 1  $R^{A_1/A_2}(x, Q^2)$  理论值与实验值的比较

利用表 2 的核密度计算核效应函数  $R^{\text{Ca/Li}}(x, Q^2)$  的理论结果相对较差的主要原因是文献[9]中的  $\beta(x)$  值是在仅考虑有限几种核效应实验数据的基础上给出的，因而  $\beta(x)$  值在小  $x$  区还有着一定的小量可调性，所以应考虑更多的实验数据才能更精确地定出  $\beta(x)$  值。可见，原子核密度经验公式还有一定的局限性，需要用更多的核效应实验来进一步检验和修正。

#### 4 结论

利用文献[9]中给出的原子核密度经验公式得到的核密度和利用电磁半径平方平均值得到的核密度分别计算了核效应函数  $R^{\text{He/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{Li/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{C/Li}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{Ca/Li}}(x, Q^2)$ ，并通过新  $\mu$  子实验合作组(NMC)的实验数据来检验这两种理论的结果。通过对这两种计算结果比较，发现利用原子核密度经验公式得到的核密度进行核效应函数计算的结果要优于利用电磁半径平方平均值计算的结果，可见原子核密度经验公式是合理的。

但是，唯象参数  $\beta(x)$  在小  $x$  区有一定的小量不确定范围。故用核密度经验公式得到的核密度和较粗糙的  $\beta(x)$  计算小  $x$  区核效应函数  $R^{\text{Ca/Li}}(x, Q^2)$  的结果有一定的偏离。因此，原子核密度经验公式还需要进一步检验和修正， $\beta(x)$  应该在考虑更多核效应的实验数据的基础上更加精确地给出，这样才能对小  $x$  区核效应函数  $R^{\text{Ca/Li}}(x, Q^2)$  做出更为合理的解释。

致谢 兰州大学核科学与技术学院的董建敏和苏昕宁两位同学对本文的工作提出了宝贵意见，特表示感谢。

#### 参考文献 (References):

[1] Aubert J J, Bassompierre G, Becks K H, *et al.* Phys Lett, 1983, **B123**: 275.  
 [2] Close F E, Roberts R G, Rose G G. Phys Lett, 1983, **B129**: 346.  
 [3] Jaffe R L, Close F E, Roberts R G, *et al.* Phys Lett, 1984,

- B134**: 449. (3); 290.)
- [4] Close F E, Gaffe R L, Roberts R G, *et al.* Phys Rev, 1985, **D31**: 1 004.
- [5] Li Guanglie, Cao Zhijun, Zhong Chasheng. Nucl Phys, 1990, **A509**: 757.
- [6] He Zhenmin, Yao Xiaoxia, Duan Chungui, *et al.* Eur Phys J, 1998, **C34**: 301.
- [7] Fankfurt L L, Strikman M I. Phys Rep, 1988, **160**: 235.
- [8] Gomez J, Arnold P G, Bostedet P E, *et al.* Phys Rev, 1994, **D49**: 4 348.
- [9] Gao Yonghua, Duan Chungui, Hou Zhaogyu, *et al.* HEP & NP, 2004, **28**(3): 290(in Chinese). (高永华, 段春贵, 侯召宇等. 高能物理与核物理, 2004, **28**
- [10] Arneodo M, Arvidson A, Badeek B, *et al.* Nucl Phys, 1995, **B441**: 12.
- [11] Amaudruz P, Arneodo M, Arvidson A, *et al.* Nucl Phys, 1995, **B441**: 3.
- [12] Ning Pingzhi, Li Lei, Min Defen. Fundamentel Nuclear Physics—Nucleons and Nuclei. Beijing: Higher Education Press, 2003, 65(in Chinese). (宁平治, 李磊, 闵德芬. 原子物理基础——核子与核. 北京: 高等教育出版社, 2003, 65.)
- [13] Audia G, Wapstrab A H, Thibaulta C. Nucl Phys, 2003, **A729**: 337.

## Nuclear Density Empirical Formula of Nucleus and Nuclear Effect in $l$ -A DIS Process<sup>\*</sup>

WANG Yan-zhao<sup>1</sup>, ZHANG Hong-fei<sup>1, #</sup>, GAO Yong-hua<sup>2</sup>, HOU Zhao-yu<sup>3, 4</sup>, ZUO Wei<sup>1, 5</sup>

(1 *School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*;

2 *Institute of Physics, Shijiazhuang College, Shijiazhuang 050801, China*;

3 *Department of Mathematics and Physics, Shijiazhuang Railway College, Shijiazhuang 050043, China*;

4 *Department of Physics, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050016, China*;

5 *Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China*)

**Abstract:** The nuclear effect functions in  $l$ -A DIS process  $R^{\text{He/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{Li/D}}(x, Q^2)$ ,  $R^{\text{C/Li}}(x, Q^2)$  and  $R^{\text{Ca/Li}}(x, Q^2)$  are calculated on the basis of the nuclear density model by using nuclear densities obtained from an empirical formula or the experimental values of the electromagnetic mean of radius square  $\langle r^2 \rangle$ , respectively. It is shown that the nuclear effect functions obtained from the empirical formula are in good agreement with the NMC experimental data, and better than the later ones. The empirical formula of the nuclear density can be used to study the nuclear effect of nucleon structure functions reasonably.

**Key words:** nuclear density model; nuclear density empirical formula of nucleus; binding energy;  $l$ -A DIS process

\* **Received date:** 25 Dec. 2007; **Revised date:** 31 Mar. 2008

\* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(10775061, 10505016, 10575119); Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences (KJJCX3-SYW-No2); Major State Basic Research Development Program of China (2007CB815004); Natural Science Foundation of Hebei Province(A2005000535)

# **Corresponding author:** Zhang Hongfei, E-mail: zhanghongfei@lzu.edu.cn