

文章编号: 1007-4627(2012)04-0327-09

核反应截面替代测量方法介绍

韩金华, 张国辉

(北京大学物理学院和核物理与核技术国家重点实验室, 北京 100871)

摘要: 核反应截面替代测量方法是一种间接测定核反应截面的方法, 这种方法对于测定不稳定核的反应截面具有重要的意义。详细介绍了替代方法的理论基础、影响其精确性的重要因素, 以及基于该方法的 3 种变型方法: 外替代比率方法(ESRM)、内替代比率方法(ISRM)和混合替代比率方法(HSRM)。阐明了每一种方法的基本原理, 给出了相关的实验验证, 并且对每一种方法的优缺点进行了分析。发现在每一种方法中, 所求反应与替代反应之间的自旋-宇称不匹配始终是不可消除的一个影响因素。但是经过实验验证, 替代方法(包括 3 种变型方法)也可以达到较高的精确度, 因而在不能够直接测定核反应截面的情况下, 该方法不失为一种很好的间接测量方法。

关键词: 替代方法; 复合核模型; Hauser-Feshbach 理论; Weisskopf-Ewing 近似; 自旋-宇称不匹配

中图分类号: O571.4 **文献标志码:** A

1 引言

确定一些不稳定核素的核反应截面是现代核物理和核天体物理面临的一个主要挑战^[1]。但是许多不稳定核素或者寿命太短而不能作为靶核, 或者在现实的实验技术和条件下难以产生, 从而不能够直接测定相应的核反应截面。因此, 研究一些间接的方法来避免这一困难而达到确定核反应截面的目的, 对于不稳定核素而言, 具有十分重要的意义。

核反应截面替代测量方法为解决这类问题提供了一种可能的途径, 它最早是由 Cramer 等^[2]在 1970 年提出的, 而最近基于对有关核反应截面的迫切需要, 此方法又引起了人们的强烈关注。并且在原方法的基础之上, 又发展出了几种新的变型的方法, 即外替代比率方法(ESRM)、内替代比率方法(ISRM)和混合替代比率方法(HSRM), 使得这种方法的准确度得以极大的提高。

目前, 该方法主要用于测定中子诱发的镅系和铀系不稳定核素的裂变反应截面和中子俘获截面^[3]。许多实验对其有效性进行了相关的验证, 结果表明, 该方法在某些情况下是可以达到较高精度的。因而我们期待这种方法在测定不稳定核素的核反应截面方面发挥积极作用。

2 替代方法的基本原理

核反应截面替代测量方法的理论基础是复合核模型, 该模型将一般的核反应分为两个阶段^[4]: (1) 入射粒子与靶核作用后熔合为一个激发的新核, 并经过较长时间, 其各自由度都达到了统计平衡, 这个新核称为复合核(compound nucleus, 简称 CN); (2) 复合核衰变, 在此过程中复合核对其形成信息失去记忆, 从而复合核的衰变与形成无关。根据复合核模型, 可以将核反应过程表述为: $a + A \rightarrow B^* \rightarrow c + C$, 其中 B^* 表示处于激发态的复合核, 则该反应的反应截面为

$$\sigma_{\alpha\chi}(E_a) = \sigma_{\alpha}^{\text{CN}}(E_a) P_{\alpha\chi}(E_{\text{ex}}), \quad (1)$$

其中: α 表示入射道 $a + A$; χ 表示出射道 $c + C$; $\sigma_{\alpha}^{\text{CN}}(E_a)$ 表示复合核形成截面; $P_{\alpha\chi}(E_{\text{ex}})$ 表示该反应中形成的复合核通过 χ 出射道衰变的概率; E_{ex} 为复合核的激发能; E_a 为入射粒子能量。 E_{ex} 和 E_a 满足以下关系:

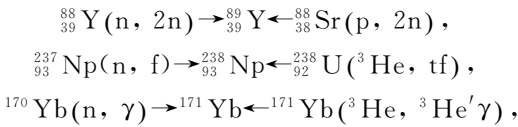
$$E_{\text{ex}} = \frac{m_A}{m_a + m_A} E_a + B_{aA}, \quad (2)$$

其中: 第一项为入射粒子的相对运动动能; 第二项为入射粒子和靶核在形成复合核中的结合能。

替代方法的基本思想是：某些稳定核素发生的核反应能够与所求不稳定核素发生的核反应形成相同的复合核，并通过相同的衰变道衰变。前者被称为替代反应，记为 $P_{\delta\chi}(E_{ex})$ ，其中 δ 表示替代反应的人射道。由式(1)，替代反应的衰变概率可以通过实验测得的反应截面与光学模型计算得到的复合核形成截面的比值获得。根据复合核衰变与形成无关的假设，所求反应与其替代反应中形成的复合核通过同一衰变道衰变的概率是相同的，即 $P_{\delta\chi}(E_{ex}) = P_{\alpha\chi}(E_{ex})$ 。因此所求反应的复合核形成截面(可由光学模型求得)与替代反应的衰变概率的乘积就是所求的反应截面^[5-6]，即

$$\sigma_{\alpha\chi}(E_a) = \sigma_a^{CN}(E_a) P_{\delta\chi}(E_{ex}) \quad (3)$$

现举 3 个有代表性的例子如下：



其中左边的反应为所求反应，右边的反应为替代反应，中间为相应的复合核。在 3 个替代反应中，第 1 个例子中的复合核由入射粒子和靶核直接熔合而形成；第 2 个例子中的复合核是由 ^3He 和 ${}_{92}^{238}\text{U}$ 作用之后出射一个 t 粒子而形成，其替代机制如图 1 所示^[7]，此时要确定复合核 ${}_{93}^{238}\text{Np}$ 的激发能还要通过实验测定特定方向出射的 t 粒子能量；第 3 个例子中的复合核(激发态)是对相应的基态复合核进行非弹性散射，使其达到激发态而形成。

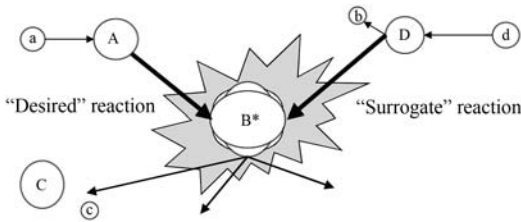


图 1 替代反应机制图示

2.1 Hauser-Feshbach 理论

由上述分析可知，核反应截面替代测量方法的有效性依赖于复合核衰变与形成无关的假定，该假定使得所求反应和替代反应中的复合核衰变概率相等。Hauser-Feshbach(H-F)理论更为细致地考虑了反应前后的角动量和宇称守恒，这可能会使之并不

严格成立。下面将从 H-F 理论出发，推导出两反应中复合核衰变概率相等成立的条件，也就是对核反应截面替代测量方法精确性的影响因素。

根据 H-F 理论^[8]，平均反应截面为

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\chi}(E_a) &= \pi D_a^2 \sum_{J, \pi} \frac{2J+1}{(2i+1)(2I+1)} \times \\ & \quad \sum_{l, l'} \frac{T_{als}^{J\pi}(E_a) T_{\chi l' s'}^{J\pi}(E_c)}{\sum_{\chi' l' s''} T_{\chi' l' s''}^{J\pi}(E_c)} \\ &= \sum_{l, l'} \sum_{J, \pi} \sigma_{als}^{CN}(E_{ex}, J, \pi) G_{\chi l' s'}(E_{ex}, J, \pi) \quad (4) \end{aligned}$$

其中： α 为所求反应入射道， χ 为出射道； D_a 为入射粒子 a 的约化德布罗意波长； i 为入射粒子自旋， I 为靶核自旋， $s=i+i$ ； i' 为出射粒子自旋， I' 为剩余核自旋， $s=i+i$ ； l 为入射粒子相对靶核运动的角动量， l' 为出射粒子相对剩余核运动的角动量；总自旋 $J=s+I=s'+i'$ ，总宇称 $\pi=(-1)^{l'}\pi_i\pi_I=(-1)^{l'}\pi_i\pi_{I'}$ ； $T_{als}^{J\pi}(E_a)$ 和 $T_{\chi l' s'}^{J\pi}(E_c)$ 分别为入射道和出射道传输系数， $\sum_{\chi' l' s''} T_{\chi' l' s''}^{J\pi}(E_c)$ 为总出射道传输系数。

根据式(4)可知，入射道 $[\alpha, l, s, J]$ 的复合核形成截面为

$$\sigma_{als}^{CN}(E_{ex}, J, \pi) = \pi D_a^2 \frac{2J+1}{(2i+1)(2I+1)} T_{als}^{J\pi}(E_a)$$

而复合核通过出射道 $[\chi, l', s', J]$ 衰变的衰变分支比为

$$G_{\chi l' s'}(E_{ex}, J, \pi) = \frac{T_{\chi l' s'}^{J\pi}(E_c)}{\sum_{\chi' l' s''} T_{\chi' l' s''}^{J\pi}(E_c)}$$

通过宽度涨落修正因子

$$\begin{aligned} W_{\alpha\chi}(E_{ex}, J, \pi) &= \\ & \frac{\sum_{l, l'} T_{als}^{J\pi}(E_a) T_{\chi l' s'}^{J\pi}(E_c)}{\sum_{\chi' l' s''} T_{\chi' l' s''}^{J\pi}(E_c)} \\ & \frac{\sum_{ls} T_{als}^{J\pi}(E_a) \cdot \sum_{l' s'} T_{\chi l' s'}^{J\pi}(E_c)}{\sum_{\chi' l' s''} T_{\chi' l' s''}^{J\pi}(E_c)} \end{aligned}$$

可以将平均反应截面写为

$$\sigma_{\alpha\chi}(E_a) = \sum_{J, \pi} \sigma_a^{CN}(E_{ex}, J, \pi) \times G_{\chi}(E_{ex}, J, \pi) W_{\alpha\chi}(E_{ex}, J, \pi) \quad (5)$$

即已对式(4)中的 4 个量子数 l, s, l' 和 s' 求和。

2.2 宽度涨落修正因子

根据核激发的统计模型,可以获得宽度涨落修正因子的具体表达式,从中可以看出近似有关系式^[8]:

$$W_{\alpha\chi}(E_{\text{ex}}, J, \pi) \propto (1 + 2\delta_{\alpha\chi})。 \quad (6)$$

现在对宽度涨落修正因子进行讨论:(1)由式(5)可看出,宽度涨落因子反映了复合核衰变和形成之间的关联^[9],如果忽略该因子(取 $W_{\alpha\chi}=1$),即是取复合核衰变和形成无关的假设(仅对系统特定的 J^π 值而言);(2)由关系式(6)可看出,宽度涨落因子会使得复合核弹性散射(即 $\chi=\alpha$ 时)截面增加,而复合核反应截面减少,二者之和为复合核形成截面;(3)随着入射能量的增加,可能的出射道数目迅速增加,宽度涨落效应会减小,即 $W_{\alpha\chi}\rightarrow 1$ 。

2.3 复合核自旋-宇称概率分布

下面取 $W_{\alpha\chi}=1$,即取复合核衰变和形成无关的假定,那么就有

$$\sigma_{\alpha\chi}(E_a) = \sum_{J, \pi} \sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi) G_\chi(E_{\text{ex}}, J, \pi)。 \quad (7)$$

定义复合核自旋-宇称概率分布^[10]为

$$F_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi) = \frac{\sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi)}{\sum_{J', \pi'} \sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J', \pi')}。$$

显然有

$$\sum_{J, \pi} F_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi) = 1。$$

易知 $F_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi)$ 反映了复合核(也即反应系统)的微观状态分布情况,即

$$\sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}) = \sum_{J, \pi} \sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi)。$$

式(7)的两边同除以 $\sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}})$,可得到复合核衰变概率^[11-12]:

$$P_{\alpha\chi}(E_{\text{ex}}) = \sum_{J, \pi} F_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi) G_\chi(E_{\text{ex}}, J, \pi)。 \quad (8)$$

易知

$$\sigma_{\alpha\chi}(E_a) = \sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}) P_{\alpha\chi}(E_{\text{ex}})。 \quad (9)$$

上式即为式(1)。同理,对于替代反应

$$P_{\delta\chi}(E_{\text{ex}}) = \sum_{J, \pi} F_\delta^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi) G_\chi(E_{\text{ex}}, J, \pi)， \quad (10)$$

$$\sigma_{\delta\chi}(E_d) = \sigma_\delta^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}) P_{\delta\chi}(E_{\text{ex}})， \quad (11)$$

其中 δ 为替代反应的入射道。我们希望所求反应和替代反应中的复合核衰变概率相等,即

$$P_{\delta\chi}(E_{\text{ex}}) = P_{\alpha\chi}(E_{\text{ex}})。 \quad (12)$$

这是核反应截面替代测量方法的最核心内容,该方法的精确性也取决于上述关系在多大程度上成立。如果式(12)成立,那么所求反应截面

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\chi}(E_a) &= \sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}) P_{\delta\chi}(E_{\text{ex}}) \\ &= \sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}) \frac{\sigma_{\delta\chi}(E_d)}{\sigma_\delta^{\text{CN}}(E_{\text{ex}})} \end{aligned} \quad (13)$$

即为式(3),其中 E_d 为替代反应中粒子d(见图1)的入射能量,复合核形成截面 $\sigma_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}})$ 和 $\sigma_\delta^{\text{CN}}(E_{\text{ex}})$ 通过光学模型得到,替代反应的反应截面 $\sigma_{\delta\chi}(E_d)$ 是已知的;概率 $P_{\delta\chi}(E_{\text{ex}})$ 也可由实验直接测定,见本文第3部分“替代测量方法应用举例”。

2.4 探究式(12)成立的条件——Weisskopf-Ewing近似

由式(8)和(10)可看出,式(12)在以下两个条件中至少一个成立的情况下才能成立^[1]:

(1)所求反应和替代反应中的复合核自旋-宇称概率分布完全相同,即

$$F_a^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi) = F_\delta^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi)， \quad (14)$$

也即两种反应中形成的复合核的微观状态完全一致。但是要计算复合核自旋-宇称概率分布是十分困难的,并且一般情况下二者并不相等,即自旋-宇称不匹配。

(2)衰变概率分支比 $G_\chi(E_{\text{ex}}, J, \pi)$ 独立于 J^π ,即

$$G_\chi(E_{\text{ex}}, J, \pi) = g_\chi(E_{\text{ex}})， \quad (15)$$

则

$$P_{\alpha\chi}(E_{\text{ex}}) = g_\chi(E_{\text{ex}}), P_{\delta\chi}(E_{\text{ex}}) = g_\chi(E_{\text{ex}})。$$

从而式(12)成立,使之将成立的式(15)称为Weisskopf-Ewing(W-E)近似条件^[13]。

下面分析W-E近似的成立条件。通过H-F理论计算得到的相关信息与已经测得的反应截面相拟合,可以得到衰变概率分支比 $G_\chi(E_{\text{ex}}, J, \pi)$ 。文献

[14]中描述了中子与 ^{235}U 反应形成的复合核 ^{236}U 的裂变概率分支比 $G_f(E_{\text{ex}}, J, \pi)$ 随等价中子能量 E_n 的变化,如图2和图3所示。由图易知,W-E近似的成立与否与入射粒子能量和复合核系统角动量 J 的范围有关,它在入射能量较高且复合核系统角动量 J 的范围较小的情况下成立,反之不成立。

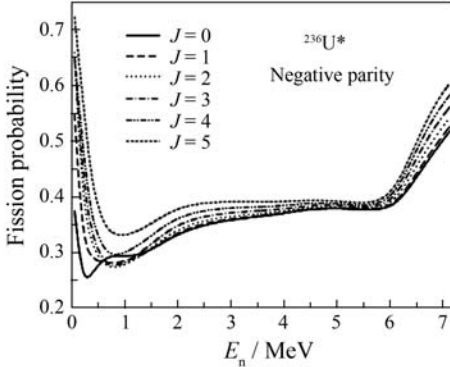


图2 负宇称情况下角动量 $J = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 时,复合核 ^{236}U 的裂变概率分支比随等价入射中子能量的变化
正宇称情况与负宇称情况几乎完全相同,因而没有给出。

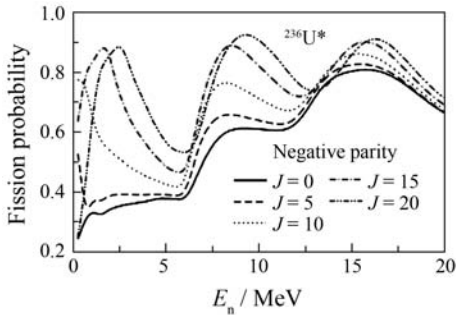


图3 负宇称情况下,角动量 $J = 0, 5, 10, 15, 20$ 时,复合核 ^{236}U 的裂变概率分支比随等价入射中子能量的变化
同样没有给出正宇称情况。

2.5 影响核反应截面替代测量方法的因素

由H-F理论到替代方法依赖的核心式(12)的推导过程可以看出,主要有以下3个因素影响所求的反应截面,即:(1)宽度涨落修正因子 W_{α_x} (如前所述);(2)自旋-宇称不匹配或者W-E近似不成立(如前所述),二者是等价的;(3)复合核形成截面的计算,这依赖于所采用的光学模型。

另外,由核反应截面替代测量方法的理论基础可知,该方法实际上适用于复合核反应截面的计算。因此,只有在两反应(所求反应和替代反应)中的复合核反应截面在总反应截面中均占主要成分并

且其它反应(预平衡反应和直接反应)截面在总反应截面中占有的比例接近时,该方法才是可行的。

3 替代方法应用举例

文献[15]给出了应用核反应截面替代测量方法求 $^{237}_{93}\text{Np}(n, f)$ 反应截面的一个例子。取相应替代反应为 $^{238}_{92}\text{U}(^3\text{He}, \text{tf})$,通过实验测定该反应中形成的复合核 $^{238}_{93}\text{Np}$ 的裂变概率:

$$P_{\text{df}}(E_{\text{ex}}) = \frac{N_{\text{df}}(E_{\text{ex}})}{\epsilon_f(E_{\text{ex}}) N_{\delta}(E_{\text{ex}})}, \quad (16)$$

其中: $N_{\text{df}}(E_{\text{ex}})$ 是通过与出射t粒子符合而记录的裂变事件数; $\epsilon_f(E_{\text{ex}})$ 是裂变探测器的探测效率; $N_{\delta}(E_{\text{ex}})$ 是 $E-\Delta E$ 粒子探测器探测到的t粒子的数目,也就是替代反应中形成的复合核的数目。

取W-E近似,经过相关的分析计算可得图4。从图中可以看出,由替代方法得到的 $^{237}_{93}\text{Np}(n, f)$ 反应截面以及其与 $^{235}\text{U}(n, f)$ 反应截面的比值均和直接的实验结果以及评价数据符合得很好。

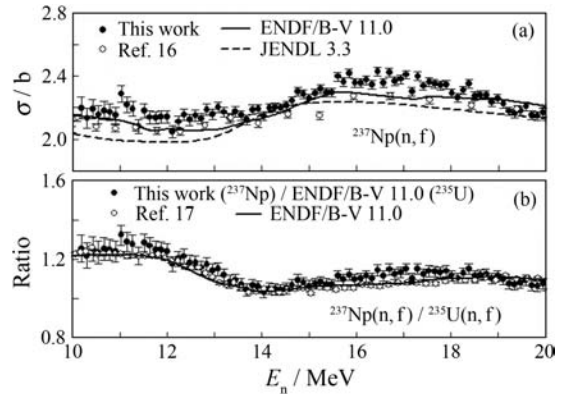


图4 替代方法应用于测量 $^{237}_{93}\text{Np}(n, f)$ 反应截面

(a) $^{237}_{93}\text{Np}(n, f)$ 反应截面;(b) $^{237}_{93}\text{Np}(n, f)$ 和 $^{235}\text{U}(n, f)$ 的反应截面的比值;其中, $^{235}\text{U}(n, f)$ 的反应截面采用ENDF/B-VII.0数据库中的数据。

根据文献[15],最终得到的 $^{237}_{93}\text{Np}(n, f)$ 反应截面的误差来源:计数误差(1%~3%),复合核形成截面的计算(约3%),裂变探测器的效率(约10%)。另外,靶的污染是另一个误差来源,但是在本实验中可以忽略。

4 外替代比率方法

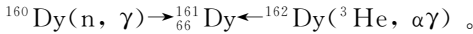
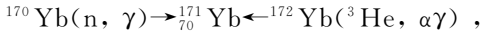
外替代比率方法(The external surrogate ratio

method, 简称 ESRM) 是基于替代方法的一个变型, 与单纯的替代方法相比, 它具有很多优点, 使该方法的精确度得以很大提高。

4.1 ESRM 的基本原理

例如, 要求反应截面 $\sigma_{a_1 \chi_1}(E_a)$, 那么需要找到以下几个反应:

反应 $\alpha_1 \rightarrow \chi_1$, 其替代反应 $\delta_1 \rightarrow \chi_1$, 复合核同为 B_1 ; 反应 $\alpha_2 \rightarrow \chi_2$, 其替代反应 $\delta_2 \rightarrow \chi_2$, 复合核同为 B_2 ; 同时要求^[16]: (1) 入射道 α_1 和 α_2 、 δ_1 和 δ_2 的入射粒子分别相同, 出射道 χ_1 和 χ_2 的出射粒子相同; (2) 反应 $\alpha_1 \rightarrow \chi_1$ 和反应 $\alpha_2 \rightarrow \chi_2$ 的靶核(从而复合核 B_1 和 B_2) 质量相近, 结构相似(比如同为奇偶核), 以使自旋-宇称概率分布的差异减小, 且使预平衡反应截面和直接反应截面在总反应截面中占的比例接近。例如, 要求 $^{170}\text{Yb}(n, \gamma)$ 反应截面, 则通过以下相关反应可以求得^[17]:



通过确定比率^[18]

$$\begin{aligned} R(E_{\text{ex}}) &= \frac{\sigma_{a_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{\sigma_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})} \\ &= \frac{\sigma_{a_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}) P_{a_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{\sigma_{a_2}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}) P_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})} \\ &= \frac{\sigma_{a_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}) P_{\delta_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{\sigma_{a_2}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}) P_{\delta_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})}. \end{aligned} \quad (17)$$

上式中采用了 W-E 近似, 即

$$P_{a_1 \chi_1}(E_{\text{ex}}) = P_{\delta_1 \chi_1}(E_{\text{ex}}), \quad P_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}}) = P_{\delta_2 \chi_2}(E_{\text{ex}}),$$

则所求反应截面

$$\sigma_{a_1 \chi_1}(E_a) = R(E_{\text{ex}}) \sigma_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}}),$$

其中反应截面 $\sigma_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})$ 是已知的。

4.2 弱 W-E 近似

如前所述, W-E 近似为衰变概率分支比 $G_\chi(E_{\text{ex}}, J, \pi)$ 独立于 J^π , 即

$$\begin{aligned} G_\chi(E_{\text{ex}}, J, \pi) &= g_\chi(E_{\text{ex}}) \\ &= P_{\delta_\chi}(E_{\text{ex}}) = P_{a_\chi}(E_{\text{ex}}), \end{aligned}$$

则式

$$\frac{G_{\chi_1}(E_{\text{ex}}, J, \pi)}{G_{\chi_2}(E_{\text{ex}}, J, \pi)} = \frac{P_{a_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{P_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})} \quad (18)$$

可称为弱 W-E 近似, 即两个衰变概率分支比的比值是独立于 J^π 的。

可以证明, 在弱 W-E 近似下, 式(17)依然成立。所求反应中形成的复合核的衰变概率

$$\begin{aligned} P_{\delta_1 \chi_1}(E_{\text{ex}}) &= \sum_{J, \pi} F_{\delta_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi) G_{\chi_1}(E_{\text{ex}}, J, \pi) \\ &= \sum_{J\pi} \frac{\sigma_{\delta_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi)}{\sum_{J', \pi'} \sigma_{\delta_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J', \pi')} \times \\ &\quad G_{\chi_1}(E_{\text{ex}}, J, \pi), \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} P_{\delta_1 \chi_1}(E_{\text{ex}}) &= \sum_{J\pi} \frac{\sigma_{\delta_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi)}{\sum_{J', \pi'} \sigma_{\delta_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J', \pi')} \times \\ &\quad G_{\chi_2}(E_{\text{ex}}, J, \pi) \frac{P_{a_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{P_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})} \\ &= \frac{P_{a_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{P_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})} \sum_{J\pi} \frac{\sigma_{\delta_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi)}{\sum_{J', \pi'} \sigma_{\delta_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J', \pi')} \times \\ &\quad G_{\chi_2}(E_{\text{ex}}, J, \pi). \end{aligned}$$

考虑两复合核的类似结构和形成机制, 可以假定

$$\sigma_{\delta_1}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi) = \lambda \sigma_{\delta_2}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi),$$

其中 λ 为一常量。则

$$\begin{aligned} P_{\delta_1 \chi_1}(E_{\text{ex}}) &= \frac{P_{a_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{P_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})} \times \\ &\quad \sum_{J\pi} \frac{\lambda \sigma_{\delta_2}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J, \pi)}{\sum_{J', \pi'} \lambda \sigma_{\delta_2}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}}, J', \pi')} G_{\chi_2}(E_{\text{ex}}, J, \pi) \\ &= \frac{P_{a_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{P_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})} P_{\delta_2 \chi_2}(E_{\text{ex}}), \end{aligned}$$

即

$$\frac{P_{\delta_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{P_{\delta_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})} = \frac{P_{a_1 \chi_1}(E_{\text{ex}})}{P_{a_2 \chi_2}(E_{\text{ex}})}. \quad (19)$$

该式是 ESRM 的核心, 显然采用弱 W-E 近似并取上述假定的情况下, 式(17)也是成立的。

那么弱 W-E 近似在什么条件下成立呢? 文献[19]中计算了 $n+^{238}\text{U}$ 的裂变概率及其与 $n+^{236}\text{U}$ 的裂变概率之比, 如图 5 和图 6 所示。容易看出, 弱 W-E 近似在高能且所求反应和替代反应的主要自旋值不超过 $10 \hbar$ 的情况下成立。并且通过两图的比较可知, 弱 W-E 近似要比 W-E 近似更容易成立, 因而我们可以期待 ESRM 要比单纯的替代方法有更高的精确度。

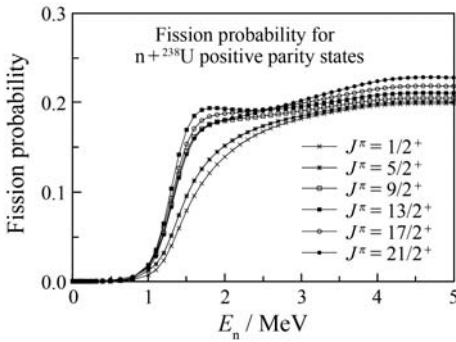


图 5 正宇称情况下，反应 $n+^{238}\text{U}$ 形成的复合核 ^{239}U 的裂变概率分支比

负宇称情况没有给出，因其与正宇称情况几乎完全相同。

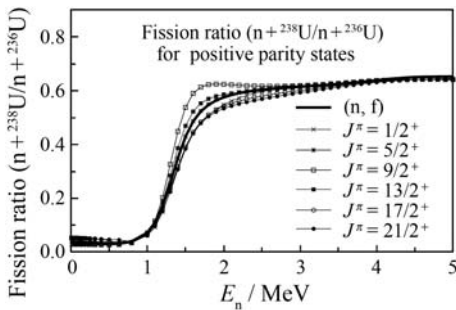
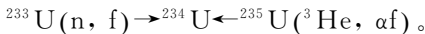
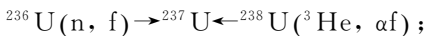


图 6 正宇称情况下， $n+^{238}\text{U}$ 和 $n+^{236}\text{U}$ 的裂变概率分支比的比值

同理，没有给出负宇称情况。

4.3 外替代比率方法应用举例

文献[20]中给出了应用 ESRM 求 $^{236}\text{U}(n, f)$ 反应截面的一个例子，各相关反应如下：



取 W-E 近似或者弱 W-E 近似，比率^[21-22]

$$\begin{aligned} R(E_{ex}) &= \frac{\sigma_{a_1}^{CN}(E_{ex}) P_{\delta_1 f}(E_{ex})}{\sigma_{a_2}^{CN}(E_{ex}) P_{\delta_2 f}(E_{ex})} \\ &= \frac{\sigma_{a_1}^{CN}(E_{ex}) \frac{N_{\delta_1 f}(E_{ex})}{\epsilon_f(E_{ex}) N_{\delta_1}(E_{ex})}}{\sigma_{a_2}^{CN}(E_{ex}) \frac{N_{\delta_2 f}(E_{ex})}{\epsilon_f(E_{ex}) N_{\delta_2}(E_{ex})}} \\ &\approx \frac{N_{\delta_2}(E_{ex}) N_{\delta_1 f}(E_{ex})}{N_{\delta_1}(E_{ex}) N_{\delta_2 f}(E_{ex})}, \end{aligned}$$

其中，假定

$$\sigma_{a_1}^{CN}(E_{ex}) \approx \sigma_{a_2}^{CN}(E_{ex}).$$

这是因为在 U 的同位素范围内对于 (n, f) 反应，光学模型的参数变化很小。

同理，应有

$$\sigma_{\delta_1}^{CN}(E_{ex}) \approx \sigma_{\delta_2}^{CN}(E_{ex}),$$

即

$$\sigma_{238\text{U}}^{CN}({}^3\text{He}, \omega)(E_{ex}) \approx \sigma_{235\text{U}}^{CN}({}^3\text{He}, \omega)(E_{ex}).$$

令

$$A = \frac{N_{\delta_2}(E_{ex})}{N_{\delta_1}(E_{ex})} = \frac{I_2 t_2 \sigma_{\delta_2}^{CN}(E_{ex}) \rho_{235\text{U}}}{I_1 t_1 \sigma_{\delta_1}^{CN}(E_{ex}) \rho_{238\text{U}}},$$

其中 I 为单位时间的粒子束流强度， t 为记录系统的活时间， ρ 为靶原子的面密度。在实验中可以控制这 3 个参数，使得^[23]

$$I_2 t_2 \rho_{235\text{U}} = I_1 t_1 \rho_{238\text{U}}.$$

即使因子 $A=1$ ，则

$$R(E_{ex}) \approx A \frac{N_{\delta_1 f}(E_{ex})}{N_{\delta_2 f}(E_{ex})} = \frac{N_{\delta_1 f}(E_{ex})}{N_{\delta_2 f}(E_{ex})}. \quad (20)$$

而 $^{233}\text{U}(n, f)$ 反应截面是已知的，这样只需在实验中确定 $N_{\delta_1 f}(E_{ex})$ 和 $N_{\delta_2 f}(E_{ex})$ 两个量就可以求出 $^{236}\text{U}(n, f)$ 反应截面，其结果见图 7。在确定 $N_{\delta_1 f}(E_{ex})$ 的实验中，也可记下裂变探测器的效率 $\epsilon_f(E_{ex})$ 和计数 $N_{\delta_1}(E_{ex})$ ，而以单纯的替代方法给出所求反应截面，结果见图 8。

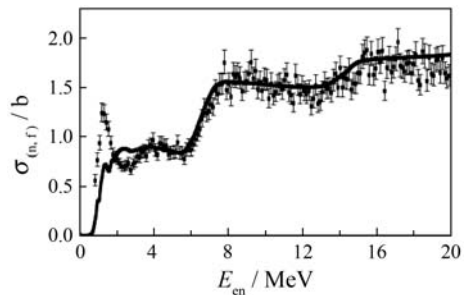


图 7 由 ESRM 得到的 $^{236}\text{U}(n, f)$ 反应截面 (散点) 与 ENDF/B-VII 数据库评价数据 (实线) 的比较

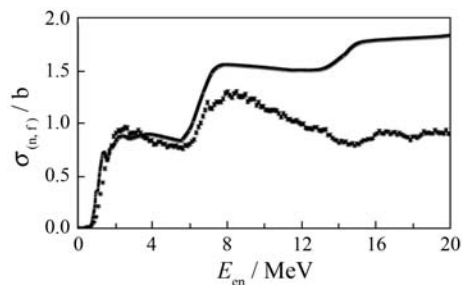


图 8 由单纯的替代方法得到的 $^{236}\text{U}(n, f)$ 反应截面 (散点) 与 ENDF/B-VII 数据库评价数据 (实线) 的比较

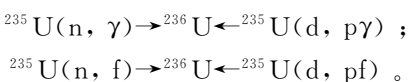
通过观察，可以发现：在图 7 中，由 ESRM 得到的反应截面与评价数据在 4 MeV 到 20 MeV 范围内符合得很好，而在 4 MeV 以下存在着较大分歧，其原因可能是在低能情况下，W-E 近似或者弱 W-E 近似不能成立，也可以说是自旋-宇称不匹配的情况较严重；在图 8 中，由单纯的替代方法得到的反应截面与评价数据在低于 3.3 MeV 的情况下符合得较好，而在 6 MeV 到 20 MeV 的较大能量范围内存在很大的分歧。产生分歧的原因在于粒子探测器错把一部分 ^3He 视为了 α 粒子，以及靶 ^{238}U 被 C 元素和 O 元素污染，这两个原因都会使得 N_{δ_1} (即产生的复合核 ^{237}U 的数目) 增大，从而使替代反应中的复合核裂变概率偏小。

4.4 ESRM 的优点

根据式(20)的推导过程及以上论述，ESRM 与单纯的替代方法相比，具有如下优点：(1)形成复合核的数目(最大的系统性误差来源)和探测器的效率带来的误差被消除；(2)复合核形成截面的计算、预平衡反应和直接反应、靶的污染所引起的误差均有一定程度的减小；(3)弱 W-E 近似相比 W-E 近似更容易成立。

5 内替代比率方法

内替代比率方法(The internal surrogate ratio method, 简称 ISRM)的首次应用是在 1950 年, Ghoshal 用其验证 Bohr 的复合核模型理论^[24]。该方法可通过下面的例子来加以说明。 ^{235}U 的 (n, γ) 反应截面是未知的，而其 (n, f) 反应截面已知，二者的比率应与两反应的各自的替代反应(即 ^{235}U 的 $(d, p\gamma)$ 和 (d, pf) 反应)截面之比是相等的，从而通过实验测量替代反应中形成的复合核 ^{236}U 的裂变与辐射光子的概率之比，即可得到 $^{235}\text{U}(n, \gamma)$ 反应截面之比。该例中各相关反应如下：



所测比率

$$R(E_{\text{ex}}) = \frac{\sigma_{(n, \gamma)}(E_{\text{ex}})}{\sigma_{(n, f)}(E_{\text{ex}})} = \frac{\sigma_{(d, p\gamma)}(E_{\text{ex}})}{\sigma_{(d, pf)}(E_{\text{ex}})}$$

$$= \frac{\sigma_{(d, p)}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}})P_{(d, p\gamma)}(E_{\text{ex}})}{\sigma_{(d, p)}^{\text{CN}}(E_{\text{ex}})P_{(d, pf)}(E_{\text{ex}})} = \frac{P_{(d, p\gamma)}(E_{\text{ex}})}{P_{(d, pf)}(E_{\text{ex}})},$$

即

$$R(E_{\text{ex}}) = \frac{N_{p-\gamma}(E_{\text{ex}})}{\varepsilon_{\gamma}(E_{\text{ex}}) N_p(E_{\text{ex}})} \cdot \frac{N_{p-f}(E_{\text{ex}})}{\varepsilon_f(E_{\text{ex}}) N_p(E_{\text{ex}})}$$

$$= \frac{N_{p-\gamma}(E_{\text{ex}})}{N_{p-f}(E_{\text{ex}})} \frac{\varepsilon_f(E_{\text{ex}})}{\varepsilon_{\gamma}(E_{\text{ex}})}, \quad (21)$$

其中 $N_{p-\gamma}(E_{\text{ex}})$ 和 $N_{p-f}(E_{\text{ex}})$ 分别为与出射质子相符合而记录的出射光子数和裂变事件数， $\varepsilon_f(E_{\text{ex}})$ 和 $\varepsilon_{\gamma}(E_{\text{ex}})$ 分别为裂变探测器和 γ 探测器的效率。易知，与 ESRM 相比，ISRM 的优点在于消除了复合核形成截面引入的误差。

Allmond 等人在文献[25]中应用上例对 ISRM 进行了验证，所得结果如图 9 所示。在中子能量从 0.9 Me 到 3.3 MeV 的范围内，ISRM 获得的比值对来自 ENDF 数据库的评价数据的平均误差为 23%，误差应来源于 W-E 近似或弱 W-E 近似在此能量范围的失效。

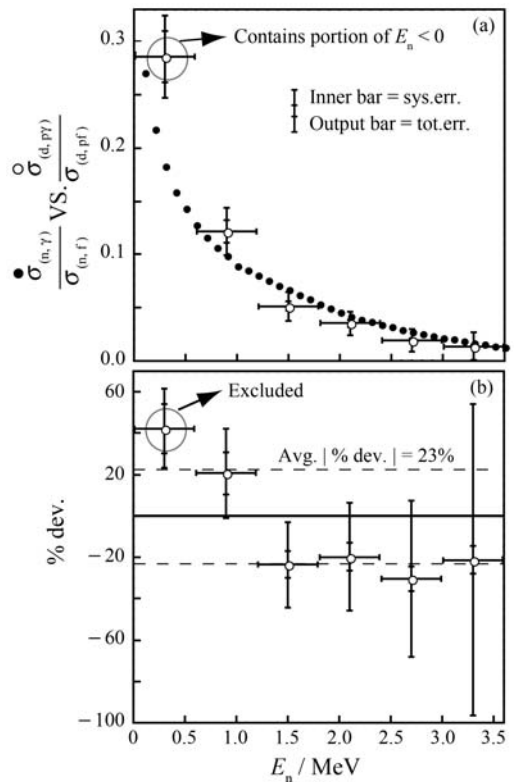


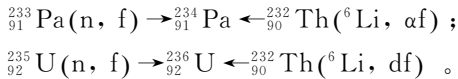
图 9 内替代比率方法应用于测量 $^{235}\text{U}(n, \gamma)$ 反应截面

(a)来自 ENDF 数据库的 $^{235}\text{U}(n, \gamma)$ 和 (n, f) 反应截面比值(实心黑点)与本实验确定的 $^{235}\text{U}(d, p\gamma)$ 和 (d, pf) 反应截面比值(空心圆圈)的比较，其中后者在 $E_n=0.3$ MeV 处的值被舍去，以避免来自 $E_n < 0$ MeV 的中子的贡献；(b)实验结果对 ENDF 评价数据库结果的偏离。

(n, f) 反应截面相对于 (n, γ) 反应截面更为容易测量, 而少数锕系元素的 (n, γ) 反应截面取值的确定在未来的第四代反应堆的设计中是一个极为关键的问题, 内替代比率方法 (ISRM) 为解决此类问题提供了一个很有价值的工具。

6 混合替代比率方法

混合替代比率方法 (The hybrid surrogate ratio method, 简称 HSRM) 可以视为 ESRM 的一种特殊情况, 其原理与之相同, 而其特殊之处在于两个替代反应 ($\delta_1 \rightarrow \chi_1$ 和 $\delta_2 \rightarrow \chi_2$) 中的靶核相同。例如, $^{233}\text{Pa}(n, f)$ 反应截面可通过如下相关反应求得:



易知, 两个不同的复合核 $^{234}_{91}\text{Pa}$ 和 $^{236}_{92}\text{U}$ 均由 $^6\text{Li} + ^{232}_{90}\text{Th}$ 反应产生, 这样就可以在一次实验中完成必要的测量。与 ESRM 相比, HSRM 消除了两次实验的不稳定因素带来的干扰, 且消除了靶核面密度带来的误差。

Nayak 等^[26] 应用 HSRM 给出中子能量从 11.5 MeV 到 16.5 MeV 范围内的 $^{233}\text{Pa}(n, f)$ 反应截面 (目前, 中子能量在 10 MeV 以上的 $^{233}\text{Pa}(n, f)$ 反应截面还没有直接的实验测量), 如图 10 所示。可见, 以 HSRM 计算的结果与采用裂变势垒方程通过 EMPIRE-2.19 程序计算的结果符合得较好。

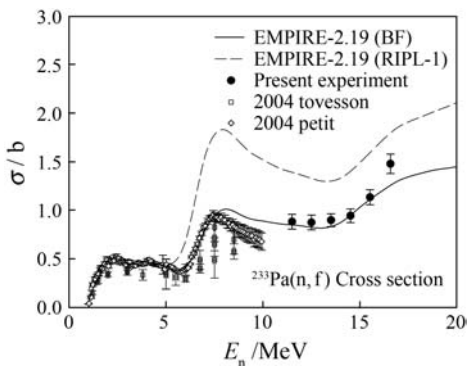


图 10 实验及理论计算的 $^{233}\text{Pa}(n, f)$ 反应截面

实线和虚线分别为通过 EMPIRE-2.19 程序采用裂变势垒方程和 RIPL-1 数据库中的裂变势垒高度来计算的结果。

7 总结

核反应截面替代测量方法是一种间接测量核反

应截面的方法, 它是建立在复合核模型的复合核衰变与形成无关假设基础之上, 其核心是所求反应和替代反应形成的复合核的衰变概率相等。由 H-F 理论到其理论核心的推导过程可以看出影响该方法精确性的一些因素。从单纯的替代方法出发, 可得到 3 种变型方法: 外替代比率方法 (ESRM)、内替代比率方法 (ISRM) 和混合替代比率方法 (HSRM)。这 3 种变型方法通过比率的计算消去或者减弱了一些影响该方法精确度的因素, 因而原则上它们的精确度都要比单纯的替代方法的精确度要高。但是, 以上每种方法都有一个不可消除的影响因素, 即所求反应和替代反应的自旋-宇称不匹配, 或者等价地说是 W-E 近似或弱 W-E 近似不成立, 而这来源于所求反应和替代反应的入射道的不同, 这是使用替代方法的一个固有限制。

尽管有人射道效应的限制, 但经过每一种方法的相关实验验证, 可看出核反应截面替代测量方法是可以达到较高的精确度的。替代方法通过选取恰当的替代反应可有效地避免在直接测量中遇到的难以克服的困难。例如, 靶核极不稳定或难以获得、入射粒子能量难以达到等。因而, 在不能够直接测定核反应截面的情况下, 该方法不失为一种很好的间接测量方法。

参考文献 (References):

- [1] ESCHER J E, BERNSTEIN L A, BLEUEL D, *et al.* LDRD Final Report: Surrogate Nuclear Reactions and the Origin of the Heavy Elements (04-ERD-057), 2007, Technical Report UCRL-TR-228366.
- [2] CRAMER J, BRITT H. Nucl Sci Eng, 1970, **41**: 177.
- [3] SCIEIZO N D, ESCHER J E, ALLMOND J M, *et al.* Phys Rev C, 2010, **81**: 034608.
- [4] LU Xiting, JIANG Dongxing, YE Yanlin. Nuclear Physics [M]. 2nd edition, Beijing: Atom Energy Publishing House, 2000: 259-260 (in Chinese). (卢希庭, 江栋兴, 叶沿林. 原子核物理[M]. 第二版, 北京: 原子能出版社, 2000: 259-260.)
- [5] KESSEDJIAN G, JURADO B, AICHE M, *et al.* Phys Lett B, 2010, **692**: 297.
- [6] PLETTNER C, AI H, BEAUSANG W, *et al.* Phys Rev C, 2005, **71**: 051602(R).
- [7] ESCHER J E, AHLE L, BERNSTEIN L, *et al.* Journal of Physics G, 2005, **31**: S1687.

- [8] WANG Shunuan. Nuclear Reaction Theory [M]. Beijing: Atom Energy Publishing House, 2007: 128 – 139 (in Chinese).
(王书暖. 核反应理论[M]. 北京: 原子能出版社, 2007: 128 – 139.)
- [9] ESCHER J E, DIETRICH F S. Phys Rev C, 2006, **74**: 054601.
- [10] YOUNES W, BRITT H C. Phys Rev C, 2003, **67**: 024610.
- [11] ESCHER J E, DIETRICH F S, SCIELZO N D. Journal of the Korean Physical Society, 2011, **59**: 815.
- [12] DIETRICH F S, ESCHER J E. Nuclear Physics A, 2007, **787**: 237c.
- [13] CIZEWSKI J A, HATARIK R, JONES K L, *et al.* Nucl Instr and meth B, 2007, **261**: 938.
- [14] ESCHER J E, DIETRICH F S, FORSSEN C. Nucl Instr and meth B, 2007, **261**: 1075.
- [15] BASUNIA M S, CLARK R M, GOLDBLUM B L, *et al.* Nucl Instr and meth B, 2009, **267**: 1899.
- [16] GOLDBLUM B L, PRUSSIN S G, BERNSTEIN L A, *et al.* Phys Rev C, 2010, **81**: 054606.
- [17] GOLDBLUM B L, PRUSSIN S G, AGVAANLUVSAN U, *et al.* Phys Rev C, 2008, **78**: 064606.
- [18] ESCHER J E, DIETRICH F S. Phys Rev C, 2010, **81**: 024612.
- [19] CHIBA S, IWAMOTO O. Phys Rev C, 2010, **81**: 044604.
- [20] LYLES B F, BERNSTEIN L A, BURKE J T, *et al.* Phys Rev C, 2007, **76**: 014606.
- [21] HATARIK R, BERNSTEIN L A, CIZEWSKI J A, *et al.* Phys Rev C, 2010, **81**: 011602.
- [22] LESHNER S R, BURKE J T, BERNSTEIN L A, *et al.* Phys Rev C, 2009, **79**: 044609.
- [23] BURKE J T, BERNSTEIN L A, ESCHER J E, *et al.* Phys Rev C, 2006, **73**: 054604.
- [24] GHOSHAL S N. Phys Rev, 1950, **80**: 939.
- [25] ALLMOND J M, BERNSTEIN L A, BEAUSANG C W, *et al.* Phys Rev C, 2009, **79**: 054610.
- [26] NAYAK B K, SAXENA A, BISWAS D C, *et al.* Phys Rev C, 2008, **78**: 061602(R).

Introduction of Surrogate Approach for Determining Nuclear Reaction Cross Sections

HAN Jin-hua¹⁾, ZHANG Guo-hui

(School of Physics and State Key Laboratory of Nuclear Physics and Technology,
Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: The surrogate nuclear reaction approach plays an important role in the determination of nuclear reaction cross sections that are difficult to be measured directly. In this paper, we investigate its basis, factors affecting its accuracy, and its three variants: the external surrogate ratio method (ESRM), the internal surrogate ratio method (ISRM) and the hybrid surrogate ratio method (HSRM). Each method was described, and their applications or experimental tests were given, from which we could see their respective advantages and disadvantages. And it is found that the spin-parity mismatch, or the (weak) Weisskopf-Ewing limit equivalently, is an inherent limitation of the approach. It is also seen that the surrogate approach can reach a high accuracy, so it is a good indirect approach when the nuclear reaction cross sections are unavailable to be measured directly.

Key words: surrogate method; compound-nucleus model; Hauser-Feshbach theory; Weisskopf-Ewing limit; spin-parity mismatch