

文章编号: 1007-4627(2013)01-0010-07

## 重子中七夸克成分 $qqq(q\bar{q})^2$ 的低位能谱

袁思刚<sup>1, 2, 3</sup>

(1. 中国科学院近代物理研究所, 甘肃 兰州 730000;

2. 中国科学院大科学装置理论物理研究中心, 北京 100049;

3. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 在非相对论夸克模型内, 利用手征超精细相互作用, 把原来对五夸克系统  $qqqq\bar{q}$  能谱的预言, 扩展到了七夸克系统  $qqq(q\bar{q})^2$  的基态和轨道第一激发态能谱的计算, 所使用的参数也是来自于五夸克系统。预言了最低七夸克态的能量大约是 2.1 GeV, 自旋-宇称是  $J^P = \frac{1}{2}^+$  或者  $J^P = \frac{1}{2}^-$ 。由于在这个能区也存在一些三夸克系统和五夸克系统, 所以能量在 2 GeV 以上的重子激发态可能是这 3 种夸克成分的混合。

**关键词:** 非相对论夸克模型; 强子谱; 多夸克成分

**中图分类号:** O572.25; O572.34   **文献标志码:** A   **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.30.01.010

### 1 引言

在传统的夸克模型中, 重子被描述为 3 个组分夸克的紧致束缚态, 虽然在强子谱及其衰变性质的预言方面, 三夸克模型取得了很大的成功, 但是仍然存在很多疑难问题尚未解决, 比如  $N^*(1440)$ ,  $N^*(1535)$  和  $\Lambda(1405)$  的质量倒置问题,  $N^*(1535)$  到  $\eta N$  的具有很大的衰变分支比问题等。一些作者提出可以加入多夸克成分来解释这些问题<sup>[1-4]</sup>; 也有作者认为它们可能是介子-重子的束缚态<sup>[5]</sup>, 同样可以解释很多疑难问题, 比如  $\Lambda(1405)$  与  $N\bar{K}$  末态的强耦合等问题。另外, 在 PDG<sup>[6]</sup>中也可以看到,  $N^*(1440)$ ,  $N^*(1535)$ 和 $\Lambda(1405)$  这些特殊的共振态除了和特定的两体末态有较大的耦合之外, 像  $N^*(1440)$  大约有 30.4% 的分支比是衰变到  $\pi\pi N$ ,  $N^*(1710)$  大约有 40.9% 的分支比是衰变到  $\pi\pi N$ 。这很容易引起人们的猜想, 是不是这些共振态中可能含有比较大的七夸克成分<sup>[7]</sup>? 另一方面, Oset 等人通过求解包括耦合道效应的 Faddeev 方程, 研究了三体系统  $\pi\pi N$  的束缚态问题, 发现存在一个质量大约 1704 MeV 的束缚态, 这个态被认为是  $N^*(1710)$ 。进一步的研究发现,

在三体系统  $\Delta\rho\pi$  和  $\Delta\rho\rho$  中也存在束缚态, 被解释为一些  $N^*$  和  $\Delta^*$ <sup>[8-10]</sup>。与介子-介子-重子束缚态图像的结果对比, 会使人想到, 在这些  $N^*$  和  $\Delta^*$  中可能存在着七夸克成分  $qqq(q\bar{q})^2$ 。从夸克模型出发, 以夸克、反夸克和胶子作为自由度的模型中, 能量最低的七夸克态的自旋-宇称是  $\frac{1}{2}^+$  或者  $\frac{3}{2}^+$ , 能量大约是 2.5 GeV<sup>[11]</sup>。然而, 我们利用非相对论的组分夸克模型, 假设这五个夸克和两个反夸克的地位是平等的, 并且认为组分夸克间是通过介子交换相互作用的, 预言了具有  $N^*$  和  $\Delta^*$  量子数的类核子和类  $\Delta$  七夸克系统的能谱, 发现最低的能量值在 2.1 GeV 左右, 如果考虑 SU(3) 味道破缺效应, 超精细能应该有几十 MeV 的减少, 相应的七夸克态质量还应该有几十 MeV 的增加。

### 2 夸克模型预言

#### 2.1 理论框架

类似于五夸克系统的哈密顿量<sup>[12]</sup>, 将禁闭势也取为谐振子势, 而夸克之间的剩余相互作用使用 SU(3) 味道对称的手征相互作用, 那么七夸克系统的哈密顿

收稿日期: 2012-02-23   修改日期: 2012-03-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10635080, 10875133, 10821063, 10925526)

作者简介: 袁思刚 (1984-), 男, 河北石家庄人, 博士研究生, 从事强子物理研究; E-mail: yuanhadron@impcas.ac.cn

<http://www.npr.ac.cn>

量可以写为如下的形式:

$$H = \sum_{i=1}^7 \frac{|\mathbf{p}_i|^2}{2m} - \frac{|\mathbf{P}|^2}{14m} + \sum_{i<j}^7 V_{\text{conf}}(r_{ij}) + \sum_{i=1}^7 m_i + H_X, \quad (1)$$

其中, 谐振子禁闭势的具体形式为<sup>[12]</sup>

$$V_{\text{conf}}(r_{ij}) = -\frac{3}{8} \lambda_i^C \cdot \lambda_j^C [C(r_i - r_j)^2 + V_0]. \quad (2)$$

SU(3) 对称的手征相互作用形式为

$$H_X = -C_X \left( \sum_{i<j}^5 \lambda_i^F \cdot \lambda_j^F \sigma_i \cdot \sigma_j + \lambda_6^F \cdot \lambda_7^F \sigma_6 \cdot \sigma_7 \right). \quad (3)$$

通过简单的群论分析, 我们能够得到七夸克系统  $qqq(q\bar{q})^2$  的颜色结构, 即五个夸克子系统  $qqqqq$  的颜色状态是  $[221]_C$ , 两个反夸克子系统  $\bar{q}\bar{q}$  处于颜色状态  $[211]_C$ . 七夸克系统中夸克-夸克对  $qq$ , 夸克-反夸克对  $q\bar{q}$ , 反夸克-反夸克对  $\bar{q}\bar{q}$  的颜色状态矩阵元分别是

$$\begin{aligned} \langle \lambda_i^C \cdot \lambda_j^C \rangle_{q\bar{q}} &= -\frac{8}{15}, \\ \langle \lambda_i^C \cdot \lambda_j^C \rangle_{qq} &= -\frac{16}{15}, \\ \langle \lambda_i^C \cdot \lambda_j^C \rangle_{\bar{q}\bar{q}} &= -\frac{8}{3}. \end{aligned} \quad (4)$$

夸克对和反夸克对的谐振子频率通过下面的表达式, 能够与三夸克系统的谐振子频率  $\omega_3$  联系起来,

$$\omega_{qq} = \omega_3 \sqrt{\frac{2}{15}}, \quad \omega_{q\bar{q}} = \frac{\omega_3}{\sqrt{15}}, \quad \omega_{\bar{q}\bar{q}} = \frac{\omega_3}{\sqrt{3}}. \quad (5)$$

哈密顿量可以改写为

$$\begin{aligned} H &= \sum_{i=1}^7 \frac{|\mathbf{p}_i|^2}{2m} - \frac{|\mathbf{P}|^2}{14m} + \frac{m\omega_{qq}^2}{2} \sum_{i<j}^5 r_{ij}^2 + \\ &\frac{m\omega_{q\bar{q}}^2}{2} r_{67}^2 + \frac{m\omega_{\bar{q}\bar{q}}^2}{2} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=6}^7 r_{ij}^2, \end{aligned}$$

这里  $\mathbf{P}$  是质心动量。

为了计算七夸克系统  $qqq(q\bar{q})^2$  的基态和轨道第一激发态的能量, 通过引进新的一组雅克比坐标, 将哈密顿量简化。新旧坐标的关系表达式为<sup>[13]</sup>

$$\xi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (6)$$

$$\xi_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_3), \quad (7)$$

$$\xi_3 = \frac{1}{\sqrt{12}}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 - 3\mathbf{r}_4), \quad (8)$$

$$\xi_4 = \frac{1}{\sqrt{20}}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 - 4\mathbf{r}_5), \quad (9)$$

$$\xi_5 = \frac{1}{\sqrt{30}}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5 - 5\mathbf{r}_6), \quad (10)$$

$$\xi_6 = \frac{1}{\sqrt{42}}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5 + \mathbf{r}_6 - 6\mathbf{r}_7), \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_{\text{cm}} = \frac{1}{\sqrt{7}}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5 + \mathbf{r}_6 + \mathbf{r}_7). \quad (12)$$

这样还不能完全把原来的哈密顿量分成几个独立的谐振子形式。再通过下面的坐标变换, 就可以将哈密顿量完全对角化,

$$\bar{\eta}_i = \xi_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (13)$$

$$\bar{\eta}_5 = \sqrt{\frac{7}{12}}\xi_5 + \sqrt{\frac{5}{12}}\xi_6, \quad (14)$$

$$\bar{\eta}_6 = -\sqrt{\frac{5}{12}}\xi_5 + \sqrt{\frac{7}{12}}\xi_6, \quad (15)$$

与空间坐标  $\bar{\eta}_i$  相对应的共轭动量算符是  $\eta_i$ <sup>[13]</sup>。

对角化之后的哈密顿量形式如下:

$$\begin{aligned} H &= \sum_{i=1}^6 \frac{|\eta_i|^2}{2m} + \frac{m}{2}(5\omega_{qq}^2 + 2\omega_{q\bar{q}}^2) \sum_{i=1}^4 |\eta_i|^2 + \\ &\frac{7m}{2}\omega_{q\bar{q}}^2 |\eta_5|^2 + \frac{m}{2}(2\omega_{\bar{q}\bar{q}}^2 + 5\omega_{q\bar{q}}^2) |\eta_6|^2. \end{aligned}$$

我们计算能量所用到的参数, 包括介子交换相互作用常数  $C_X$ , 组分夸克质量  $m$ , 谐振子频率  $\omega_3$  和整体平移常数  $V_0$  等都取自五夸克系统能谱的计算文献<sup>[12]</sup>。到现在为止, 七夸克系统  $qqq(q\bar{q})^2$  的基态能量表达式可以写为

$$\begin{aligned} E_7 &= 7m + 6\sqrt{5\omega_{qq}^2 + 2\omega_{q\bar{q}}^2} + \frac{3\sqrt{7}}{2}\omega_{q\bar{q}} + \\ &\frac{3}{2}\sqrt{2\omega_{q\bar{q}}^2 + 5\omega_{\bar{q}\bar{q}}^2} + \langle H_X \rangle_{qqqqq} + \langle H_X \rangle_{\bar{q}\bar{q}}, \end{aligned} \quad (16)$$

手征超精细相互作用的矩阵元可以写为下面的一般表达式<sup>[12]</sup>

$$\langle H_X \rangle = -C \left\{ 4C_2^{(6)} - 2C_2^{(3)} - \frac{4}{3}C_2^{(2)} - 8N \right\}, \quad (17)$$

这里  $C_2^{(n)}$  是 SU(n) 群的二阶 Casimir 算子,  $N$  是组分夸克 (或者反夸克) 的数目。SU(6), SU(3) 和 SU(2) 群

的二阶 Casimir 算子在所有可能对称性下的矩阵元都列在了表 1 和表 2 中。对于反夸克子系统，还可以用  $\langle H_\chi \rangle_{\bar{q}\bar{q}}$  来代表在组态  $[2]_{FS}[2]_F[2]_S, [2]_{FS}[11]_F[11]_S, [11]_{FS}[11]_F[2]_S$  和  $[11]_{FS}[2]_F[11]_S$  下两个反夸克子系统手征超精细相互作用的矩阵元，

$$\begin{aligned} \langle H_\chi \rangle_{[2]_{FS}[2]_F[2]_S}(\bar{q}\bar{q}) &= -\frac{4}{3}C, \\ \langle H_\chi \rangle_{[2]_{FS}[11]_F[11]_S}(\bar{q}\bar{q}) &= -8C, \\ \langle H_\chi \rangle_{[11]_{FS}[11]_F[2]_S}(\bar{q}\bar{q}) &= +\frac{8}{3}C, \\ \langle H_\chi \rangle_{[11]_{FS}[2]_F[11]_S}(\bar{q}\bar{q}) &= +4C. \end{aligned} \quad (18)$$

表 1 SU(6) 群和 SU(3) 群的二阶 Casimir 算子矩阵元\*

[f]	[5]	[41]	[32]	[311]	[221]	[2]	[11]
$C_2^{(6)}$	$\frac{275}{12}$	$\frac{215}{12}$	$\frac{179}{12}$	$\frac{155}{12}$	$\frac{131}{12}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{14}{3}$
$C_2^{(3)}$	$\frac{40}{3}$	$\frac{25}{3}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{4}{3}$

\* f 代表在五夸克子系统和两个反夸克子系统可能的对称性。

表 2 自旋 SU(2) 群的二阶 Casimir 算子矩阵元\*

[s]	[5]	[41]	[32]	[311]	[221]	[2]	[11]
$C_2^{(2)}$	$\frac{35}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{4}$	-	-	2	0

\* s 代表在五夸克子系统和两个反夸克子系统可能的对称性。

下面通过简单的群论分析，以得到七夸克系统所能处的味道-自旋状态，然后计算出两个子系统超精细相互作用的矩阵元  $\langle H_\chi \rangle_{qqqqq}$  和  $\langle H_\chi \rangle_{\bar{q}\bar{q}}$ 。首先，反夸克-反夸克子系统的味道波函数  $\bar{q}\bar{q}$  可以是全对称的  $[2]_F$ ，也可以是全反对称的  $[11]_F$ ，分别对应于 SU(3) 味道表示的  $\bar{6}$  重态和 3 重态。对于五夸克子系统，可能处于味道混合对称性  $[41]_F$ ，相应于味道 SU(3) 群的 24 重态，与反夸克子系统的  $\bar{6}$  重态和 3 重态组合所得到的不可约表示是， $24 \times \bar{6} = 8 + 10 + 27 + 35 + 64$  和  $24 \times 3 = 10 + 27 + 35$ 。所得七夸克系统的八重态和十重态能够跟三夸克或者五夸克系统的八重态和十重态混合。五夸克子系统的味道混合对称性如果是  $[32]_F$ ，即 15 维表示，当与反夸克系统组合时，能够得到的分解方式是  $15 \times \bar{6} = 8 + \bar{10} + 10 + 27 + 35$  和  $15 \times 3 = 8 + \bar{10} + 27$ 。类似地，七夸克系统的八重态和十重态也能够跟三夸克或者五夸克系统的八重态和十重态混合。当五夸克子系统处于味道混合对称性  $[311]_F$  时，相应于味道表示 6 重态，与反夸克系统的组合能够形成下面的分解： $6 \times \bar{6} = 1 + 8 + 27$  和  $6 \times 3 = 8 + 10$ 。最后，对于上面这些颜色-味道-自旋分解可以参考  $S_5$  群的 CG

下五夸克子系统的混合对称性  $[221]_F$ ，它对应于 3 重态，跟反夸克系统组合，能够得到分解  $3 \times \bar{6} = 8 + \bar{10}$  和  $3 \times 3 = 1 + 8$ 。五个夸克的全对称味道表示  $[5]_F$ ，对应于 21 多重态，与反夸克系统耦合可以得到分解如下： $21 \times \bar{6} = 10 + 35 + 81$  和  $21 \times 3 = 28 + 35$ 。所得到的七夸克态只可能与三夸克味道对称性  $[3]_F$  和五夸克味道对称性  $[4]_F$  所得到的十重态混合。

表 3 基态所有被允许的味道-自旋组态及其超精细作用矩阵元

$[5]_X[11111]_{CFS}[221]_C[f]_{FS}[f]_F[f]_S$	$\langle H_\chi \rangle_{qqqqq}$
$[32]_{FS}[221]_F[32]_S$	$-16C_\chi$
$[32]_{FS}[221]_F[41]_S$	$-12C_\chi$
$[32]_{FS}[311]_F[32]_S$	$-12C_\chi$
$[32]_{FS}[311]_F[41]_S$	$-8C_\chi$
$[32]_{FS}[32]_F[32]_S$	$-8C_\chi$
$[32]_{FS}[32]_F[41]_S$	$-4C_\chi$
$[32]_{FS}[41]_F[32]_S$	$-2C_\chi$
$[32]_{FS}[41]_F[41]_S$	$2C_\chi$
$[32]_{FS}[32]_F[5]_S$	$\frac{8}{3}C_\chi$
$[32]_{FS}[5]_F[32]_S$	$8C_\chi$

根据 Pauli 不相容原理，处在基态七夸克系统  $qqq(q\bar{q})^2([7]_X)$  的五个夸克的空间状态应该处在  $([5]_X)$ ，在颜色-味道-自旋空间就应该处在  $[11111]_{CFS}$ ，颜色状态是混合对称性  $[221]_C$ ，因此味道-自旋空间具有混合对称性  $[32]_{FS}$ 。反夸克-反夸克子系统的波函数也应该是全反对称的，空间状态是全对称的  $[2]_X$ ，颜色-味道-自旋空间的对称性就应该是全反对称  $[11]_{CFS}$ ，颜色状态是  $[211]_C$ ，因此味道-自旋空间具有两种组态  $[2]_{FS}[2]_F[2]_S$  和  $[2]_{FS}[11]_F[11]_S$ 。表 3 中  $[f]_{FS}[f]_F[f]_S$  代表基态五夸克子系统的所有可能组态， $\langle H_\chi \rangle_{qqqqq}$  代表在这些组态下五夸克子系统手征超精细相互作用的矩阵元。对于轨道第一激发态的七夸克系统，可能是其中五个夸克中的一个夸克处于轨道第一激发态，混合对称性是  $[41]_X$ ，颜色状态是混合对称性  $[221]_C$ ，因此味道-自旋空间具有混合对称性  $[32]_{FS}$ 。两个反夸克处于  $[2]_X$ ，颜色-味道-自旋空间的对称性与基态时相同。另一种可能就是五个夸克处于空间的基态  $[5]_X$ ，颜色-味道-自旋空间的对称性与基态的七夸克态基本相同，而两个反夸克处于空间的激发态  $[11]_X$ ，颜色的混合对称性是  $[211]_C$ ，味道-自旋空间的组态可能是  $[11]_{FS}[2]_F[11]_S$  和  $[11]_{FS}[11]_F[2]_S$ 。

表 4 五夸克子系统所有可能轨道第一激发态的味道-自旋组态及其超精细作用矩阵元

$[41]_X[2111]_{CFSS}[221]_C[f]_{FS}[f]_F[f]_S$	$\langle H_\chi \rangle_{qqqqq}$	$[41]_X[2111]_{CFSS}[221]_C[f]_{FS}[f]_F[f]_S$	$\langle H_\chi \rangle_{qqqqq}$
$[41]_{FS}[221]_F[32]_S$	$-28C_\chi$	$[41]_{FS}[41]_F[5]_S$	$-4C_\chi$
$[41]_{FS}[311]_F[32]_S$	$-24C_\chi$	$[311]_{FS}[221]_F[41]_S$	$-4C_\chi$
$[41]_{FS}[311]_F[41]_S$	$-20C_\chi$	$[311]_{FS}[311]_F[32]_S$	$-4C_\chi$
$[41]_{FS}[32]_F[32]_S$	$-20C_\chi$	$[32]_{FS}[32]_F[41]_S$	$-4C_\chi$
$[41]_{FS}[32]_F[41]_S$	$-16C_\chi$	$[32]_{FS}[41]_F[32]_S$	$-\frac{10}{3}C_\chi$
$[32]_{FS}[221]_F[32]_S$	$-16C_\chi$	$[311]_{FS}[311]_F[41]_S$	$-2C_\chi$
$[41]_{FS}[41]_F[32]_S$	$-14C_\chi$	$[32]_{FS}[311]_F[41]_S$	$-2C_\chi$
$[32]_{FS}[221]_F[41]_S$	$-12C_\chi$	$[311]_{FS}[32]_F[32]_S$	$0C_\chi$
$[32]_{FS}[311]_F[32]_S$	$-12C_\chi$	$[41]_{FS}[5]_F[41]_S$	$0C_\chi$
$[41]_{FS}[41]_F[41]_S$	$-10C_\chi$	$[32]_{FS}[41]_F[41]_S$	$0C_\chi$
$[311]_{FS}[221]_F[32]_S$	$-8C_\chi$	$[32]_{FS}[32]_F[5]_S$	$2C_\chi$
$[32]_{FS}[32]_F[32]_S$	$-8C_\chi$	$[311]_{FS}[32]_F[41]_S$	$\frac{8}{3}C_\chi$
$[311]_{FS}[41]_F[32]_S$	$6C_\chi$	$[311]_{FS}[311]_F[5]_S$	$\frac{20}{3}C_\chi$
$[311]_{FS}[41]_F[41]_S$	$8C_\chi$	$[32]_{FS}[5]_F[32]_S$	$10C_\chi$

表 5 能量在 2700 MeV 以下, 具有味道八重态核子和十重态  $\Delta$  量子数的正宇称基态七夸克系统  $qqq(q\bar{q})^2$  的能谱

$[5]_X[11111]_{CFSS}[221]_C[f]_{FS}[f]_F[f]_S$	$E/\text{MeV}$	$J^P$	$N_{\text{Exp.}}$	$\Delta_{\text{Exp.}}$
$[32]_{FS}[32]_F[32]_S$	2134	$\frac{1}{2}^+$	2100	
$[32]_{FS}[221]_F[32]_S(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2206	$\frac{1}{2}^+$		-
$[32]_{FS}[32]_F[41]_S$	2218	$\frac{1}{2}^+$		
$[32]_{FS}[41]_F[32]_S$	2260	$\frac{1}{2}^+$		
$[32]_{FS}[32]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2274	$\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+$		
$[32]_{FS}[221]_F[41]_S(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2290	$\frac{3}{2}^+$		-
$[32]_{FS}[311]_F[32]_S(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2290	$\frac{1}{2}^+$		-
$[32]_{FS}[41]_F[41]_S$	2344	$\frac{3}{2}^+$		
$[32]_{FS}[221]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2346	$\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+$		-
$[32]_{FS}[32]_F[5]_S$	2358	$\frac{5}{2}^+$		
$[32]_{FS}[32]_F[41]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2358	$\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+, \frac{5}{2}^+$		
$[32]_{FS}[311]_F[41]_S$	2374	$\frac{3}{2}^+$		-
$[32]_{FS}[41]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2400	$\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+$		
$[32]_{FS}[221]_F[41]_S\{\bar{q}\bar{q}\}(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2430	$\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+, \frac{5}{2}^+$		-
$[32]_{FS}[311]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2430	$\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+$		-
$[32]_{FS}[5]_F[32]_S$	2470	$\frac{1}{2}^+$		-
$[32]_{FS}[41]_F[41]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2484	$\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+, \frac{5}{2}^+$		
$[32]_{FS}[32]_F[5]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2498	$\frac{3}{2}^+, \frac{5}{2}^+, \frac{7}{2}^+$		2425
$[32]_{FS}[311]_F[41]_S\{\bar{q}\bar{q}\}(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2514	$\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+, \frac{5}{2}^+$		-
$[32]_{FS}[5]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2610	$\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^+$		-

表 6 能量在 2700 MeV 以下, 具有味道八重态核子和十重态  $\Delta$  量子数的负宇称轨道第一激发的七夸克态  $qqq(q\bar{q})^2$  能谱

$[41]_X[11111]_{CFS}[221]_C[f]_{FS}[f]_F[f]_S$	$E/\text{MeV}$	$J^P$	$N_{\text{Exp.}}$	$\Delta_{\text{Exp.}}$
$[41]_{FS}[32]_F[32]_S$	2132	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-$	2090, 2080	
$[41]_{FS}[221]_F[32]_S(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2204	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-$		-
$[41]_{FS}[32]_F[41]_S$	2216	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-$	-, -, 2200	
$[41]_{FS}[41]_F[32]_S$	2258	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-$		
$[41]_{FS}[32]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2272	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-$		
$[41]_{FS}[311]_F[32]_S(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2288	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-$		-
$[41]_{FS}[41]_F[41]_S$	2342	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-$		
$[41]_{FS}[221]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2344	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-$		-
$[41]_{FS}[32]_F[41]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2356	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-, \frac{7}{2}^-$		
$[41]_{FS}[311]_F[41]_S$	2372	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-$		-
$[32]_{FS}[32]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2384	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-$		
$[41]_{FS}[41]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}$	2398	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-$		
$[41]_{FS}[311]_F[32]_S\{\bar{q}\bar{q}\}(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2428	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-$		-
$[32]_{FS}[221]_F[32]_S(qqqq\bar{q}s\bar{s})$	2456	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-$		-
$[32]_{FS}[32]_F[41]_S$	2468	$\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-$		
$[41]_{FS}[41]_F[5]_S$	2482	$\frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-, \frac{7}{2}^-$		

级数的分解方式<sup>[14]</sup>。我们所得到的所有可能的正宇称部分的味道-自旋组态及其超精细作用矩阵元列于表 4 中。最后再加上谐振子势能部分的能量值, 就得到了对应的七夸克系统的能量, 见表 5 和表 6。其中, 符号  $\{\bar{q}\bar{q}\}$  意味着两个反夸克处于自旋和味道的全对称状态, 如果五夸克子系统后面的两个反夸克处于全反对称状态, 表 5 和表 6 就省略了符号  $[\bar{q}\bar{q}]$ 。

## 2.2 计算结果及讨论

我们首先研究具有八重态核子量子数和十重态  $\Delta$  量子数的七夸克系统  $qqq(q\bar{q})^2$  的能谱。从表 1 看到, 五夸克子系统  $qqqq$  的味道对称性共有  $[5]_F[41]_F[221]_F[32]_F$  和  $[311]_F$  5 种可能性, 但是只有其中的味道多重态  $[221]_F[32]_F$  和  $[311]_F$  与反夸克子系统的味道多重态  $[2]_F$  或者与  $[11]_F$  耦合, 能够形成

量子数为  $(S=0, I=\frac{1}{2})$  的类核子七夸克态。如果五夸克子系统  $qqqq$  的味道多重态是  $[5]_F[32]_F$  和  $[311]_F$ , 它们与反夸克味道多重态  $[2]_F$  耦合, 或者五夸克子系统的味道多重态是  $[41]_F$  和  $[311]_F$ , 与反夸克的味道多重态  $[11]_F$  耦合, 我们就会得到拥有十重态  $\Delta$  量子数的七夸克态。可是, 这里面会有包含  $s\bar{s}$  的七夸克系统, 如果五夸克子系统的味道对称性是  $[221]_F$  和  $[311]_F$ , 那么所形成的七夸克态  $qqq(q\bar{q})^2$  中至少包含一对  $s\bar{s}$ 。事实上, 核子的奇异磁矩实验测量值不为零的事实, 说明核子中应该含有  $s\bar{s}$  成分, 但是奇异夸克的来源可能来自五夸克成分, 可能还有很少量的七夸克成分。含有奇异成分的五夸克系统  $uuds\bar{s}$  对奇异磁矩的贡献已被讨论<sup>[15]</sup>。具有同样的味道-自旋组态的七夸克系统, 包含奇异夸克的质量要比不含奇异夸克的质量高出  $2\delta m$ , 其中  $\delta m = m_s - m_u = 120 \text{ MeV}$ 。由于

存在两个反夸克, 基态的宇称为正, 自旋可以从  $\frac{1}{2}^+$  到  $\frac{7}{2}^+$ , 所有组态的质量列在了表 5 中。对于轨道第一激发态, 自旋可以从  $\frac{1}{2}^-$  到  $\frac{9}{2}^-$ , 相应的质量列在了表 6 中。

在七夸克系统的能谱中, 最低能态的五夸克子系统的组态是  $[41]_{FS}[32]_F[32]_S$ , 其中两个反夸克处于味道-自旋的全反对称状态(表格中没有标出反夸克对的对称性, 在五夸克子系统后面没写出来反夸克对所处的状态, 都意味着反夸克对处于味道和自旋的全对称状态), 质量是 2132 MeV, 自旋-宇称是  $\frac{1}{2}^-$  或者  $\frac{3}{2}^-$ 。在基态能谱中, 还有一个与之几乎重合的组态  $[32]_{FS}[32]_F[32]_S$ , 能量是 2134 MeV, 自旋-宇称是  $\frac{1}{2}^+$ 。而在粒子数据表中<sup>[6]</sup>, 在这个能量附近, 有 3 个置信度很低的  $N^*$ , 分别是  $N^*(2080)\frac{3}{2}^-$ ,  $N^*(2090)\frac{1}{2}^-$  和  $N^*(2100)\frac{1}{2}^+$ , 如果这几个态被确认存在的话, 它们很可能含有较多的七夸克成分。接下来是一个四星态  $N^*(2190)$ , 自旋-宇称是  $\frac{7}{2}^-$ <sup>[6]</sup>。

在目前的夸克模型预言的核子共振态能谱中, 能量最低的是自旋-宇称  $\frac{7}{2}^-$  的七夸克系统  $qqqqq(\bar{q}\bar{q})$ , 其能量是 2356 MeV, 其五夸克子系统处于味道-自旋对称性  $[41]_{FS}[32]_F[32]_S$ , 同时反夸克子系统处于  $[2]_{FS}[2]_F[2]_S$ 。但是它与  $N^*(2190)$  的能量相差大约 170 MeV, 因此,  $N^*(2190)$  中可能含有比较少的七夸克成分。另外, 这个组态不可能与  $L=0$  和  $L=1$  的五夸克态混合, 因为其中没有自旋-宇称量子数合适的五夸克系统相匹配<sup>[12]</sup>。通过简单的角动量耦合, 会发现负宇称的五夸克态最大自旋是  $\frac{5}{2}$ 。另外一个四星态<sup>[6]</sup>, 自旋-宇称是  $\frac{9}{2}^-$ , 能量大约是 2250 MeV。而自旋-宇称是  $\frac{9}{2}^-$  的七夸克态  $qqqqq(\bar{q}\bar{q})$  的最低能量大约是 2748 MeV, 其五夸克子系统处于味道-自旋状态  $[32]_{FS}[32]_F[5]_S$ , 并且两个反夸克处于  $[2]_{FS}[2]_F[2]_S$ 。所以, 并没有五夸克系统或者七夸克系统, 与能量在 2.2 GeV 左右的高自旋共振态  $N^*(2200)\frac{9}{2}^+$  和  $N^*(2250)\frac{9}{2}^-$  相对应。

对于量子数是 ( $S=0, I=1$ ) 的类  $\Delta$  七夸克态能量的预言如下: 自旋-宇称是  $\frac{9}{2}^-$  的七夸克态的最低能量是 2748 MeV, 其五夸克子系统的味道-自旋对称性是  $[32]_{FS}[32]_F[5]_S$ , 而反夸克子系统

是  $[2]_{FS}[2]_F[2]_S$ 。考虑到在 PDG 中, 存在一个一星的共振态  $\Delta(2400)\frac{9}{2}^-$ , 并且有一个很大的质量不确定度, 其中有一实验组使用分波分析方法得到的自旋-宇称是  $\frac{9}{2}^-$ , 能量值为  $2643 \pm 141$  MeV<sup>[16]</sup>, 如果这个态的质量被肯定是在这个数值附近, 它就应该会有比较多的七夸克成分混合; 在目前的模型中, 自旋-宇称是  $\frac{7}{2}^-$  的七夸克态的最低能量是 2356 MeV, 其五夸克子系统的味道-自旋对称性是  $[32]_{FS}[32]_F[5]_S$ , 反夸克子系统的对称性是  $[2]_{FS}[2]_F[2]_S$ , 并且在实验上也观察到一个质量为  $2280 \pm 80$  MeV<sup>[17]</sup> 的态, 也就是在 PDG<sup>[6]</sup> 上列出的一星态  $\Delta(2200)\frac{7}{2}^-$ , 所以很可能在  $\Delta(2200)$  中, 含有比较多的这种七夸克成分。实验上已观察到, 一个一星的  $\Delta(2390)\frac{7}{2}^+$ , 而我们预言的最低的自旋-宇称是  $\frac{7}{2}^+$  的七夸克态的能量是 2498 MeV, 其中五夸克子系统的对称性是  $[32]_{FS}[32]_F[5]_S$ , 反夸克子系统的对称性是  $[2]_{FS}[2]_F[2]_S$ 。可能在  $\Delta(2390)\frac{7}{2}^+$  中有比较少的七夸克态成分。

### 3 结论与分析

来自实验和理论的很多证据都显示, 五夸克成分在重子的内部结构及其性质中起着很重要的作用<sup>[18]</sup>。我们想通过预言七夸克系统的能谱, 来研究在 2 GeV 以上的重子激发态中, 是否可能存在大的七夸克成分的混合。目前的工作是在五夸克系统的理论框架内, 使用五夸克系统的参数值和同样的  $SU(3)$  对称的手征超精细相互作用势, 预言了能量最低的七夸克态质量大约是 2.1 GeV, 但是参数的变化会造成能级位置较大的移动。与五夸克系统类似<sup>[19-20]</sup>, 七夸克系统应该有更多可能的内部结构, 然而, 我们这里只是计算了 5 个夸克和 2 个反夸克地位完全一样的情况下七夸克系统  $qqq(q\bar{q})^2$  的能谱, 发现超精细能最低的七夸克系统中, 五夸克子系统  $qqqqq$  和 2 个反夸克子系统  $\bar{q}\bar{q}$  分别处在味道-自旋对称组态  $[32]_{FS}[221]_F[32]_S$  和  $[2]_{FS}[11]_F[11]_S$ , 2 个反夸克处在全反对称的味道状态, 并且是自旋单态。在介子-介子-重子相互作用的图像下, Oset 等人也进行过计算, 预言的束缚态质量要比我们预言的低几百 MeV。虽然质量对参数的选择有很大的依赖性, 从这点出发, 并不能区分这些不同的强子结构模型, 但是不同的模型都意味着一些重

子激发态中可能存在很大比例的七夸克成分。

**致谢** 感谢中国科学院大科学装置理论中心邹冰松老师建议和支持开展这项工作。

### 参考文献 (References):

- [1] ZOU Bingsong. Nucl Phys A, 2009, **827**: 333C; AN Chunsheng, RISKAD O. Eur Phys A J, 2008, **37**: 263.
- [2] AN Chunsheng, ZOU Bingsong. Sci Sin G, 2009, **52**: 1452.
- [3] AN Chunsheng, SAGHAI B, YUAN Sigang, *et al.* Phys Rev C, 2010, **81**: 045203.
- [4] LI Qiangbing, RISKAD O. Nucl Phys A, 2005, **766**: 172; Phys Rev C, 2006, **73**: 035201; Phys Rev C, 2006, **74**: 015202.
- [5] OSET E, RAMOS A. Nucl Phys A, 1998, **635**: 99.
- [6] BERRINGER J. Phys Rev D, 2012, **86**: 010001.
- [7] ZHANG Yongjun, ZHANG Bin. arXiv:1005.4550, 2010.
- [8] XIE Jujun, MARTINEZ T A, OSET E, *et al.* Phys Rev C, 2011, **83**: 055204.
- [9] XIE Jujun, TORRES A M, OSET E, *et al.* Few Body Syst, 2011, **50**: 223.
- [10] SUN Baoxi, CHEN Huaxing, OSET E. arXiv: 1107.0209, 2011.
- [11] NUNEZ M, LERMA S, HESS P O, *et al.* Phys Rev C, 2004, **70**: 025201.
- [12] HELMINEN C, RISKAD O. Nucl Phys A, 2002, **699**: 624.
- [13] JULIA D B, RISKAD O. Nucl Phys A, 2006, **780**: 175.
- [14] CHEN Jinqun, PING Jialun, WANG F. Group Representation Theory for Physicists [M]. Singapore: World Scientific, 2002: 50–100.
- [15] ZOU Bingsong, RISKAD O. Phys Rev Lett, 2005, **95**: 072001.
- [16] ARNDT R A, BRISCOE W J, STRAKOVSKY I I, *et al.* Phys Rev C, 2006, **74**: 045205.
- [17] HENDRY A W. Phys Rev Lett, 1978, **41**: 222.
- [18] DI Qing, CHEN Xiangsong, WANG Fan. Phys Rev D, 1998, **58**: 114032.
- [19] PING Jialun, HUANG Hongxia, DENG Chengrong, *et al.* Phys Rev C, 2008, **77**: 025201.
- [20] HUANG Hongxia, DENG Chengrong, PING Jialun, *et al.* arXiv: 0711.1649, 2007.

## Low-lying Seven-quark $qqq(q\bar{q})^2$ States in Baryon Spectrum

YUAN Si-gang<sup>1, 2, 3, 1)</sup>

(1. Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;

2. Theoretical Physics Center for Science Facilities, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** The low-lying energy spectra of 7-quark systems  $qqq(q\bar{q})^2$  is investigated with the schematic flavor-spin interaction, as an extension of the  $qqq\bar{q}$  five quark model. The lowest  $qqq(q\bar{q})^2$  state with an approximate energy 2.1 GeV and the spin-parity  $J^P = \frac{1}{2}^+$  or  $J^P = \frac{1}{2}^-$ , has been predicted with the parameters used in the five quark system. Because of the overlap with the corresponding  $qqq$  and  $qqq\bar{q}$  states above 2 GeV, it is possible for the high excited baryon-resonances to have substantial  $qqq(q\bar{q})^2$  admixtures.

**Key words:** quark model; multi-quark components; baryon resonance

Received date: 23 Feb. 2012; Revised date: 22 Mar. 2012

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (10875133, 10821063, 10635080, 10925526)

1) E-mail: yuanhadron@impcas.ac.cn

<http://www.npr.ac.cn>