

文章编号: 1007-4627(2013)03-0359-05

热中子星 r-mode 不稳定性研究

燕晶, 文德华

(华南理工大学物理系, 广东广州 510641)

摘要: 理论上, 不稳定的中子星 r-mode 能辐射可探测的引力波。采用具有超软对称能的非对称核物质物态方程, 并考虑非牛顿引力效应影响, 数值计算了由于 CFS(Chandrasekhar-Friedmann-Schutz) 不稳定性引起的年轻热中子星的 r-mode 不稳定窗口, 给出了引力辐射时标和耗散时标随温度的变化关系。利用中子星观测对非牛顿引力参数的约束, 给出了热中子星在高温区不稳定窗口边界的约束, 并发现较大的非牛顿引力参数对应着较宽的 r-mode 不稳定窗口。研究结果可为地面引力辐射探测提供有意义的参考。

关键词: 中子星; r-mode; 非牛顿引力

中图分类号: O571.6; P142.9

文献标志码: A

DOI: 10.11804/NuclPhysRev.30.03.359

1 引言

目前观测到的毫秒脉冲星自转都比理论上允许的最大自转角频率(开普勒频率 Ω_k) 小很多, 但理论上, 如果中子星从其伴星的吸积不受任何限制, 则其自转可以加速到开普勒频率^[1-2]。是什么机制阻碍了具有吸积机制中子星的自转进一步加速呢? 中子星 r-mode 的不稳定性提供了一种合理有效的机制来解释上述疑难。在众多的中子星振动模式中, r-mode 是恢复力为科里奥利力的一类纯轴向振动模式, 其 CFS(Chandrasekhar-Friedmann-Schutz) 不稳定性^[3-4] 可以发生在任意自转频率, 其引力辐射和粘滞耗散的平衡能够使得中子星的自转频率降到 $0.1 \Omega_k$ 之下^[5-7]。由于中子星 r-mode 不稳定性可能辐射可探测的引力波, 因此自中子星 r-mode 的 CFS 不稳定性发现以来关于 r-mode 不稳定性研究就一直倍受关注^[5, 8-17]。新生的中子星一般具有较高的温度, 固体外壳尚未形成, 整个星体物质都可视为理想流体。新生热中子星由于温度足够高, 平衡引力辐射非平衡机制主要由体粘滞耗散和剪切粘滞耗散提供^[7-9]。因此,

年轻中子星的 r-mode 不稳定性主要是通过剪切及体粘滞耗散机制来钳制引力辐射导致的振动模式振动的进一步增长。

近年来, 随着理论的深入和实验的推进, 人们对物态方程的认识有了长足的进步, 特别是对密度依赖的对称能认识有了很大的进展^[18-26]。显然, 采用受实验约束的物态方程来研究中子星的不稳定性, 将更接近于中子星的实际存在, 其结论更有利于指引地面实验对相关中子星振动模式引力辐射的探测。在对地面重离子碰撞实验的分析中, 采用动量依赖相互作用(Momentum-dependent Interaction, 简称 MDI) 模型给出的高密度非对称核物质物态方程具有超软的对称能, 这样的物态方程无法支持现有中子星的质量观测, 通过引入非牛顿引力可成功解决这一疑难^[27]。不过, 采用不同的理论模型分析相同的实验数据, 可能得到不同的物态方程。例如, 采用改进的同位旋相关的量子分子动力学(ImIQMD) 模型, 可以得到较硬的物态方程^[26]。本文采用 MDI 模型给出的超软物态方程并考虑非牛顿引力情形下年轻热中子星的 r-mode 不稳定性。

收稿日期: 2012-10-15; 修改日期: 2013-01-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10947023, 11275073, 11205061); 中央高校基本科研业务费专项资金(2012ZZ0079); 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目(第42批)

作者简介: 燕晶(1987-), 女, 山西介休人, 硕士, 从事凝聚态物理研究; E-mail: yanzinanhai@126.com.

通信作者: 文德华, E-mail: wendehua@scut.edu.cn

<http://www.npr.ac.cn>

本文第 2 部分简要介绍 MDI 模型下具有超软对称能的非对称核物质的物态方程及非牛顿引力, 第 3 部分是中子星 r-mode 不稳定性的相关简介, 第 4 部分是相关数值计算结果与讨论, 最后为结论。

2 物态方程与非牛顿引力

核物质中的单粒子势一般依赖于密度、动量以及同位旋。建立在有限范围 Gogny 相互作用基础之上的 MDI 模型被认为是一种有效的核相互作用^[20-24]。采用动量相互作用模型分析 FOPI/GSL 关于 π^-/π^+ 比率的实验数据^[18]时, 发现高密度非对称核物质具有超软对称能^[22]。根据 MDI 模型, 考虑最简单的由中子、质子、电子组成的中子星物质模型, 中子星内部压强可表示为^[27-28]

$$P_{\text{npe}}(\rho, \delta) = \rho^2 \left(\frac{dE_0(\rho)}{d\rho} + \frac{dE_{\text{sym}}(\rho)}{d\rho} \delta^2 \right) + \frac{1}{2} \delta(1-\delta) \rho E_{\text{sym}}(\rho), \quad (1)$$

其中: 重子数密度 $\rho = \rho_n + \rho_p$, 同位旋非对称度 $\delta = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p}$ 由处于 β 平衡时的化学平衡条件 $\mu_e = \mu_n - \mu_p = 4\delta E_{\text{sym}}(\rho)$ 及电中性要求 $\rho_e = \frac{1}{2}(1-\delta)\rho$ 共同决定。对称核物质中单核子的能量 $E_0(\rho)$ 、对称能 $E_{\text{sym}}(\rho)$ 及相关参数可参见文献^[27]和^[29]。调整对称能表达式中的 x 参数的值, 可以得到不同的对称能与密度的相关性。研究表明, 当 $x=1$ 时能很好地解释 FOPI/GSL 关于 π^-/π^+ 比率的实验数据^[22], 该参数对应着超软的对称能。当 $x=1$ 时, 对称能随密度先增大后减小, 密度到达 $3\rho_0$ 时对称能变为负值^[27]。相应的物态方程记为 MDIx1。

物态方程 MDIx1 属于超软的物态方程, 在传统理论的框架下无法支持现有中子星的观测。为了使超软的物态方程能支持中子星的天文观测, 人们引入了得到地面实验支持的非牛顿引力^[27, 30-32]。

根据 Fujii 理论, 考虑非牛顿引力效应后引力势可表示为^[30-31]

$$V(r) = -\frac{Gm_1m_2}{r} \left(1 + \alpha e^{-r/\lambda} \right), \quad (2)$$

其中: G 是引力常数; α 是无量纲的强度参数; λ 是作用特征长度。利用矢量玻色子交换模型, 有 $\alpha = \pm \frac{g^2}{4\pi G m_b^2}$, 并且 $\lambda = \frac{1}{\mu}$ 。其中, g , μ 和 m_b 分别是耦

合常数、玻色子质量和重子质量。在平均场近似下, 非牛顿引力效应可通过物态方程来描述, 而爱因斯坦场方程保持不变。非牛顿引力对能量密度的贡献为^[31-33]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{UB}} &= \frac{1}{2V} \int \rho(\mathbf{x}_1) \frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-\mu r}}{r} \rho(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{g^2}{\mu^2} \rho^2, \end{aligned} \quad (3)$$

其中: V 是归一化常数; ρ 是重子数密度; $r = |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|$ 。相应地, 非牛顿引力对压强的贡献为

$$P_{\text{UB}} = \frac{1}{2} \frac{g^2 \rho^2}{\mu^2} \left(1 - \frac{2\rho}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right). \quad (4)$$

在此假定玻色子质量与介质密度无关, 得到 $P_{\text{UB}} = \varepsilon_{\text{UB}} = \frac{g^2 \rho^2}{2\mu^2}$ ^[27]。最终考虑非牛顿引力后总压强 $P = P_{\text{npe}} + P_{\text{UB}}$ 。图 1 和图 2 分别给出了本文所考虑的物态方程及相应物态方程下中子星的质量-半径关系。图 1 为考虑非牛顿引力后中子星的物态方程, 其中非牛顿引力参数 $\frac{g^2}{\mu^2}$ 分别取 75 和 100 GeV^{-2} (分别记为 MDIx1-75 和 MDIx1-100), 图 1 表明较大的非牛顿

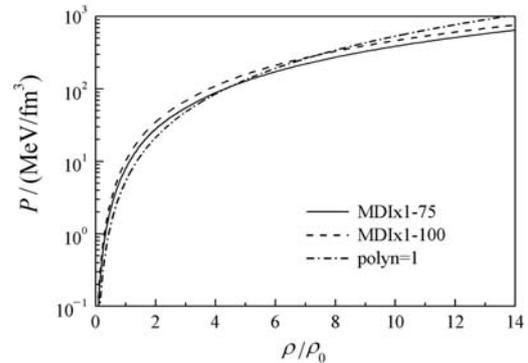


图 1 物态方程 MDIx1 考虑非牛顿引力后的密度-压强关系^[33]

非牛顿引力参数 $\frac{g^2}{\mu^2}$ 的取值分别是 75 和 100 GeV^{-2} , 相应的曲线标为 MDIx1-75 和 MDIx1-100; 作为对比, 还画出了多方物态方程 $P = k\rho^2$ (记为 polyn=1), 其中参数 k 的选择满足典型中子星条件: $M = 1.4M_\odot$, $R = 12.5 \text{ km}$ 。

引力参数对应较硬的物态方程。从图 2 可以看出, 当非牛顿引力参数 $\frac{g^2}{\mu^2} = 100 \text{ GeV}^{-2}$ 时, 相应的中子星可支持的最大质量约为 $2.0M_\odot$, 而 $\frac{g^2}{\mu^2} = 75 \text{ GeV}^{-2}$ 时支持的最大中子星质量大约为 $1.7M_\odot$ 。从图 2 中还可以看出, 在相同星体质量的前提下具有较大的非牛顿引力参数中子星对应着较大的星体半径。

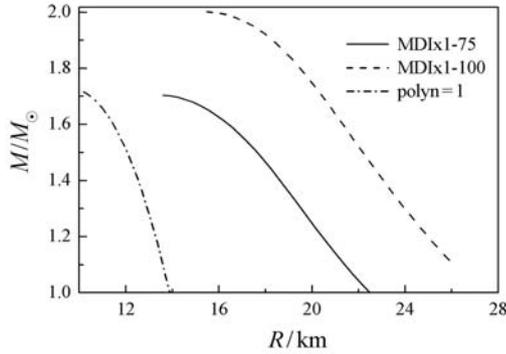


图2 考虑非牛顿引力下中子星的质量-半径关系

3 中子星 r-mode 的不稳定性

中子星 r-mode 是恢复力为科里奥利力的一类纯轴向振动模式, 其 CFS 不稳定性可以发生在任意自转频率。中子星 r-mode 可通过 CFS 不稳定性产生引力辐射, 且引力辐射倾向于使中子星 r-mode 振幅增大, 而粘滞耗散等耗散机制将使得振动模式的振幅减小。当引力辐射的放大机制超过粘滞耗散等形成的阻尼机制时, 中子星 r-mode 振幅增加, 这时的振动进入模式的不稳定区。在真实情形中, 振动模式的振幅不可能无限制地增长, 在其增长到一定幅度时一定会被某种非线性的耗散机制所平衡。理论上, 当这两种机制达到平衡时, 可以得到中子星 r-mode 的 CFS 不稳定窗口, 在窗口以下, 中子星的振动模式处于稳定状态。由于新生的中子星一般具有较高的温度, 固体外壳尚未形成, 因此整个星体物质都可视为理想流体。新生热中子星由于温度足够高, 平衡引力辐射非平衡机制主要由体粘滞耗散和剪切粘滞耗散来提供^[7-9]。本文主要研究年轻典型热中子星 ($1.4M_{\odot}$) 的 r-mode 不稳定窗口及引力辐射时标和耗散时标随温度的变化关系。

根据 Lindblom 等的工作, 中子星 r-mode 不稳定性的引力辐射时标为^[5]

$$\frac{1}{\tau_{\text{GR}}} = -\frac{32\pi G \Omega^{2l+2}}{c^{2l+3}} \frac{(l-1)^{2l}}{[(2l+1)!!]} \times \left(\frac{l+2}{l+1}\right)^{2l+2} \int_0^R \rho r^{2l+2} dr, \quad (5)$$

剪切粘滞所引起的粘滞耗散时标为^[5]

$$\frac{1}{\tau_s} = (l-1)(2l+1) \int_0^R \eta r^{2l} dr \left(\int_0^R \rho r^{2l+2} dr\right)^{-1}, \quad (6)$$

在热中子星中占主要地位的体粘滞耗散时标为^[11-13]

$$\frac{1}{\tau_{\xi}} = \frac{4\pi}{690} \left(\frac{\Omega^2}{\pi G \bar{\rho}}\right)^2 R^{2l-2} \left(\int_0^R \rho r^{2l+2} dr\right)^{-1} \times \int_0^R \xi \left(\frac{r}{R}\right)^6 \left[1 + 0.86 \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] r^2 dr, \quad (7)$$

其中: G 为引力常数; c 为光速; R , ρ , η 和 ξ 分别为中子星的半径、密度、剪切及体粘滞耗散系数。当 $l=2$ 时, $I_2 = 0.80411$ ^[17, 34-35]。对于热中子星物质剪切和体粘滞耗散系数通常是温度和密度的函数: $\eta = 347\rho^{9/4}T^{-2}$, $\xi = 6.0 \times 10^{-59} \left(\frac{l+1}{2\Omega}\right)^2 \rho^2 T^6$ (这里所有的物理量的单位都是 cgs 单位制)。

根据式 (5), $\tau_{\text{GR}} \sim \Omega^{-6}$, 如果定义 $\Omega = \Omega_0 = \sqrt{\pi G \bar{\rho}}$ 时的引力辐射时标为基准引力辐射时标 $\tilde{\tau}_{\text{GR}}$, 则引力辐射时标可表示为

$$\tau_{\text{GR}} = \tilde{\tau}_{\text{GR}} \left(\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^6. \quad (8)$$

同理根据式 (6), $\tau_s \sim T^2$, 如果定义 $T = 10^9 \text{K}$ 时的剪切粘滞耗散时标作为基准剪切粘滞耗散时标 $\tilde{\tau}_s$, 则剪切粘滞耗散时标可表示为

$$\tau_s = \tilde{\tau}_s \times (T^9)^2, \quad T^9 = \frac{T}{10^9} \text{K}. \quad (9)$$

同样根据式 (7), $\tau_{\xi} \sim \Omega^{-2} T^{-6}$, 如果定义 $\Omega = \Omega_0 = \sqrt{\pi G \bar{\rho}} = 10^9 \text{K}$ 时的体粘滞耗散时标作为基准体粘滞耗散时标 $\tilde{\tau}_{\xi}$, 则体粘滞耗散时标可表示为

$$\tau_{\xi} = \tilde{\tau}_{\xi} (T^9)^{-6} \left(\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^2, \quad T^9 = \frac{T}{10^9} \text{K}. \quad (10)$$

当引力辐射引起的增长机制与剪切和体粘滞形成的耗散机制达到平衡, 中子星振动模式处于平衡状态。据此可给出中子星 r-mode 达到平衡时转速与温度关系:

$$\frac{1}{\tau(\Omega)} = \frac{1}{\tilde{\tau}_{\text{GR}}} \left(\frac{\Omega_c}{\Omega_0}\right)^6 + \frac{1}{\tilde{\tau}_s} \left(\frac{10^9 \text{K}}{T}\right)^2 + \frac{1}{\tilde{\tau}_{\xi}} \left(\frac{T}{10^9 \text{K}}\right)^6 \left(\frac{\Omega_c}{\Omega_0}\right)^2. \quad (11)$$

根据上式可作出一条自转转速与星体温度的关系曲线, 在曲线上方区域, 对某一确定温度, 对应的自转转速超过了 Ω_c , 中子星处于不稳定区域, 此时引力辐射增长机制大于粘滞耗散阻尼机制; 反之, 在曲线下方, 中子星振动模式处于稳定区域, 这里的粘滞耗散阻尼机制完全压制了引力辐射导致的增长机制。

4 数值计算结果及讨论

在本节中，将给出考虑非牛顿引力中子星 r-mode 不稳定性的数值计算结果，并进行相关讨论。

图 3 给出了考虑非牛顿引力效应后中子星特征引

力辐射时标 (a) 和特征剪切粘滞耗散时标 (b) 及特征体粘滞耗散时标 (c)，其中采用的基准自转速率为 Ω_0 。其中 (a) 表明中子星的引力辐射时标随着中子星质量的增大而减小，而 (b) 和 (c) 则表明中子星剪切及体粘滞耗散时标随着中子星质量的增大同样减小。

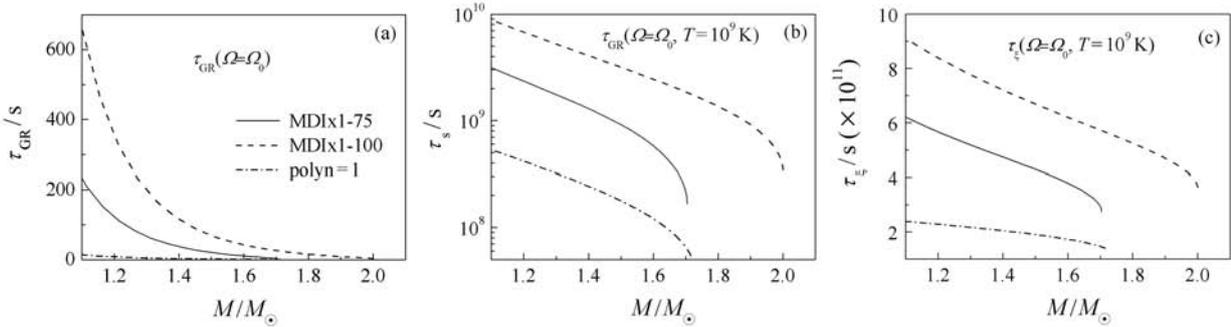


图 3 考虑非牛顿引力效应后，中子星特征引力辐射时标 (a) 和特征剪切粘滞耗散时标 (b) 及特征体粘滞耗散时标 (c) 随星体质量变化关系

图 4 给出了典型中子星 r-mode 转动角速度为 $0.1\Omega_k$ 时引力辐射时标、剪切粘滞耗散时标及体粘滞耗散时标随温度变化的关系。图 4 表明，引力辐射时标不受温度的影响，剪切粘滞耗散时标随温度的增大而增大，即随着温度的增加，剪切粘滞耗散机制会变弱，相反体粘滞耗散时标随温度的增大而减小，因此温度越高体粘滞耗散机制越强。

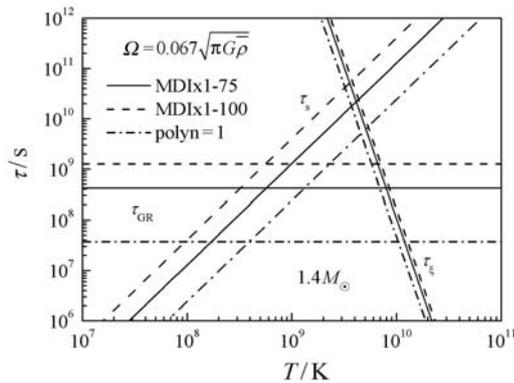


图 4 考虑非牛顿引力后典型中子星引力辐射时标、剪切粘滞耗散时标及体粘滞耗散时标随温度变化的关系

图 5 给出了具有典型质量 ($1.4M_{\odot}$) 中子星的 r-mode 不稳定窗口。从图中可发现，较大的非牛顿引力参数对应着较宽的 r-mode 不稳定窗口。从图 2 的中子星质量-半径关系图中可看出，要支持中子星的质量观测，非牛顿引力参数 $\frac{g^2}{\mu^2}$ 取值在 $75 \sim 100 \text{ GeV}^{-2}$ 范围比较合理。据此计算了非牛顿引力参数对不稳定

窗口边界的约束，图 5 中的灰色区域即是非牛顿引力参数对热中子星不稳定窗口边界的约束。

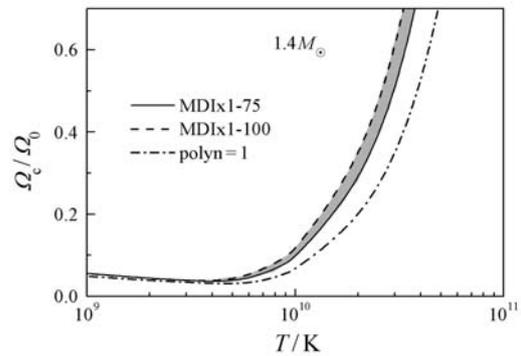


图 5 考虑非牛顿引力后，具有典型质量 ($1.4 M_{\odot}$) 中子星不稳定窗口

5 结论

本文数值叙述了由于 CFS 机制下典型中子星 r-mode 的不稳定性，其中物态方程采用了具有超软对称能的 MDI x1 物态方程，并考虑了受地面实验支持的非牛顿引力效应。计算结果表明，较大的非牛顿引力参数对应着较宽的 r-mode 不稳定窗口。同时还给出了引力辐射时标和耗散时标随温度的变化关系，利用中子星观测对非牛顿引力参数的约束，给出了热中子星在高温区不稳定窗口边界的约束。发现较大的非牛顿引力参数对应着较宽的 r-mode 不稳定窗口。研究结果可为地面引力辐射探测提供有意义的参考。

参考文献(References):

- [1] LINDBLOM L. *Astrophys J*, 1986, **303**: 146.
- [2] FRIEDMAN J L, IPSER J R, PARKER L. *Astrophys J*, 1986, **304**: 115.
- [3] CHANDRASEKHAR S. *Astrophys J*, 1970, **161**: 561.
- [4] FRIEDMANN J L, SCHUTZ B F. *Astrophys J*, 1978, **221**: 937; *Astrophys J*, 1978, **222**: 281.
- [5] LINDBLOM L, OWEN B J, MORSINK S M. *Phys Rev Lett*, 1998, **80**: 4843.
- [6] OWEN B J, LINDBLOM L, CUTLER C, *et al.* *Phys Rev D*, 1998, **58**: 084020.
- [7] ANDERSSON N, KOKKOTAS K D. *Int J Mod Phys D*, 2001, **10**: 381.
- [8] ANDERSSON N. *Astrophys J*, 1998, **502**: 708.
- [9] FRIEDMAN J L, MORSINK S M. *Astrophys J*, 1998, **502**: 714.
- [10] LINDBLOM L, MENDELL G, OWEN B J. *Phys Rev D*, 1999, **60**: 064006.
- [11] LINDBLOM L, OWEN B J. *Phys Rev D*, 2002, **65**: 063006.
- [12] NAYYAR M, OWEN B J. *Phys Rev D*, 2006, **73**: 084001.
- [13] CHATTERJEE D, BANDYOPADHYAY D. *Phys Rev D*, 2006, **74**: 023003.
- [14] ALFORD M G, MAHMOODIFAR S, SCHWENZE K. *Phys Rev D*, 2012, **85**: 024007.
- [15] HASKELL B, DEGENAAR N, HO W C G. *MNRAS*, 2012, **424**: 93.
- [16] VIDANA I. *Phys Rev C*, 2012, **85**: 045808.
- [17] WEN D H, NEWTON W G, LI B A. *Phys Rev C*, 2012, **85**: 025801.
- [18] REISDORF W. *Nucl Phys A*, 2007, **781**: 459.
- [19] LI B A, D C B, GUPTA S D, *et al.* *Nucl Phys A*, 2004, **735**: 563.
- [20] DAS C B, GUPTA S D, GALE C. *Phys Rev C*, 2003, **67**: 034611.
- [21] DANIELEWICZ P, LACEY R, LYNCH W G. *Science*, 2002, **298**: 1592.
- [22] XIAO Z G, LI B A, CHEN L W. *Phys Rev Lett*, 2009, **102**: 062502.
- [23] LI B A, KO C M, BAUER W. *Int J Mod Phys E*, 1998, **7**: 147.
- [24] LI B A, CHEN L W, KO C M. *Phys Rep*, 2008, **464**: 113 .
- [25] SZMAGLINSKI A, WOJCIK W, KUTSCHERA M. *Acta Phys Polon B*, 2006, **37**: 277.
- [26] FENG Z Q, JIN G M. *Phys Lett B*, 2010, **683**: 140.
- [27] WEN D H, LI B A, CHEN L W. *Phys Rev Lett*, 2009, **103**: 211102.
- [28] WEN D H, LI B A, KRASSTEV P G. *Phys Rev C*, 2009, **80**: 025801.
- [29] XU J, CHEN L W, LI B A, *et al.* *Astrophys J*, 2009, **697**: 1549.
- [30] FUJII Y. *Nature (London)*, 1971, **234**: 5.
- [31] LONG J C, CHAN H W, CHURNSIDE A B, *et al.* *Nature (London)*, 2003, **421**: 922.
- [32] KRIVORUCHENKO M I, ŠIMKOVIĆ F, GUESSER A. *Phys Rev D*, 2009, **79**: 125023.
- [33] JING Y, WEN D H. *Commun Theor Phys*, 2013, **59**: 47.
- [34] RIEUTORD M. *Astrophys J*, 2001, **550**: 443.
- [35] LINDBLOM L, OWEN B J, USHOMIRSKY G. *Phys Rev D*, 2000, **62**: 084030.

Research on r-mode Instability in Hot Neutron Star

YAN Jing, WEN Dehua

(*Department of Physics, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China*)

Abstract: Theoretically, instable r-mode in neutron star may radiate detectable gravitational waves. In this work, considering the non-Newtonian gravity proposed in the grand unification theories, we numerically calculate the CFS instabilities of r-modes in the hot neutron stars by using an equation of state with super-soft symmetry energies. The changes of the gravitational radiation time scales and the viscous time scales versus the stellar temperatures are obtained. And according to the constraint of the neutron star observation on the parameter of non-Newtonian gravity, the constraint on the boundary of the instability window is also given. It is found that a stronger non-Newtonian gravity corresponds with a wider r-mode instability window. These results may provide interesting reference for the gravitational wave detection.

Key words: neutron star; r-mode; non-Newtonian gravity

Received date: 15 Oct. 2012; **Revised date:** 22 Jan. 2013

Foundation item: National Natural Science Foundation of China(10947023, 11275073, 11205061); Fundamental Research Funds for the Central Universities(2012ZZ0079); Sponsored by Scientific Research Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars, State Education Ministry (42th)

Corresponding author: WEN Dehua, E-mail: wendehua@scut.edu.cn

<http://www.npr.ac.cn>