

文章编号: 1007-4627(2014)01-0008-06

p+p 碰撞中带电粒子赙快度分布的能量依赖性研究

张海利, 姜志进

(上海理工大学理学院, 上海 200093)

摘要: 在 p+p 碰撞中, 只有两个带头粒子, 一个处在弹碎裂区, 另一个处在靶碎裂区。研究表明: 如同核-核碰撞一样, 修正的 Landau 流体力学模型本身不足以对 p+p 碰撞中带电粒子赙快度分布的实验测量给出很好的描述, 只有在考虑了带头粒子效应后, 理论才能很好地与实验结果相一致。在 $\sqrt{s} = 23.6 \sim 900$ GeV 的整个能量范围内, 理论与现有实验数据符合得很好。

关键词: 修正的 Landau 流体力学模型; 带头粒子; 高斯分布

中图分类号: O572.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.31.01.008

1 引言

相对论流体力学提供了一种描述连续流体运动的理论体系, 目前它已被广泛地应用于描述大到宇宙演化、小到高能强子或离子碰撞产物膨胀的各种过程。现有实验结果, 例如位于 BNL (Brookhaven National Laboratory) 的 RHIC(Relativistic Heavy Ion Collider) 上所做的椭圆流测量、单粒子谱与双粒子关联函数的确定等都已很好地表明了碰撞产物如同理想流体运动的集体效应, 并且这些实验测量都能在相对论流体力学的框架内得到很好的解释^[1-4]。这使得人们相信, 相对论流体力学是描述高能强子或离子碰撞产物时空演化过程最理想的工具。因此, 近年来相对论流体力学的研究, 无论是在解析方面还是在数值模拟方面已成为高能物理界最活跃的研究领域, 并已得到了越来越多的实验支持^[5-19]。

相对论流体力学的一个重要应用是用其描述高能强子或离子碰撞产生的带电粒子的赙快度分布。赙快度是一个全局变量, 可由实验直接测得, 近年来这方面的实验测量已有很多积累^[20-27]。在我们的前期工作中^[6-7], 我们曾采用修正的 Landau 流体力学模型, 在考虑了带头粒子效应后, 对在 BNL-RHIC 能量下所做的核-核碰撞带电粒子赙快度分布的实验测量进

行了讨论。现在我们所关心的是: 对于较简单的强子碰撞, 如 p+p 碰撞过程, 所建立的模型是否仍然适用? 对于该问题的回答构成了本文的主题。由后面的讨论将看到, 与核-核碰撞一样, 修正的 Landau 流体力学模型与带头粒子效应一起可对 $\sqrt{s} = 23.6 \sim 900$ GeV 整个能量范围内现有的 p+p 碰撞实验测量给出很好的描述。

2 模型描述

修正的 Landau 流体力学模型建立在如下三方面假设的基础之上。

(1) 碰撞产生的高温高密度物质被视为理想流体, 满足状态方程

$$\varepsilon = 3P, \quad (1)$$

其中: ε 为能量密度; P 为压强。

该假设已得到实验很好的支持^[1-4]。格点规范理论研究亦表明, 上式在温度 $T > 240$ MeV 的范围内近似成立^[28-29]。

(2) 在膨胀过程中, 流体内很快达到了局域热平衡, 且膨胀过程是绝热的, 产生的带电粒子数与熵成正比^[30-31]。

该假设表明: 每一流元或整个流体内的熵在膨胀

收稿日期: 2013-07-03; 修改日期: 2013-07-21

基金项目: 上海市宝山区科学技术转化项目(CXY-2012-25); 上海市一流学科项目(XTKX2012)

作者简介: 张海利(1989-), 女, 江苏盐城人, 硕士研究生, 从事高能重离子物理理论研究; Email: 814895985@qq.com

通信作者: 姜志进, E-mail: jzj265@163.com.

过程中守恒, 测得的带电粒子数由初始时刻碰撞产物内的熵决定。

(3) 流体的膨胀经历如下两个阶段^[30-31]。阶段1: 在沿碰撞方向(取做 z 轴)做快速纵向膨胀的同时, 存在着缓慢的横向膨胀, 且两膨胀过程是独立的。阶段2: 当流元的横向位移达到碰撞区域的初始线度时, 该流元内的压强可忽略不计。这时, 该流元的快度将被冻结而保持不变, 从而以一定的极角飞出。实验测得的带电粒子的快度就是由各流元在冻结时刻的快度决定的。

该假设是基于如下事实: 碰撞产物在碰撞方向(纵向)的压力梯度要远远大于其横向压力梯度, 因此流元的纵向膨胀速度要远远大于其横向膨胀速度。

流体的运动遵循方程

$$\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = 0, \quad (2)$$

其中: $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, z, x, y)$ 为四维时空矢量。

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + P)u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu} \quad (3)$$

是能量-动量张量, u^μ 与 $g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ 分别是四维速度与度规张量。

由式(1)~(3)可得纵向膨胀方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t_+} + 2 \frac{\partial (\varepsilon e^{-2y})}{\partial t_-} &= 0, \\ 2 \frac{\partial (\varepsilon e^{2y})}{\partial t_+} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t_-} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

其中: y 为流元的快度; $t_+ = t + z$, $t_- = t - z$, 为光锥变量。式(4)的解为

$$\varepsilon(y_+, y_-) = \varepsilon_0 \exp \left[-\frac{4}{3} (y_+ + y_- - \sqrt{y_+ y_-}) \right], \quad (5)$$

其中: $y_\pm = \ln((\tau/\Delta)e^{\pm y})$; τ 为固有有时, $\Delta = \sqrt{d^2 - b^2}/\gamma$ 是直径为 d 的两质子以碰撞参数 b 碰撞时, 其叠加区域在碰撞方向上的厚度; $\gamma = \sqrt{s}/2m_p$ 是洛仑兹收缩因子; $\sqrt{s}/2$ 是每质子的质心能量; m_p 是质子的质量。

对于缓慢的横向膨胀, 满足运动方程

$$\frac{4}{3} \varepsilon u^0 u^0 \frac{\partial v_\phi}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial \rho}, \quad (6)$$

其中: v_ϕ 是方位角为 ϕ 时流元的三维速度; ρ 为该方向的位移。上式的解为

$$\rho(t) = \frac{t^2}{4d_\phi \cosh^2 y}, \quad (7)$$

其中: d_ϕ 是方位角为 ϕ 时, 叠加区域边缘上两对应点间的初始距离。

进一步, 由假设(2)与(3), 可以得到带电粒子的快度分布

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N_{\text{Liquid}}(y, \sqrt{s}, \phi)}{dy d\phi} &= 2cd_\phi \times \\ \exp \left\{ -2 \ln \left(\frac{2d_\phi}{\Delta} \right) \zeta + \sqrt{\left[\ln \left(\frac{2d_\phi}{\Delta} \right) \zeta \right]^2 - y^2} \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

其中: c 是一正规化常数; ζ 为一修正参数, 代表如下三方面的修正: 叠加区域的初始位形、冻结条件及理想流体假设。例如: 计算中叠加区域被视作厚度为 Δ 的均匀柱体, 但实际上, 叠加区域是一非均匀的杏仁体。另外, 按照 Landau 假设, 当 $\rho(t) = d_\phi$ 时, 流元将冻结为带电粒子, 而实际的冻结条件可能与此有所不同^[32]。况且, 式(8)只适用于理想流体, 对于实际流体, 该式将有所不同。考虑到这些不确定因素, 我们采用参数 ζ 来代表它们的贡献, 其具体取值可由与实验数据相比较来确定。

在式(8)中, 由于根号下的项应大于等于0, 所以 ζ 的取值将影响到快度分布的范围。一般来说, 对于一定的碰撞系统, 快度分布的范围将随入射能量的增大而增加。而对于一定的入射能量, 快度分布的范围将随碰撞系统的增大而增加。所以, 修正参数 ζ 随入射能量与碰撞系统的增大一般来说是增加的。

由式(8), 可得不同方位角产生的带电粒子总数

$$\frac{dN_{\text{Liquid}}(y, \sqrt{s})}{dy} = \int \frac{d^2 N_{\text{Liquid}}(y, \sqrt{s}, \phi)}{dy d\phi} d\phi, \quad (9)$$

它是带电粒子的快度与束流能量的函数。

除了流体演化产生的带电粒子, 带头粒子对带电粒子也有贡献^[33-35]。在 p+p 碰撞中, 只有两个带头粒子, 它们分别处在弹、靶碎裂区。考虑到对于给定的入射能量, 每次 p+p 碰撞产生的带头粒子的能量大致相同。所以, 由中心极限定理^[36]知, 带头粒子的快

度分布应具有高斯形式

$$\frac{dN_{\text{Lead}}(y, \sqrt{s})}{dy} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{[|y| - y_0(\sqrt{s})]^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (10)$$

其中 σ 与 $y_0(\sqrt{s})$ 分别是高斯分布的宽度与中心位置。实际上, 众所周知, 高能强子或离子碰撞中产生的任何带电粒子的快度分布都可由高斯形式很好地描述^[37-38]。由于不同能量下 p+p 碰撞产生的带头粒子间的能量差异大致相同, 所以 σ 应是一个与能量近似无关的常数。显然, $y_0(\sqrt{s})$ 应随着入射能量的增加而增加。 σ 与 $y_0(\sqrt{s})$ 的具体取值将由与实验测量相比较来确定。

3 与实验测量的比较

有了快度分布式 (9) 与 (10), 实验测得的赝快度分布可由如下关系得到^[39]:

$$\frac{dN(\eta, \sqrt{s_{\text{NN}}})}{d\eta} = \sqrt{1 - \frac{m^2}{m_{\text{T}}^2 \cosh^2 \eta}} \frac{dN(y, \sqrt{s_{\text{NN}}})}{dy}, \quad (11)$$

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{p_{\text{T}}^2 \cosh^2 \eta + m^2} + p_{\text{T}} \sinh \eta}{\sqrt{p_{\text{T}}^2 \cosh^2 \eta + m^2} - p_{\text{T}} \sinh \eta} \right), \quad (12)$$

其中: p_{T} 是横动量; $m_{\text{T}} = \sqrt{m^2 + p_{\text{T}}^2}$ 为横质量;

$$\frac{dN(y, \sqrt{s_{\text{NN}}})}{dy} = \frac{dN_{\text{Liquid}}(y, \sqrt{s_{\text{NN}}})}{dy} + \frac{dN_{\text{Lead}}(y, \sqrt{s_{\text{NN}}})}{dy} \quad (13)$$

为流体冻结的带电粒子与带头粒子快度分布之和。

高能强子碰撞 (如 p+p 碰撞) 与重离子碰撞 (如 Au+Au 碰撞) 中产生的带电粒子主要是 π 介子、K 介子与质子 p, 不同带电粒子的产额与碰撞系统近似无关, 且随束流能量的变化也不是太大^[40-41], 对于 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV 的 Au+Au 碰撞, 三种带电粒子所占比例大约依次为 83%, 12% 与 5%^[40]。做为近似, 这组比例亦可以看成是相同能量下 p+p 碰撞的结果。

式 (11) 与 (12) 两式中的 p_{T} 与 m 是带电粒子的平均横动量与平均质量, 对于 p+p 碰撞, p_{T} 与能量间

的关系可取形式^[22]

$$p_{\text{T}} = 0.413 - 0.0171 \ln(s) + 0.00143 \ln^2(s), \quad (14)$$

其中 p_{T} 与 \sqrt{s} 分别取单位 GeV/c 与 GeV。上式表明, p_{T} 随入射能量缓慢增加。由于带电粒子的横动量随粒子质量的增加而增加^[40,42], 所以带电粒子的平均质量 m 随能量应是增加的。考虑到对于 $\sqrt{s} = 200$ GeV 的 p+p 碰撞, 若不同带电粒子的份额近似取成上述比例, 则 $m \approx 0.22$ GeV。所以, 对于 $\sqrt{s} = 23.6 \sim 900$ GeV 的 p+p 碰撞, m 应在 0.22 GeV 附近变化, 通过与实验比较知, m 的取值范围为 0.20 ~ 0.28 GeV。

将式 (13) 代入式 (11), 就可以得到 p+p 碰撞中带电粒子的赝快度分布。图 1 给出了 $\sqrt{s} = 23.6, 45.2, 200, 546$ 与 900 GeV 时的相应分布。图中实点为实验测量^[20-21], 点划线是流体力学式 (9) 的结果, 点线是带头粒子式 (10) 的结果, 实线是式 (13)、即点划线与点线叠加的结果。对于 $\sqrt{s} = 23.6, 45.2, 200$ 与 900 GeV 各图, 相应的 χ^2/NDF 依次为 0.24, 0.27, 0.23 与 0.27。由此可见, 理论结果与实验测量符合得很好。

计算中, 按入射能量由低到高, 式 (8) 中的修正参数 ζ 依次取为 1.17, 1.01, 1.48, 1.69 与 1.74。可见, 除 $\sqrt{s} = 45.2$ GeV 外, ζ 随能量的增加而增加。之所以会出现这种情况, 是由于实验上给出的赝快度分布的形式所致, 由图 1 可以看出, 除 $\sqrt{s} = 45.2$ GeV 外, 中心赝快度区两峰间的宽度与赝快度分布的范围随能量的增加而增加。 $\sqrt{s} = 45.2$ GeV 比较特殊, 相对于其它能量, 它与 $\sqrt{s} = 23.6$ GeV 相差较小, 使得两种情况下实验分布的差异比较小, 再加上实验数据都存在一定的涨落, 从而导致上述现象的发生。通过增大 $\sqrt{s} = 45.2$ GeV 的样本量, 我们相信上述情况将会被消除。与文献[7]中 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV 的 Cu+Cu 碰撞相比较知, 除 0 ~ 6% 中心碰撞外, 其它对心度的 ζ 都较相同能量下 p+p 碰撞的 $\zeta = 1.48$ 要大。中心 Cu+Cu 碰撞的 $\zeta = 1.45$, 较 1.48 小了 0.03。表明 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 200$ GeV 的中心 Cu+Cu 碰撞与相同能量下 p+p 碰撞的赝快度分布大致处在相同的区域内, 随着对心度的增加, Cu+Cu 碰撞的赝快度分布, 特别是中心赝快度区域的平台, 将变得越来越宽, 这从图 2 可以明显地看出来。

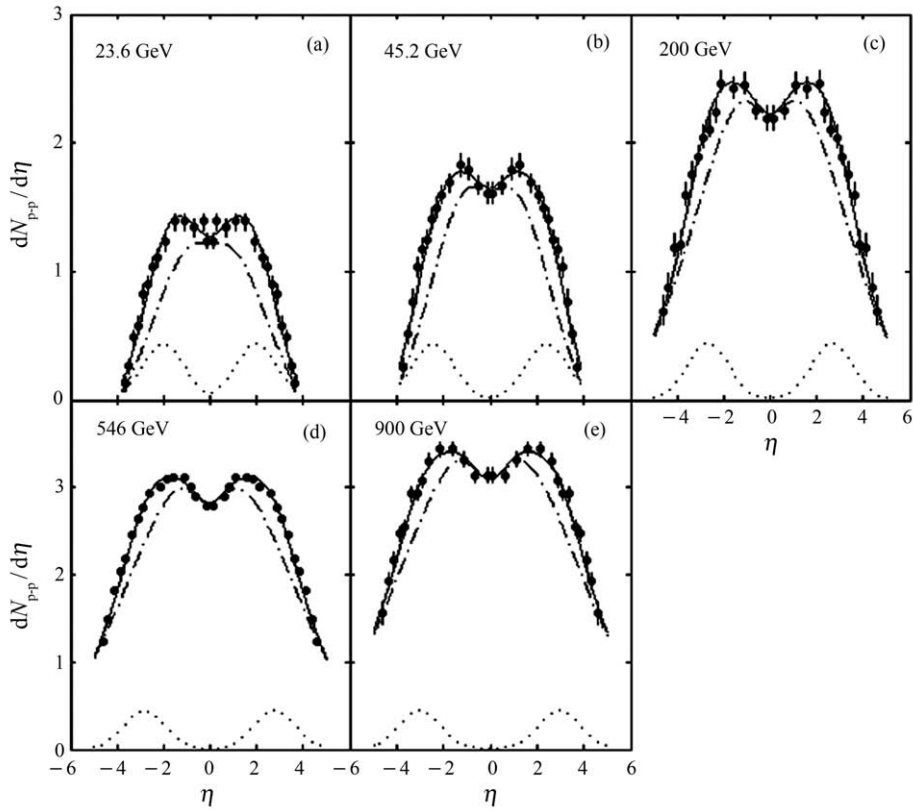


图 1 $\sqrt{s}=23.6, 45.2, 200, 546$ 与 900 GeV 时 p+p 碰撞中带电粒子的赝快度分布

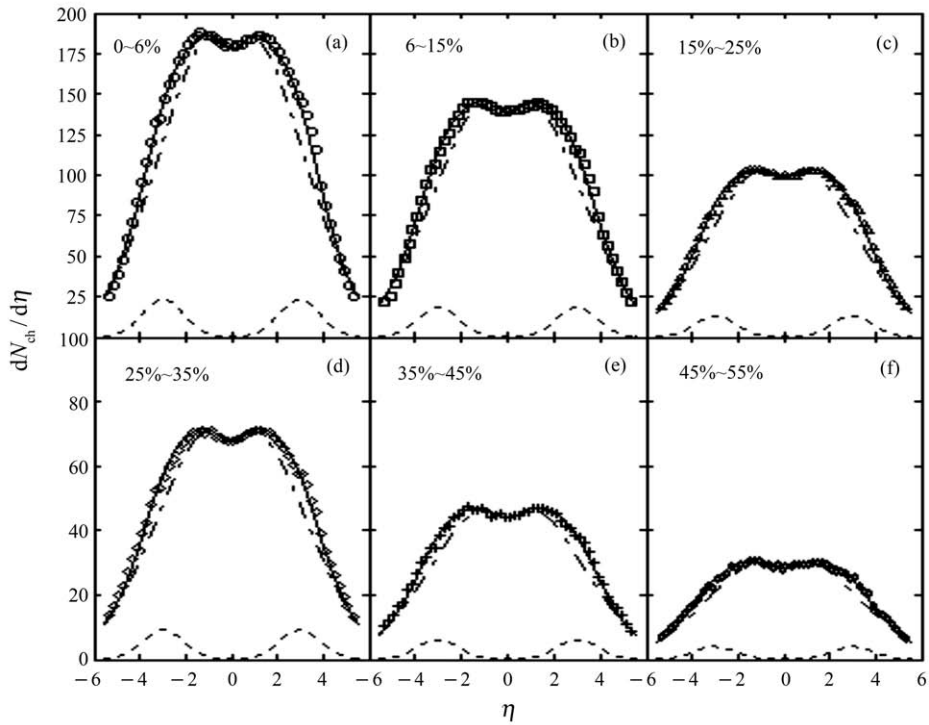


图 2 $\sqrt{s_{NN}}=200$ GeV 时不同 Cu+Cu 对心度碰撞中末态带电粒子的赝快度分布

式 (10) 中的中心参数 $y_0(\sqrt{s})$, 按能量由低到高, 依次取值 1.86, 2.23, 2.48, 2.62 与 2.81, 而该式中

的 σ 对于不同的入射能量取常数 0.90。如上面分析所述, $y_0(\sqrt{s})$ 随能量是增加的, 而 σ 与入射能量无关。

将图 1(c) 与图 2 给出的 $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV 的 Cu+Cu 碰撞中的赝快度分布相比较知, 相同能量下的 p+p 碰撞与 Cu+Cu 碰撞的赝快度分布具有相似分布形式, 不同的是分布的高度与宽度, 后者较前者的分布要高且宽一些。这表明, p+p 碰撞与 Cu+Cu 碰撞具有相似的粒子产生与出射机制, 不同的是产生的粒子数及它们的能量与纵动量分布, 相同能量下, 后者较前者将产生更多的粒子且分布在较大的运动学区间内。

4 讨论

相对于核-核碰撞, p+p 碰撞是一个相对简单的过程。在该类过程中, 人们对带头粒子有较好的了解, 即在每次 p+p 碰撞中只有两个带头粒子, 它们分别处在弹、靶碎裂区。p+p 碰撞中的带电粒子由两部分组成, 一部分来源于碰撞产生的高温高密度物质, 我们假设这部分物质按照修正的 Landau 流体力学的规律膨胀并冻结为带电粒子。另一部分来源于带头粒子, 我们假设它们在各自形成的区域内具有高斯快度分布形式。与 $\sqrt{s} = 23.6 \sim 900$ GeV 能区内现有的 p+p 碰撞实验测量相比较知, 理论与实验符合得很好。

参考文献:

- [1] OLLITRAULT J Y. Phys Rev D, 1992, **46**: 229.
- [2] ADLER S S, AFANASIEV S, AIDALA C, *et al* (PHENIX Collaboration). Phys Rev Lett, 2003, **91**: 182301.
- [3] AAMODT K, ABELEV B, ABRAHANTES A, *et al* (ALICE Collaboration). Phys Rev Lett, 2011, **107**: 032301.
- [4] CHATRCHYAN S, KHACHATRYAN V, SIRUNYAN A M, *et al* (CMS Collaboration). Phys Rev C, 2013, **87**: 014902.
- [5] WONG C Y. Phys Rev C, 2008, **78**: 054902.
- [6] JIANG Z J, LI Q G, ZHANG H L. J Phys G: Nucl Part Phys, 2013, **40**: 025101.
- [7] JIANG Z J, LI Q G, ZHANG H L. Nucl Phys Rev, 2013, **30**(1): 26. (in Chinese)
(姜志进, 李庆广, 张海利. 原子核物理评论, 2013, **30** (1): 26.)
- [8] NAGY M I, CSÖRGŐ T, CSANÁD M. Phys Rev C, 2008, **77**: 024908.
- [9] BIALAS A, JANIK R A, PESCHANSKI R. Phys Rev C, 2007, **76**: 054901.
- [10] CSANÁD M, NAGY M I, LÖKÖS S. Eur Phys J A, 2012, **48**: 173.
- [11] SARKISYAN EDWARD K G, SAKHAROV A S. Eur Phys J C, 2010, **70**: 533.
- [12] STEINBERG P A. Nucl Phys A, 2005, **752**: 423.
- [13] SCHENKE B, JEON S, GALE C. Phys Rev C, 2012, **85**: 024901.
- [14] ROY V, CHAUDHURI A K. Phys Rev C, 2012, **85**: 024909.
- [15] NONAKA C, BASS STEFFEN A. Phys Rev C, 2007, **75**: 014902.
- [16] SHEN C, HEINZ U, HUOVINEN P, *et al*. Phys Rev C, 2010, **82**: 054904.
- [17] SONG H, BASS STEFFEN A, HEINZ U, *et al*. Phys Rev Lett, 2011, **106**: 192301.
- [18] BIALAS A, PESCHANSKI R. Phys Rev C, 2011, **83**: 054905.
- [19] RYBLEWSKI R, FLORKOWSKI W. Phys Rev C, 2012, **85**: 064901.
- [20] ALNER G J, ALPGÅRD K, ANSORGE R E, *et al* (UA5 Collaboration). Z Phys C, 1986, **33**: 1.
- [21] BUSZA W. Acta Phys Polon B, 2004, **35**: 2873.
- [22] KHACHATRYAN V, SIRUNYAN A M, TUMASYAN A, *et al* (CMS Collaboration). Phys Rev Lett, 2010, **105**: 022002.
- [23] ANTCHEV G, ASPELL P, ATANASSOV I, *et al* (TOTEM Collaboration). Europhys Lett, 2012, **98**: 31002.
- [24] BACK B B, BAKER M D, BALLINTIJN M, *et al* (PHOBOS Collaboration). Nucl Phys A, 2005, **757**: 28.
- [25] ALVER B, BACK B B, BAKER M D, *et al* (PHOBOS Collaboration). Phys Rev Lett, 2009, **102**: 142301.
- [26] BACK B B, BAKER M D, BALLINTIJN M, *et al* (PHOBOS Collaboration). Phys Rev Lett, 2005, **94**: 082304.
- [27] TOIA A (for the ALICE Collaboration). J Phys G: Nucl Part Phys, 2011, **38**: 124007.
- [28] BORSÁNYI S, ENDRÓDI G, FODOR Z, *et al*. J High Ener Phys, 2010, **77**: 1.
- [29] ADARE A, AFANASIEV S, AIDALA C, *et al* (PHENIX Collaboration). Phys Rev Lett, 2007, **98**: 162301.
- [30] LANDAU L D. Izv Akad Nauk SSSR, 1953, **17**: 51. (in Russian)
- [31] BELENKIY S Z, LANDAU L D. Uspekhi Fiz Nauk, 1955, **56**: 309. (in Russian)
- [32] COOPER F, FRYE G. Phys Rev D, 1974, **10**: 186.
- [33] LOU X H, JIANG Z J, LI Q G. Nucl Phys Rev, 2012, **29**(1): 52. (in Chinese)
(娄小辉, 姜志进, 李庆广. 原子核物理评论, 2012, **29**(1): 52.)
- [34] WANG Z W, JIANG Z J, ZHANG Y S. Journal of Uni-

- versity of Shanghai for Science and Technology (Natural Science Edition), 2009, **31**(4): 322. (in Chinese)
(王增伟, 姜志进, 张裕仕. 上海理工大学学报(自然科学版), 2009, **31**(4): 322.)
- [35] JIANG Z J, SUN Y F. Journal of University of Shanghai for Science and Technology (Natural Science Edition), 2010, **32**(3): 253. (in Chinese)
(姜志进, 孙玉芬. 上海理工大学学报(自然科学版), 2010, **32**(3): 253.)
- [36] LI T B. The mathematical processing of experiments [M]. Beijing: Science Press, 1980: 37–53. (in Chinese)
(李惕碚. 实验的数学处理[M]. 北京: 科学出版社, 1980: 37–53.)
- [37] MURRAY M (for the BRAHMS Collaboration). J Phys G: Nucl Part Phys, 2004, **30**: S667.
- [38] MURRAY M (for the BRAHMS Collaboration). J Phys G: Nucl Part Phys, 2008, **35**: 044015.
- [39] WONG C Y. Introduction to high energy heavy ion collisions [M]. Harbin: Press of Harbin Technology University, 2002: 16–23. (in Chinese)
(黄卓然. 高能重离子碰撞导论[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2002: 16–23.)
- [40] ADLER S S, AFANASIEV S, AIDALA C, *et al* (PHENIX Collaboration). Phys Rev C, 2004, **69**: 034909.
- [41] AAIJ R, ABELLAN BETETA C, ADAMETZ A, *et al* (LHCb Collaboration). Eur Phys J C, 2012, **72**: 2168.
- [42] ADARE A, AFANASIEV S, AIDALA C, *et al* (PHENIX Collaboration). Phys Rev C, 2011, **83**: 064903.

Investigations for Energy Dependences of Pseudorapidity Distributions of Charged Particles in p+p Collisions

ZHANG Haili, JIANG Zhijin

(College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: In a p+p collision, there are only two leading particles. One is in projectile fragmentation region, the other is in target fragmentation region. The investigation of present paper shows that, just like in nucleus-nucleus collisions, the revised Landau hydrodynamic model alone is not enough to have a good description to the measured pseudorapidity distributions of charged particles in p+p collisions. Only after the leading particles are taken into account as well, can the experimental data be matched up properly. The theoretical model works well in p+p collisions in the whole available energy region from $\sqrt{s} = 23.6$ to 900 GeV.

Key words: revised Landau hydrodynamic model; leading particle; Gaussian distribution

Received date: 3 Jul. 2013; **Revised date:** 21 Jul. 2013

Foundation item: Transformation Project of Science and Technology of Shanghai Baoshan District (CXY-2012-25); Shanghai Leading Academic Discipline Project (XTKX 2012)

Corresponding author: JIANG Zhijin, jzj265@163.com.

<http://www.npr.ac.cn>