

文章编号: 1007-4627(2015)02-0191-05

TOPOPIC对强流束流在周期FODO结构中的传输研究

李超^{1,2}, 张智磊¹, 齐新¹, 何源¹, 杨磊¹

(1. 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 粒子云网格 (Particle In cell, PIC) 方法是研究带电粒子在加速器中运动的关键工具之一。基于 PIC 算法, 开发了模拟强流条件下的束流动力学模拟程序 TOPOPIC (Trace of Particle Orbit with PIC method), 并且利用 TOPOPIC, 研究了束流在四极铁周期结构 (FODO) 中的传输问题。结果表明, 在强流条件下空间电荷效应显著地影响了束流的整体行为和单粒子的运动轨迹。最后比较了 TOPOPIC 程序和通用的 BEAMPATH 程序在相同条件下的计算结果, 可以看到两个程序给出的模拟结果吻合得非常好, 这表明 TOPOPIC 程序的计算结果是合理、可靠的。

关键词: 粒子云网络算法; 周期结构; 空间电荷效应; 束流动力学

中图分类号: O572.21⁺1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.32.02.191

1 引言

未来的直线加速器将向着大功率、高流强的方向发展。在强流条件下, 束流在加速器中传输会出现各种与非线性空间电荷效应相关的、复杂的动力学现象, 例如: 束晕形成、相空间丝化、非线性耦合共振、束团精细结构演化等等^[1], 而对这些复杂束流动力学现象的正确认识, 无论在加速器的工程设计方面还是在束流物理的理解上, 都有着非常重要的意义。束流动力学作为解决以上问题的基本理论^[2]一直是人们研究的热点。由于束流动力学研究的问题本身是多体问题, 同时各个粒子之间的相互作用是非线性的, 因此束流动力学中的焦点问题, 也是难点问题是非线性空间电荷力的描述^[3]。传统方法是通过线性近似^[4]来处理这个作用。但是, 显然在线性近似下, 粒子的非线性的动力学行为是不能被体现出来的。在目前的加速器理论对这个问题不能给出较好描述的情况下, 直接的数值模拟就成为了寻求答案的方法之一。

最近二三十年, PIC (Particle In Cell)^[5]方法被广泛应用于加速器模拟领域中。PIC 方法是研究等离子体行为的关键工具之一。它可以看成方便的粗糙的流体力学模拟和严格的困难的动力学方程求解的一种有效折中。PIC 方法最大的优点在于它是从第一性原理出发的模拟方法, 几乎不需要唯像参数, 因此它特别适

合研究物理机理问题。加速器中的束流作为一种“带电等离子体”恰好符合了 PIC 技术的物理以及数学模型。基于以上理解, 作者开发了基于 PIC 算法的束流模拟程序 TOPOPIC。目前 TOPOPIC 也已经被应用到中国 ADS 项目直线注入器 2 的 RFQ 动力学模拟中^[6]。本文主要应用 TOPOPIC 模拟研究了周期 FODO 结构中的束流演化问题。文章的结构如下: 第 2 节介绍加速器模拟的基本物理模型, 第 3 节介绍 PIC 算法的基本思路和考虑, 第 4 节介绍 TOPOPIC 对周期 FODO 结构的模拟研究和讨论, 第 5 节给出 TOPOPIC 和通用的 BEAMPATH 软件的对比, 第 6 节给出结论。

2 加速器模拟的物理模型

加速器数值模拟中的基本问题是大量带电粒子在外部电磁场和空间电荷效应共同作用下的演化。写出这个基本的动力学方程^[1]:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

这里, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{Ext}} + \mathbf{E}_{\text{SC}}$ 、 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{Ext}} + \mathbf{B}_{\text{SC}}$, 其中 \mathbf{E}_{Ext} , \mathbf{B}_{Ext} 是外场分量; \mathbf{E}_{SC} , \mathbf{B}_{SC} 是带电粒子的自身空间电磁场分量。可以看到, 在给定加速结构 \mathbf{E}_{Ext} , \mathbf{B}_{Ext} 的条件下, 整个模拟的核心问题就是自场 \mathbf{E}_{SC} , \mathbf{B}_{SC} 的求解。TOPOPIC 程序中采用的方法是在束流局部坐标系

收稿日期: 2014-05-02; 修改日期: 2014-07-02

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(973计划)(2014CB845501)

作者简介: 李超(1986-), 男, 陕西榆林人, 博士研究生, 从事核技术及应用研究; E-mail: lichaotian@foxmail.com.

下求得粒子感受到的空间电荷场，然后再通过洛伦兹变换回实验室坐标系，最后实现粒子的推动。这样整个问题就转变为局部坐标系下的静电泊松方程求解：

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2)$$

3 TOPOPIC程序算法简介

从 20 世纪 70 年代建立 PIC 技术的基本框架以来，PIC 算法的应用领域就被不断地扩展。PIC 模拟^[7]本身基于简单的“宏粒子”概念，即用宏粒子(云)的运动来代替带电等离子体的运动。宏粒子的荷质比等于真实粒子的荷质比，同时具有一个权重参数，表明每个宏粒子代表多少个真实粒子。TOPOPIC 程序中采用的模拟流程如图 1 所示，首先定义模拟所用的空间网格和宏粒子，然后执行下述模拟循环。

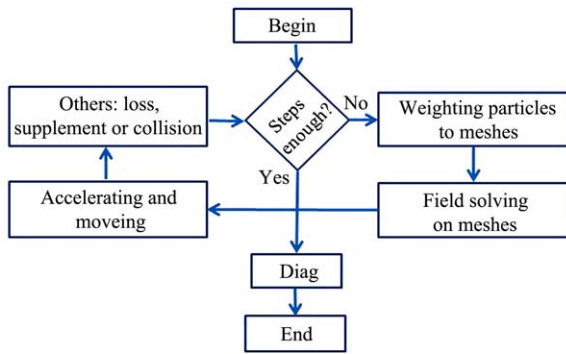


图 1 TOPOPIC 计算模拟流程图

- (1) 将网格内粒子的电荷分配到网格格点上来获得空间电荷密度分布；
- (2) 通过在网格上求解泊松方程来计算空间网格上的电势分布；
- (3) 对空间网格上的电势差分得到空间电场分布；
- (4) 空间电场插值，求解每一个粒子在束流坐标系中受到的电场，再通过相对论变换得到实验室坐标系下电场；
- (5) 通过牛顿运动方程推动粒子的位置更新。

详细的计算方法可以参考文献[5]。在整个计算中 TOPOPIC 全部采用一阶的插值方法做权重计算，利用快速傅里叶变换求解静电泊松方程，利用蛙跳算法推动粒子位置速度更新。

4 TOPOPIC程序对FODO周期结构的模拟

下面介绍 TOPOPIC 对周期 FODO 结构中的强流束传输模拟研究。FODO 周期结构如下图 2 所示，其中

四极铁的梯度为 2.17 T/m，计算空间电荷效应的网格为 512 × 512。

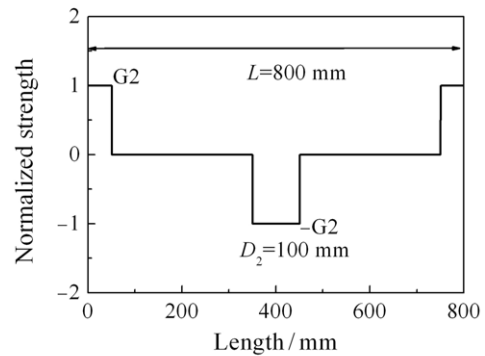


图 2 FODO 周期结构示意图

采用蒙特卡罗方法生成 20 000 个宏粒子的 4 维的 KV 分布作为模拟的初始分布，初始束流的参数如下：能量为 150 keV，动量为 $p = \beta\gamma = 0.0178818$ ，4 倍的归一化发射度 1.788 18 cm·mrad。单个测试粒子角动量为 0，初始时刻位于 x 平面。计算结果如图 3, 4, 5, 6 所示。

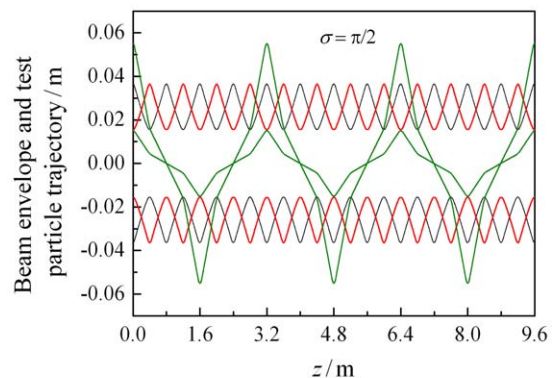


图 3 (在线彩图) 在 0 mA 束流下，匹配的束流包络和其中的一个测试粒子轨迹
黑色、红色： x, y 方向束流包络；绿色：单粒子运动轨迹。

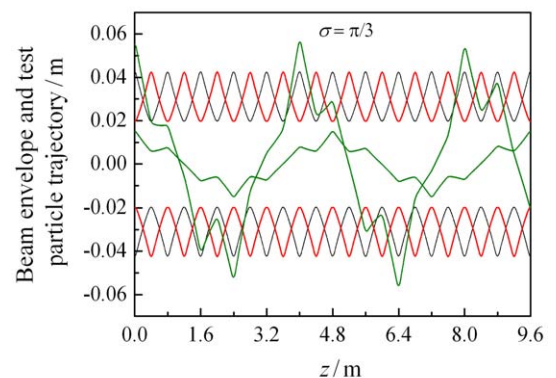


图 4 (在线彩图) 在 140 mA 束流下，匹配的束流包络和其中的一个测试粒子轨迹
黑色、红色： x, y 方向束流包络；绿色：单粒子运动轨迹。

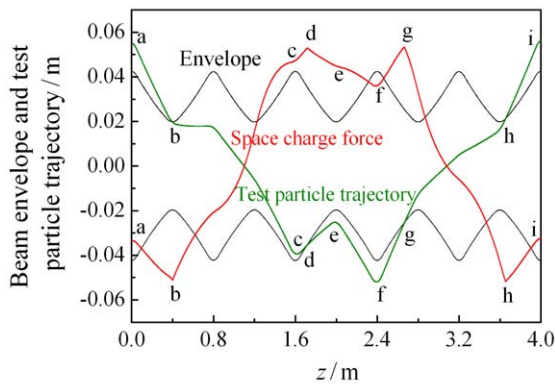


图 5 (在线彩图) 在 140 mA 束流下, 匹配的束流包络(黑色)、测试粒子轨迹(绿色)及测试粒子感受到的空间电荷力的变化(红色)

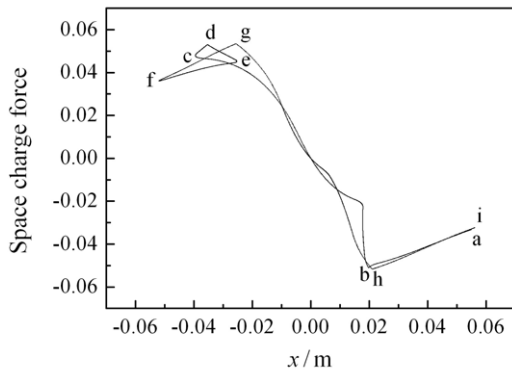


图 6 在 140 mA 束流下, 测试粒子受到的空间电荷力和其在 x 平面内位置变化的关系

图 3 和 4 给出了在 0 mA 流强和 140 mA 流强条件下匹配的束流包络(黑色: x 方向; 红色: y 方向)和测试粒子在周期结构中的演化轨迹(绿色)。可以看到, 在我们选取的参数下, 对于不同的流强条件, 单粒子完成一次震荡用掉的周期数不同。对于 0 mA, 包络内部或者外部的粒子完成一次震荡都需要 4 个 FODO 周期; 而对于 140 mA, 包络内的粒子完成一次震荡需要 6 个 FODO 周期, 而包络外的粒子完成一次震荡却小于 6 个 FODO 周期。这是因为对于 KV 分布, 粒子感受到的空间电荷力在包络(束核)内与粒子离束流中心的距离是线性关系, 而在束核外是反比关系。图 5 给出 140 mA 流强下, 束流 x 方向包络(黑色)、初始粒子轨迹(红色)、以及测试粒子受到的空间电荷力(绿色)的变化; 图 6 给出了测试粒子受到的空间电荷力和其在 x 平面内位置的变化关系。从图 5 可以看到测试粒子在 b, d, g, h 点穿入或者穿出束流包络(束核), 而从图 6 可以看出粒子穿入或者穿出束核之后其感受到的空间电荷力的变化。在 140 mA 条件下, TOPOPIC 程序记录前一百个粒子沿途的轨迹, 结果如图 7 所示。

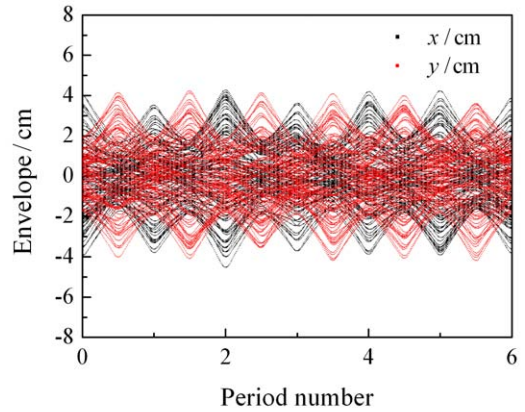


图 7 (在线彩图) 140 mA 束流, FODO 周期结构中的束流轨迹
黑色- x , 红色- y 。

5 TOPOPIC与BEAMPATH的校验

为了校验 TOPOPIC, 我们采用了基于 PIC 算法的束流模拟程序 BEAMPATH^[8]作为校验程序。同样地, 采用周期性的 FODO 结构如图 8 所示, 四极磁铁的强度

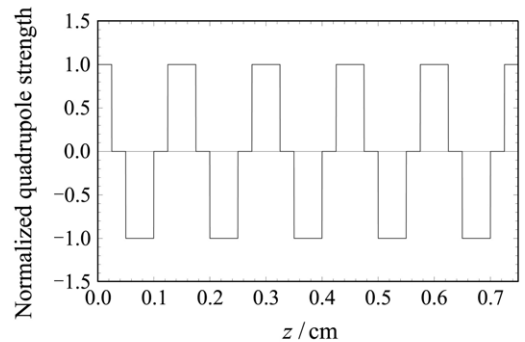


图 8 TOPOPIC 与 BEAMPATH 程序校验的 FODO 结构

为 0.03579 T/cm。BEAMPATH 和 TOPOPIC 都采用蒙特卡罗方法生成三万个宏粒子的 PARABOLIC 分布作为初始的束流分布。采用的束流参数为 $A/Z = 1$, $E_k = 35$ keV, $I = 0.01171$ A, $\epsilon_x = \epsilon_y = 0.012$ $\pi \cdot \text{cm} \cdot \text{mrad}$ 。空间电荷的计算网格为 512×512 。TOPOPIC 和 BEAMPATH 对这个流强下的连续束流的模拟结果比较如图 9 和 10 所示。

从模拟结果的对比可以看出, 两个程序给出的模拟结果吻合得相当好。当然, 可以注意到, 在图 10 发射度的演化中, BEAMPATH 程序给出的计算结果中有类似于锯齿的结构而不像 TOPOPIC 的结果那样连续光滑。造成这个现象的原因是在连续束流计算中两个程序的处理不同造成的。通常来讲, 在处理周期结构中连续束流模拟计算的时候, 束流在任意横截面上分布形式在纵向都是周期重复的。所以在 TOPOPIC 的模拟中, 束

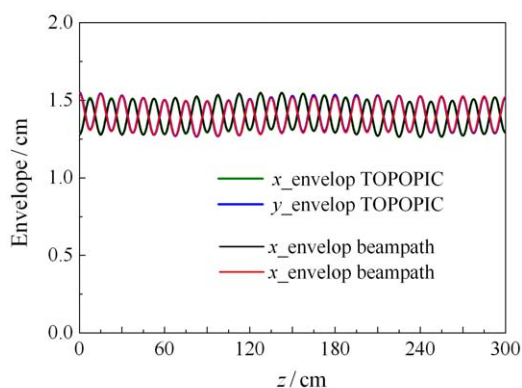


图 9 (在线彩图) 束流横向包络比较

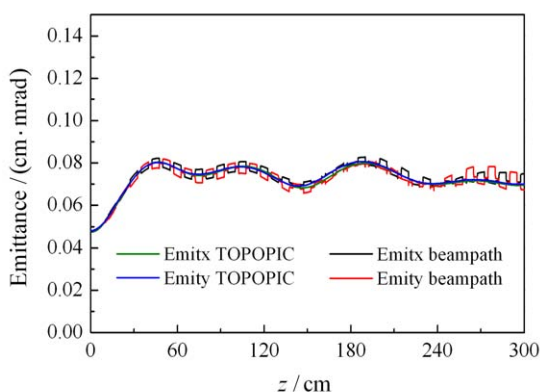


图 10 (在线彩图) 束流横向发射度比较

流初始位于某一个纵向位置 ($z = z_0$), 但每一次粒子推动之后, 所有的粒子又都会被重新归整到下一个纵向位置 $z = z_1$, 其中 $z_1 - z_0 = v \times t$ 。然而在 BEAMPATH 的计算中, 初始位于某一个 $z = z_1$ 平面的束流在经过几步的迭代计算之后, 会在纵向形成一个有宽度分布的“束团”。所以在计算发射度的过程中, TOPOPIC 保证了每一个计算时刻, 所有的粒子纵向位置都在一个平面上, 然而 BEAMPATH 却不能保证这一点。因此, 在某一些时刻, 比如粒子刚要穿过加速器元件 (这里的例子是四极磁透镜), BEAMPATH 计算时, 部分粒子在加速器元件里面, 而部分在加速器元件外面。所以最后统计发射度产生了非物理的周期锯齿结果。当

然 TOPOPIC 中将粒子都强行归一化在一个平面的做法也是不物理的, 但是考虑到束流纵向周期的性质, 我们也认为这样的方法是可取的。

6 结论

TOPOPIC 程序是基于 PIC 算法开发的束流模拟软件。通过 TOPOPIC 程序对 FODO 周期结构的计算, 可以看出, 考虑空间电荷效应之后, 束流的单粒子行为发生了改变。在我们给出的参数下, 束流包络外部的粒子需要更少的周期数来完成一次震荡。通过和 BEAMPATH 程序的对比, TOPOPIC 程序给出的模拟结果是可靠的。未来的工作将集中在 TOPOPIC 程序中其他模块的完善以及利用 TOPOPIC 完成对近物所现有的真实的加速器模拟。

参考文献:

- [1] MARTIN R. Theory and Design of Charged Particle beams[M]. NewYork: John Wiley & Sons . 2008
- [2] LEE Shyh-Yuan. Accelerator physics[M]. 2nd. Singapore: World Scientific, 2004.
- [3] KARLHEINZ S. Beam Measurement: Proceedings of the Joint US-CERN-Japan-Russia School on Particle Accelerators[C]. Montreaux, and CERN, Switzerland, 11-20 May 1998. **127**: 024307.
- [4] LÜ Jianxin. Charged Beam Optics[M]. Beijing: Higher Education Press, BN: 7-04-012965-5/. 2004. (in Chinese) (吕建钦. 带电粒子束光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.)
- [5] BIRDSAL L, CHARLES K, LANGDON A, *et al.* Plasma physics via computer simulation[M]. Florida: CRC Press. 2008.
- [6] LI Chao. Chinese Physics C, 2014, **38**, 037005.
- [7] WANG Hongyu, JIANG Wei. The development of PIC simulation - physical consideration and comupterational techniques[R]. Dalian University of Technology, 2006. (in Chinese) (王虹宇, 姜巍. Particle-In-Cell模拟的发展-物理考虑和计算技术[R]. 大连理工大学博士后出站报告. 2006.)
- [8] BATYGIN Y K. Nucl Instr Meth A, 2005, **539**: 455.

High Intensity Beam Transport Study with TOPOPIC in FODO Structure

LI Chao^{1,2}, QI Xin¹, ZHANG Zhilei¹, HE Yuan¹, YANG Lei¹

(1. *Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;*

2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

Abstract: The Particle in cell (PIC) method is one of the key techniques in the research of charged particles in accelerators. Based on the PIC method, a new beam simulation code for high intensity beam named TOPOPIC (Trace of particle orbit with PIC method) has been developed. With the code TOPOPIC, the beam behavior during passing through the periodic quadrupole (FODO) structure has been studied. The results show that the nonlinear space charge affects the single particle behavior and beam envelope a lot. At last, the PIC code BEAMPATH is used for benchmark, the results given by TOPOPIC and BEAMPATH show good agreements, which means the code TOPOPIC is reliable.

Key words: PIC; FODO; space charge effect; beam dynamics

Received date: 2 May 2014; **Revised date:** 2 Jul. 2014

Foundation item: National Basic Research Program of China(973 Program) (2014CB845501)

1) E-mail: lichaotian@foxmail.com.

<http://www.npr.ac.cn>