



通过基矢光前量子化方法研究K介子

付开宇 赵恒飞 蓝江山 赵行波

A Study of the Kaon from the Basis Light-Front Quantization Approach

FU Kaiyu, ZHAO Hengfei, LAN Jiangshan, ZHAO Xingbo

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC31>

引用格式:

付开宇, 赵恒飞, 蓝江山, 赵行波. 通过基矢光前量子化方法研究K介子[J]. *原子核物理评论*, 2020, 37(3):470–477. doi: 10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC31

FU Kaiyu, ZHAO Hengfei, LAN Jiangshan, ZHAO Xingbo. A Study of the Kaon from the Basis Light-Front Quantization Approach[J]. *Nuclear Physics Review*, 2020, 37(3):470–477. doi: 10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC31

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

通过基矢光前量子化方法对 π 介子的研究

A Study of the Pion from the Basis Light-Front Quantization Approach

原子核物理评论. 2020, 37(1): 1–10 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2020016>

利用光前量子化方法计算电子的广义横向动量分布函数

Investigation of the General Transverse Momentum Distribution Function in Light-front Wave Function Method

原子核物理评论. 2017, 34(4): 724–729 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.34.04.724>

D介子衰变中的奇异轴矢介子(英文)

Strange Axial-vector Mesons in D Meson Decays

原子核物理评论. 2019, 36(2): 125–134 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.36.02.125>

Hartree-Fock基矢下第一性原理的多体微扰理论计算

Ab initio Many-body Perturbation Calculations with Chiral N^3 LO Interaction

原子核物理评论. 2017, 34(3): 344–350 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.34.03.344>

闪烁体探测器中光的衰减通式(英文)

A Universal Formula for Light Attenuation of Scintillator Detector

原子核物理评论. 2019, 36(1): 78–84 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.36.01.078>

强子物质中的介子-介子散射(英文)

Meson-meson Scattering in Hadronic Matter

原子核物理评论. 2017, 34(3): 563–568 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.34.03.563>

文章编号: 1007-4627(2020)03-0470-08

通过基矢光前量子化方法研究 K 介子

付开宇^{1,2,3}, 赵恒飞^{1,2,3}, 蓝江山^{1,2,3,4,†}, 赵行波^{1,2,3}

1. 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000;
2. 中国科学院大学核科学与技术学院, 北京 100049;
3. 中国科学院高精度核谱学重点实验室, 兰州 730000;
4. 兰州大学核科学与技术学院, 兰州 730000

摘要: 为研究 K 介子的性质, 通过基矢光前量子化 (BLFQ) 方法获得 K 介子的光前波函数 (LFWF)。使用的光前哈密顿量中包含了动能项、横向与纵向禁闭势以及夸克-胶子相互作用, 其中横向禁闭势借鉴了光前全息量子色动力学 (LFHQCD) 模型的禁闭势。基矢空间包括领头阶与次领头阶的 Fock 空间。在前期工作的基础上, 只引入了奇异夸克的质量作为唯一额外参数, 使 K^+ 介子的质量与实验值相匹配。基于 K 介子领头阶 Fock 空间的 LFWF, 计算了 K 介子的部分子分布振幅 (PDA), 其结果与量子色动力学 (QCD) 微扰论在零夸克质量近似下计算的结果相近。本工作得到的 K 介子的电磁形状因子 (FF) 与欧洲核子中心 (CERN) 超级质子同步加速器 (SPS) 以及费米国家加速器实验室 (FNAL) 的实验结果一致。从领头阶 Fock 空间的 LFWF 计算出的电磁半径与粒子物理数据表 (PDG) 的实验值相近。计算出的 K 介子部分子分布函数 (PDF), QCD 演化后, 在实验能标下的 K 介子和 π 介子中价夸克 u 的 PDF 之比与 CERN-NA-003 的实验数据在整体趋势上大体相符。此外, 在计算出的 K 介子 PDF 中, 价夸克携带的纵向动量之比, $\langle x_{uv} \rangle / \langle x_{sv} \rangle$, 约为 2/3, 这个数值与 Bethe-Salpeter equation (BSE) 模型以及密西根州立大学格点 QCD (MSULat) 模型的计算结果相近。还计算了 K 介子的结构函数, 发现与 BLFQ 考虑有效 Nambu-Jona-Lasinio 相互作用 (BLFQ-NJL) 模型的结果有显著差别。K 介子的结构函数有望在将来的电子离子对撞机 (EIC) 实验中得到观测与检验。

关键词: K 介子; 基矢光前量子化; 部分子分布; QCD 演化

中图分类号: O572.24+3

文献标志码: A

DOI: 10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC31

1 引言

K^+ 介子是含有奇异夸克的介子系统中质量最轻的, 可以在粒子物理实验中大量产生, 是人们认识电荷共轭宇称不守恒 (CPV) 的重要媒介^[1-3]。与 π 介子相似, 组分夸克模型认为 K^+ 介子的组成部分包括一个上夸克 u 以及一个反奇异夸克 \bar{s} 。实际上, K^+ 介子是由价夸克、海夸克以及胶子共同组成的, 这些组分 (夸克和胶子) 称为部分子。部分子携带强子纵向动量分数 x 的概率分布函数称为 PDF。它描述了强子的内部结构。通过计算强子的 PDF 来研究其内部结构在国际上已有广泛应用^[4-25]。然而, 由于测量 K^+ 介子的实验数据很少, 目前只测出了 K^+ 介子中的价夸克 (上夸克) u 的分布与 π 介子中的价夸克 u 的分布之比, 且误差较大^[7]。对于 K^+ 介子中的两个价夸克, u 和 \bar{s} , 携带的动量差的定量描述仍不清楚, 因此对 K^+ 介子的研究意义重大。在国际

上, 目前已经有 BSE 模型^[19]、MSULat 模型^[26]、手征组分夸克模型^[8]和 BLFQ-NJL 模型^[25]来计算 K^+ 介子的 PDF。这些模型之间的显著差别在于奇异夸克携带动量的大小, BSE 模型以及 MSULat 模型支持奇异夸克携带的动量多, 而手征组分夸克模型和 BLFQ-NJL 模型中奇异夸克携带的动量相对前两个模型较少。

值得一提的是, 在之前的 BLFQ-NJL 模型计算中, 我们采用 BLFQ 方法, 使用包含 Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 有效相互作用的光前哈密顿量, 计算出了 K^+ 介子领头阶 Fock 空间的 LFWF, 并以此计算了 K^+ 介子的初始 PDF, 借助 QCD 演化, 得到了在实验能标下的 PDF^[24-25]。在本工作中, 我们使用了最低的两个 Fock 空间, 并将 NJL 有效相互作用换为更基本的夸克胶子相互作用, 对 K^+ 介子进行研究 (以下简称 K 介子)。BLFQ 方法^[27-30]结合了光前动力学^[31]以及哈密顿理论框架的优势, 旨在非微扰地求解量子场论多体系

收稿日期: 2020-07-17; 修改日期: 2020-08-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11850410436); 中国科学院近代物理研究所和中国科学院近前沿科学研究启动金 (ZDBS-LY-7020); 中国科学院战略先导专项 (XDB34000000)

作者简介: 付开宇 (1994-), 男, 山东济宁人, 硕士研究生, 从事粒子物理与原子核物理研究; E-mail: kaiyufu@impcas.ac.cn

† 通信作者: 蓝江山, E-mail: jiangshanlan@impcas.ac.cn.

统。本方法已经成功地求解了电子系统^[28,32]、介子系统^[24-25,33-40]和重子系统^[41-43]。其中, BLFQ-NJL工作^[24-25]是第一个通过光前哈密顿量方法计算轻介子PDF的工作。本文结构安排如下:在第二节中简要介绍BLFQ方法;在第三节中,将展示计算出的K介子PDA及衰变常数(DC);在第四节中,将计算出的K介子的电磁FF以及电磁半径与实验值做对比;在第五节中,展示计算出的K介子的PDF;最后是总结和展望。

2 基矢光前量子化

我们利用BLFQ方法,通过对角化光前哈密顿量矩阵得到K介子的LFWF。BLFQ方法在上一工作中(通过基矢光前量子化方法对 π 介子的研究^[38])已详细介绍,本文不再赘述。对于K介子,我们截断到次领头阶Fock空间,即 $|K^+\rangle = a|u\bar{s}\rangle + b|u\bar{s}g\rangle$ 。我们使用的光前哈密顿量 P^- 由QCD哈密顿量 P_{QCD}^- 与唯象禁闭势 P_C^- 两部分构成:

$$P^- = P_{\text{QCD}}^- + P_C^-, \quad (1)$$

其中, QCD哈密顿量为^[44]:

$$\begin{aligned} P_{\text{QCD}}^- = & \sum_f \int d^2x^+ dx^- \frac{1}{2} \bar{\Psi}_f \gamma^+ \frac{m_f^2 + (i\partial^+)^2}{i\partial^+} \Psi_f - \\ & \frac{1}{2} A_a^i (i\partial^+)^2 A_a^i + \sum_f g \bar{\Psi}_f \gamma_\mu T^a A_a^\mu \Psi_f + \\ & \sum_{fg} \frac{1}{2} g^2 \bar{\Psi}_f \gamma^+ T^a \Psi_f \frac{1}{(i\partial^+)^2} \bar{\Psi}_g \gamma^+ T^a \Psi_g, \end{aligned} \quad (2)$$

唯象禁闭势为^[33]

$$P_C^- P^+ = \kappa_T^4 \xi_\perp^2 - \frac{\kappa_L^4}{(m_u + m_s)^2} \partial_{x_1} [x_1(1-x_1)\partial_{x_1}]. \quad (3)$$

这里, QCD哈密顿量中的头两项分别对应为夸克以及胶子的动能项, 后两项分别为矢量顶点相互作用以及瞬时胶子交换相互作用, 下标 $f, g = u, \bar{s}$ 是对味道求和, m_f 是味道为 f 的夸克的裸质量, x^+ 和 x^- 为横向坐标和纵向坐标, $\gamma^+ = \gamma^0 + \gamma^3$ ^[28], T^a 为SU(3)规范群的八个伴随矩阵, g 为强相互作用常数, Ψ 是夸克场, A 是胶子场。唯象禁闭势中的第一项是横向禁闭势, κ_T 是横向禁闭势的强度, $\xi_\perp \equiv \sqrt{x_1(1-x_1)}\mathbf{r}_\perp$ 称为全息变量^[44](其中 $\mathbf{r}_\perp = \mathbf{r}_{1\perp} - \mathbf{r}_{2\perp}$ 是相对坐标, \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 为正反夸克的单粒子坐标), 第二项是纵向禁闭势, κ_L 是纵向禁闭势强度, 本次计算中设成 $\kappa_T = \kappa_L = \kappa$, m_u

是上夸克质量参数, m_s 是反奇异夸克的质量参数。

在Fock空间中, K介子的LFWF可表示为

$$\begin{aligned} |\Psi_K(P)\rangle = & \sum_{s_1 s_2} \int [d^3p_1] [d^3p_2] \Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2) \times \\ & b_{s_1}^\dagger(p_1) d_{s_2}^\dagger(p_2) |0\rangle + \\ & \sum_{s_1 s_2 s_3} \int [d^3p_1] [d^3p_2] [d^3p_3] \Psi_3^{s_1 s_2 s_3}(p_1, p_2, p_3) \times \\ & b_{s_1}^\dagger(p_1) d_{s_2}^\dagger(p_2) a_{s_3}^\dagger(p_3) |0\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

$\Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2)$ 和 $\Psi_3^{s_1 s_2 s_3}(p_1, p_2, p_3)$ 分别是K介子领头阶和次领头阶Fock空间的LFWF。约定 $[d^3p_i] \equiv \frac{d\mathbf{x}_i d^2\mathbf{p}_{i\perp}}{(2\pi)^3}$, $p_i \equiv (x_i, \mathbf{p}_{i\perp})$, b^\dagger 、 d^\dagger 以及 a^\dagger 分别是夸克、反夸克以及胶子的产生算符, $|0\rangle$ 是Fock真空。

3 衰变常数和部分子分布振幅

强子的DC由从强子到真空的矩阵元计算出, 公式是:

$$\langle 0 | \bar{\Psi}(0) \gamma^+ \gamma_5 \Psi(0) | \Psi_K(P) \rangle = iP^+ f_P, \quad (5)$$

$$\frac{f_P}{2\sqrt{2}N_C} = \int [d^3p_1] [d^3p_2] \Psi_2^{\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow}(p_1, p_2), \quad (6)$$

这里, 式(5)左边 $\Psi(0)$ 是在 $r=0$ 处的夸克场算符, f_P 是DC^[45], 它出现在 $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu(K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu})$ 的弱衰变中。将式(5)用LFWF写出, 得式(6)。这里 $\Psi_2^{\uparrow\downarrow - \uparrow\downarrow}(p_1, p_2) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} [\Psi_2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}(p_1, p_2) - \Psi_2^{\frac{-1}{2} \frac{1}{2}}(p_1, p_2)]$, 是领头Fock空间LFWF的 $\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow$ 自旋组分, 色因子 $N_C = 3$ 。根据DC的定义式(5), DC只与领头Fock空间LFWF的 $\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow$ 自旋组分有关。

在本工作中我们使禁闭势强度、强相互作用耦合常数、轻夸克质量、胶子质量、特征动量标度以及正规化参数等参数与上一工作^①^[38]一致, 通过调节奇异夸克质量使得K介子的质量与PDG上的值^[46]匹配。

在横向截断为 $N_{\text{max}} = 8$ 、纵向截断 $K = 9$ 以及 $M_J = 0$ 时, 所采用的参数取值: $m_s = 0.506$ GeV。其它参数与上一工作^[38]一致: u 夸克质量取 $m_u = 0.200$ GeV, 禁闭势强度均为 $\kappa = 0.643$ GeV, 强相互作用耦合常数 $g = 1.82$, 胶子质量 $m_g = 0.01$ GeV, 特征动量标度 $b = 0.4$ GeV, 正规化参数 $b_{\text{inst}} = 12.0$ GeV。采用这组输入参数得到的K介子的质量为493.7 MeV, 与PDG上K介子的质量 493.68 ± 0.02 MeV^[46]一致。此时, 领头Fock空间所占的概率为 $N_{q\bar{q}} = 0.94$ 。 $N_{q\bar{q}}$ 是由领头Fock空间的LFWF计算出的, 公式为

① 上一文章^[38]: 正规化参数 $b_{\text{inst}} = 9.8$ GeV, 更新为 $b_{\text{inst}} = 12.0$ GeV; PDG给出的 m_{π^+} 值‘775.26 MeV’应修订为139.57 MeV。

$$N_{q\bar{q}} = \sum_{s_1 s_2} \int [d^3 p_1][d^3 p_2] \Psi_2^{s_1 s_2*}(p_1, p_2) \Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2). \quad (7)$$

这里, p_1 和 p_2 是两个价夸克的动量, s_1 和 s_2 是两个价夸克的自旋, 公式右边是对自旋求和。我们可以得到 LFWF 的所有自旋组分, 这里我们列出领头 Fock 空间 LFWF 中各自旋组分占的比重, $N_{q\bar{q}, \uparrow\uparrow} = 3.629 \times 10^{-6}$, $N_{q\bar{q}, \downarrow\downarrow} = 1.643 \times 10^{-6}$, $N_{q\bar{q}, \uparrow\downarrow\downarrow\uparrow} = 0.963$, $N_{q\bar{q}, \uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} = 0.037$ 。

通过在式 (6) 中代入所得的 K 介子的领头 Fock 空间的 LFWF, 我们可以计算出 K 介子的 DC 为 230.4 MeV, 与 PDG 提供的数据 155.6 ± 1.7 MeV^[46] 相比, 有一定程度的偏差, 这是因为 DC 只与领头 Fock 空间的 LFWF 有关。目前在所得 LFWF 中领头 Fock 空间所占概率为 $N_{q\bar{q}} = 0.94$, 比重较大。未来随着基矢空间的扩大 (加入更大的 N_{\max} 和 K), 以及加入更高的 Fock 空间, 预期会减小领头 Fock 空间所占比重, 相应计算出的 DC 与实验数据的符合程度将会有所改善。

因为在所得 LFWF 中领头 Fock 空间占主导地位 ($N_{q\bar{q}} = 0.94$), 所以在接下来可观测量的计算中, 我们只使用领头 Fock 空间 LFWF (包含所有自旋组分)。计算时我们使用 $N_{q\bar{q}}$ 对领头 Fock 空间 LFWF 重新进行归一。

PDA 的定义是

$$\langle 0 | \bar{\Psi}(z) \gamma^+ \gamma_5 \Psi(-z) | \Psi_K(P) \rangle = i P^+ f_P \int_0^1 dx e^{i P^+ z^- (x - \frac{1}{2})} \phi_P(x) |_{z_+, z_\perp = 0}. \quad (8)$$

这里, $\Psi(z)$ 表示在 z 处的夸克场算符, $\phi_P(x)$ 是 PDA, f_P 是 DC, 见式 (5)。将式 (8) 以 LFWF 的形式重写为

$$\frac{f_P}{2\sqrt{2}N_C} \phi_P(x) = \frac{1}{N_{q\bar{q}}} \int [d^2 p_\perp] \Psi_2^{\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow}(x, p_\perp), \quad (9)$$

其中: $N_{q\bar{q}} = 0.94$ 为领头 Fock 空间所占概率, x 和 p_\perp 是 u 夸克的纵向动量分数和横向动量。约定 $[d^2 p_\perp] = \frac{d^2 p_\perp}{(2\pi)^2}$ 。色因子 $N_C = 3$ 。数值计算结果如图 1 所示, 蓝色方块对应的数值点是我们计算出的 K 介子 PDA, 紫色线是对数值结果的简单连线。在微扰 QCD 中, 味道 SU(3) 对称性零夸克质量极限下给出 K 介子的 PDA 为 $6x(1-x)$ ^[45], 如图中的黑色虚线所示。我们发现 K 介子的 PDA 的数值计算结果与经典的 PDA 相近。这反映了所得 K 介子的 LFWF 的合理性。

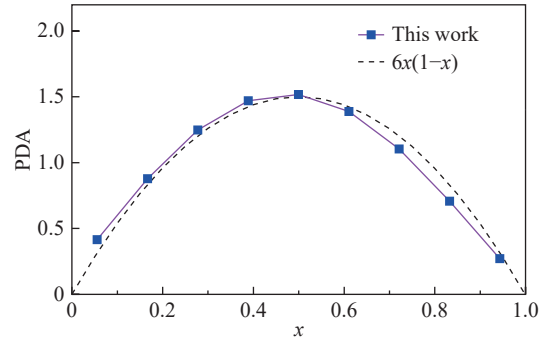


图 1 (在线彩图) K 介子的 PDA

横坐标为纵向动量分数 x , 纵坐标为 PDA。蓝色方块 (紫色实线) 为数值计算结果, 黑色虚线为微扰 QCD 得到的 PDA $6x(1-x)$ ^[45]。在我们的数值方法^[38]中, x 的取值是离散的, x 的最小值为 $\frac{1}{K}$, x 的最大值为 $\frac{K-1}{K}$, 目前我们使用 $K = 9$ 。未来随着基矢截断参数 K 的增大, 计算结果会逐步覆盖 $0 \sim 1$ 之间的区域, 即 x 的最小值趋向于 0, x 的最大值趋向于 1, 数值点会越来越密。

4 电磁形状因子和电磁半径

现在, 我们研究 K 介子的电磁 FF 和电磁半径。K 介子的电磁 FF 定义为^[47]

$$I_{0,0}(Q^2) \triangleq \frac{1}{2P^+} \langle \Psi_K^{J*}(P') | j^+(0) | \Psi_K^J(P) \rangle, \quad (10)$$

这里, J 为对应的总角动量, 对于 K 介子 $J = 0$, P 和 P' 分别为对应 K 介子的初态和末态动量, 而 $\Delta = P' - P$ 为四动量转移, $Q^2 = -\Delta^2$, 其 $j^+(0) = \bar{\Psi}(0) \gamma^+ \Psi(0)$ 来自于矢量流 $j^\mu(0)$ 。

基于领头 Fock 空间的 LFWF, $\Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2)$, 我们计算了电磁 FF 与电磁半径, 它们的表达式分别为^[47]

$$F(Q^2) = \frac{1}{N_{q\bar{q}}} I_{0,0}(Q^2), \quad (11)$$

$$\langle r_c^2 \rangle = -6 \lim_{Q^2 \rightarrow 0} \frac{d}{dQ^2} F(Q^2), \quad (12)$$

其中, 领头 Fock 空间所占的概率为 $N_{q\bar{q}} = 0.94$, 电磁半径与电磁 FF 在 $Q^2 = 0$ 处的导数相关。我们直接通过式 (11) 数值计算得到 K 介子的 FF 随转移动量 Q^2 的分布, 如图 2 所示。红色方块为 CERN SPS 1986 年的实验数据^[48], 紫色三角为 FNAL 1980 年的实验数据^[49], 黑色实线为我们的数值计算结果。我们发现, 在小 Q^2 区域, 我们的结果和 CERN SPS 1986 年的实验结果^[48] 以及 FNAL 1980 年的实验结果^[49] 一致。我们也给出了 $Q^2 \sim 1$ GeV² 区域的预言, 从 Q^2 乘以 FF 的图来看, 在这个区域的值约为 0.5 GeV²。

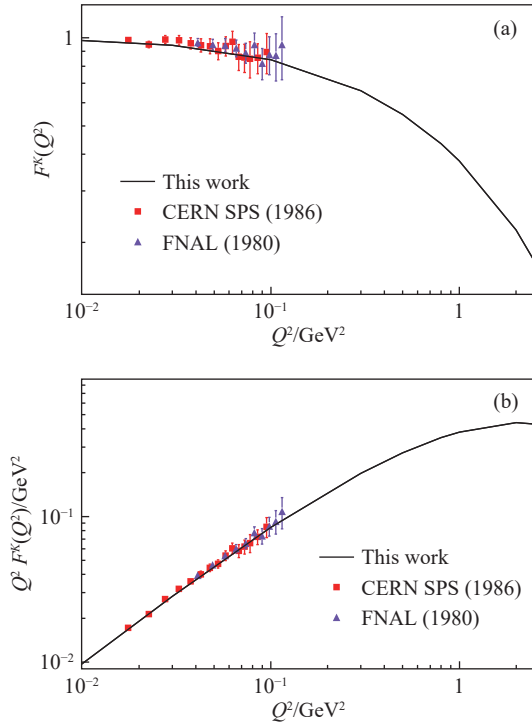


图 2 (在线彩图)K 介子的电磁 FF

横坐标为 Q^2 ，纵坐标为 $FF(Q^2)$ 乘以 FF 。CERN SPS 1986 年以及 FNAL 1980 年的实验数据^[48–49] 分别对应为图中的红色方块以及紫色三角数据点。实线为基于领头 Fock 空间的 LFWF 数值计算结果。

根据式 (12)，我们可以通过计算图 2 中 FF 在 Q^2 趋近于 0 处的导数，得到基于领头 Fock 空间的 K 介子的电磁半径。我们的计算结果 $\sqrt{\langle r_c^2 \rangle}$ 为 0.649 fm 与 PDG 的结果 0.560 ± 0.031 fm^[46] 相近。

K 介子的电磁 FF 以及电磁半径与实验数据以及 PDG 的结果相近，进一步地反映了所得的 K 介子 LFWF 的合理性。在这基础上，我们将通过该 K 介子的 LFWF，研究 K 介子的 PDF。

5 部分子分布

5.1 初始部分子分布

PDF 是强子中发现一个携带纵向动量分数为 x 的部分子 (夸克或胶子) 的概率密度分布。参考文献^[33]，我们可以得到基于领头 Fock 空间 LFWF 的 PDF 为

$$f(x) = \frac{1}{N_{q\bar{q}}} \sum_{s_1 s_2} \int [d^2\mathbf{p}_{1\perp}] [d^2\mathbf{p}_{2\perp}] \times \Psi_2^{s_1 s_2*}(p_1, p_2) \Psi_2^{s_1 s_2}(p_1, p_2). \quad (13)$$

其中，约定 $[d^2\mathbf{p}_{i\perp}] = \frac{d^2\mathbf{p}_{i\perp}}{(2\pi)^2}$ 。这里，我们使用 K 介子领头 Fock 空间的 LFWF，对横向动量积分，并对它的自旋部分求和，再用 $N_{q\bar{q}}$ 归一，即可得到基于领头 Fo-

ck 空间的初始 PDF。因为所用 LFWF 是归一的，得到 K 介子的初始价夸克 PDF f_{vu} 以及 $f_{v\bar{s}}$ 满足如下求和规则：

$$\int_0^1 f_{vu}(x) dx = 1, \quad \int_0^1 f_{v\bar{s}}(x) dx = 1, \\ \int_0^1 x [f_{vu}(x) + f_{v\bar{s}}(x) + f_s(x) + f_g(x)] dx = 1. \quad (14)$$

这里 $f_s(x)$ 表示海夸克的 PDF， $f_g(x)$ 表示胶子的 PDF，因为我们使用了归一化后的领头 Fock 区间的 LFWF，所以这里 $f_s(x) = 0$ ， $f_g(x) = 0$ 。未来考虑次领头阶 Fock 空间 $|u\bar{s}g\rangle$ 时， $f_g(x) \neq 0$ 。这说明基于领头 Fock 空间 LFWF 得到 K 的初始 PDF 是由两个价夸克组成，一个上夸克以及一个反奇异夸克，介子总纵向动量是这两个价夸克纵向动量之和。

如图 3 所示，蓝色方块为基于领头 Fock 空间的 K 介子中价夸克 u 的初始 PDF 的数值结果，蓝色圆为基于领头 Fock 空间的 K 介子中价夸克 \bar{s} 的初始 PDF 的数值结果，紫色线是对数值结果的简单连线；短虚线 (长虚线) 为 BLFQ-NJL 模型计算出 K 介子中价夸克 u (价夸克 \bar{s}) 的初始 PDF。目前我们的结果显示，价夸克中的上夸克的 PDF 在动量分数 x 小于 0.5 的区域较大，在动量分数 x 大于 0.5 的区域较小；而奇异夸克正好与之相反，奇异夸克的 PDF 主要分布在动量分数 x 大于 0.5 的区域。相比于 BLFQ-NJL 模型的结果，在我们的结果中，上夸克携带更少的纵向动量，而奇异夸克携带更多的纵向动量。初始 PDF 中，上夸克和奇异夸克分别携带了 K 介子 0.40 和 0.60 的纵向动量，这与 BSE 模型^[19] 以及 MSULat 模型^[26] 的结果相符。

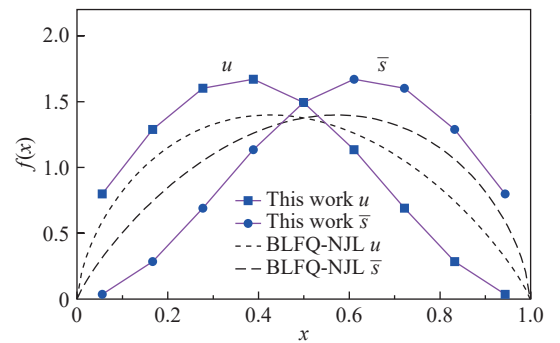


图 3 (在线彩图)K 介子的初始 PDF 对比图

横坐标为纵向动量分数 x ，纵坐标为 PDF。蓝色方块 (蓝色圆) 为基于领头 Fock 空间 LFWF 计算出的 K 介子中初始价夸克 u (价夸克 \bar{s}) PDF 的数值结果，紫色线是对数值结果的简单连线。黑色虚线为 BLFQ-NJL 模型的结果^[24–25]，短虚线以及长虚线分别对应 K 介子中的价夸克 u 以及价夸克 \bar{s} 的初始 PDF。

为进一步研究 K 介子的 PDF，下面我们将考虑 PDF 随能标的演化。

5.2 QCD 演化后的部分子分布

为将我们的结果与实验做对比，我们需要将计算出的初始 PDF 演化到实验能标下。这个过程是通过 QCD 演化方程 [50–52] 来完成的。这里采用高阶微扰部分子演化包 (HOPPET) [53] 来数值求解该 QCD 演化方程，并用初始 PDF 作为输入将之演化，得到对应实验能标的 PDF。

与 BLFQ-NJL 工作 [24] 一样，我们需要选择一个起始能标 μ_0^2 和次领头阶 (NNLO) 的跑动耦合函数，将 K 介子基于领头 Fock 空间 LFWF 的初始 PDF 演化到实验能标 $\mu^2 = 20 \text{ GeV}^2$ 。确定 K 介子起始能标 μ_0^2 的步骤如下：首先，我们猜测一个可能的 μ_0^2 的值，以此出发计算实验能标下 K 介子与 π 介子中价夸克 u 的 PDF 之比，然后将该结果与实验数据 [7] 做对比，求 $\chi^2/\text{d.o.f.} = \frac{1}{N-f} \sum_i^N \left(\frac{F_i^{\text{data}} - F_i^{\text{th}}}{F_i^{\text{err}}} \right)^2$ ，其中 N 是实验数据中数据点的个数， F_i^{data} 是第 i 个实验数据的值， F_i^{th} 是第 i 个实验数据对应的理论值，而 F_i^{err} 是第 i 个实验数据的值对应的误差， f 是理论模型的参数个数。通过调节起始能标 μ_0^2 ，使得 $\chi^2/\text{d.o.f.}$ 最小。以此来确定 K 介子的起始能标。K 介子的起始能标取 $\mu_0^2 = 0.36 \text{ GeV}^2$ 时， $\chi^2/\text{d.o.f.}$ 最小，最小值为 15.72。这里，我们使用本工作中计算的 K 介子价夸克 u 的 PDF 和上一工作中 [38] 计算的 π 介子价夸克 u 的 PDF 来计算比值，上一工作中 [38] 使用的 π 介子的起始能标为 0.24 GeV^2 ， π 介子的起始能标的确定方式是通过调节起始能标使得实验能标下的 π 介子中的 u 夸克的第一平均动量 $\langle x \rangle$ [定义见式 (15)] 匹配实验数据。这里，K 介子的起始能标比 π 介子的起始能标高。在夸克偶素系统 [39] 的工作中，我们也发现了类似的趋势，即含有更重的夸克的体系会有更高的起始能标。

结果如图 4 所示，图 4(a) 为实验能标下 K 介子与 π 介子中价夸克 u 的 PDF 之比，紫色虚线是 BSE 模型 [19] 的计算结果，黑色长虚线是 BLFQ-NJL 模型 [24] 的结果，带误差棒的浅蓝色方块为 CERN-NA-003 的实验结果 [7]。我们的结果与其他工作的结果存在一定差距，由于目前我们使用的模型过于简单，导致轻夸克的质量过轻 (0.200 GeV) [24,41]。又由于我们计算 K 介子使用的参数与之前 π 介子工作中使用的参数一致，只增加了一个奇异夸克质量作为唯一可调参数，导致奇异夸克质量较重 (0.506 GeV)。从而导致轻夸克和奇异夸克的质量差太大，使得 K 介子中价夸克 u 的 PDF 相对于 π 介子中的价夸克 u 的 PDF 过窄，因此所得 PDF 比值与实验数据有一定偏差。随着未来我们考虑更真实的相互作用，更大的截断参数 ($N_{\text{max}} K$)，以及加入更多的 Fock 空间，

预期我们的结果与实验数据的符合程度将得到改善。图 4(b) 为实验能标下的价夸克 PDF，蓝色实线和蓝色长虚线分别为本工作的反奇异夸克和上夸克的 PDF；黑色点虚线和黑色短虚线分别为 BLFQ-NJL 模型对应 K^+ 介子的反奇异夸克和上夸克的 PDF [25]；红色细线为同能标下上一工作 [38] 计算出的 π 介子的价夸克 u 的 PDF [25]。我们计算的结果显示 K 介子中两个价夸克的 PDF 差别较大，这与 BSE 模型 [19] 和 MSULat 模型 [26] 的结果一致。

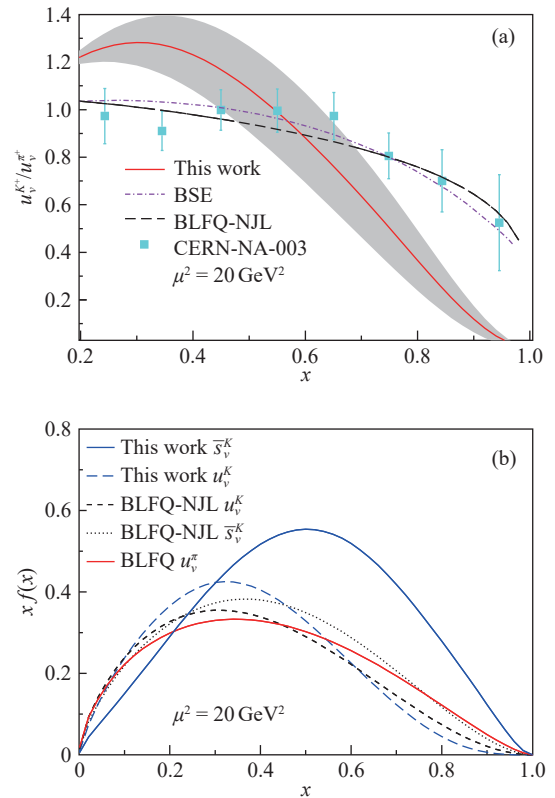


图 4 (在线彩图)(a) 能标 $\mu^2 = 20 \text{ GeV}^2$ 下 K 介子和 π 介子中价夸克 u 的 PDF 之比；(b) 同能标下的价夸克 PDF

红色实线为本工作的计算结果，阴影部分为考虑了起始能标 10% 的不确定性得到的误差带。紫色虚线和黑色长虚线分别为 BSE 模型 [19] 和 BLFQ-NJL 模型 [24] 的结果，带误差棒的浅蓝色方块为 CERN-NA-003 的实验结果 [7]。横坐标为纵向动量分数 x ，纵坐标为 x 乘以 PDF。蓝色实线和蓝色长虚线分别为目前结果 K^+ 介子中价夸克的反奇异夸克和上夸克的 PDF，黑色点虚线和短虚线 分别为 BLFQ-NJL 模型对应 K^+ 介子中价夸克的反奇异夸克和上夸克的 PDF [25]，红色细线为上一工作 [38] 计算的 π 介子的价夸克 u 的 PDF。

为描述 K 介子的 PDF，我们计算了 PDF 的头三个平均动量 (矩)：

$$\langle x_i^n \rangle = \int_0^1 x^n f_i(x) dx, \quad n = 1, 2, 3. \quad (15)$$

其中下标 i 为部分子指标，这里指 K 介子的价夸克，上

夸克 u_v 和反奇异夸克 \bar{s}_v 。我们得到 K 介子在 $\mu^2 = 20 \text{ GeV}^2$ 能标时，价夸克 u_v 的头三个平均动量是 $\{0.219, 0.081, 0.037\}$ ，而 \bar{s}_v 的头三个平均动量是 $\{0.329, 0.162, 0.094\}$ 。价夸克中上夸克和奇异夸克第一个平均动量的比值约为 $2/3$ ，比 BLFQ-NJL 模型^[25]“ $\sim 8/9$ ”的结果小。

5.3 结构函数

K 介子寿命短，寿命在 10^{-8}s 量级，实验上，获得 K 介子束流比获得质子电子等稳定带电粒子束流难得多。在文献^[54–55]中，利用电子质子对撞中的中子产生过程， $ep \rightarrow e'Xn$ ，通过额外夸克模型 (AQM)^[54]、有效单 π 介子交换通量模型 (EF)^[54] 以及光锥表示模型^[55] 计算质子中的 π 介子通量，从而得到 π 介子的结构函数。类似地，基于介子云模型，质子有一定几率可以看成 $\Sigma^0(\Lambda^0)K^+$ 的组合。实验上可以利用电子质子对撞中的 $\Sigma^0(\Lambda^0)$ 产生过程， $ep \rightarrow e'X\Sigma^0(\Lambda^0)$ ，来得到 K 介子的结构函数， $F_2(\beta, \mu^2)$ ，其中 $\beta = x_p/(1 - X_L)$ 是 K 介子中部分子的纵向动量分数， x_p 是质子中部分子的动量分数， x_L 是 $\Sigma^0(\Lambda^0)$ 相对于质子的动量分数。

这里我们利用上一节得到的 PDF 计算出了 K 介子的结构函数，我们希望将来实验上能测量出 K 介子的结构函数以检验我们的计算结果。领头阶结构函数的定义为

$$F_2(x, \mu^2) = \sum_i e_i^2 x f_i^K(x, \mu^2), \quad (16)$$

其中， e_i^2 为夸克的电荷平方，取值为 $4/9$ 或 $1/9$ ，下标 i 代表夸克和反夸克的味道，这里对 K 介子中的所有夸克味道进行求和。

图 5 展示了 K 介子的结构函数，黑色实线为本工作的计算结果，红色虚线为 BLFQ-NJL 模型对应的计算结果^[25]。

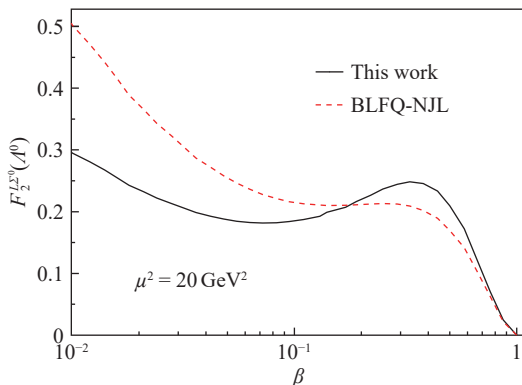


图 5 (在线彩图) 实验能标下 K 介子的结构函数。横坐标为 K 介子中部分子的纵向动量分数 β ，纵坐标为 K 介子的结构函数。黑色实线为本工作的计算结果，红色虚线为 BLFQ-NJL 模型的计算结果。

图 5 显示，本工作的结果与 BLFQ-NJL 模型的计算结果^[25]有显著差别。在 $\beta > 0.1$ 区域，介子的结构函数中价夸克的贡献占主导，这里的结构函数的差别主要来源于两模型计算出的 K 介子价夸克 PDF 的差别。在 $\beta < 0.1$ 区域，介子的结构函数中海夸克的贡献占主导，这里的差别主要来源于初始能标的不同。本工作和 BLFQ-NJL 工作中海夸克成分都是通过 QCD 动力学演化产生的。由于本工作选择的初始能标 $\mu_0^2 = 0.36 \text{ GeV}^2$ 比 BLFQ-NJL 模型^[25]的初始能标高一些，从而导致了两者计算的结构函数在小 β 区域的差别。

如果能在将来的电子离子对撞机上通过电子质子对撞测量 K 介子的结构函数，并获得一些大动量分数区域的数据结果，那将有助于我们认识 K 介子的 PDF。值得一提的是，由中国科学院近代物理研究所牵头的合作组将在未来 HIAF 的基础上增加一条电子加速环以建成中国的电子离子对撞机 (EicC)^[56]。该 EIC 计划用 $2.8 \sim 5 \text{ GeV}$ 电子束流和 $15 \sim 20 \text{ GeV}$ 的质子束流进行对撞实验，K 介子的结构函数未来将有望得到测量。

6 总结与展望

借助 BLFQ 方法计算了 K 介子的 LFWF 以及一些常见可观测量，所用的基矢空间包括领头和次领头 Fock 空间 ($|u\bar{s}\rangle$ 和 $|u\bar{s}g\rangle$)，哈密顿量包括动能项、横向与纵向禁闭势以及夸克-胶子相互作用。输入参数与上一工作^[38]一致，仅引入了一个奇异夸克的质量作为唯一额外参数，使计算所得 K 介子的质量与 PDG 上 K 介子的质量相匹配，便得到 K 介子的 LFWF。通过所得 LFWF 计算，我们得到：(1) K 介子的 DC 为 230 MeV ，与 PDG 上的数据 $155.6 \pm 1.7 \text{ MeV}$ ^[46] 相比有一定差距，未来在加入更大的 N_{max} 和 K 时预期符合程度会有所改善；(2) K 介子基于领头 Fock 空间的 PDA 与微扰 QCD 预言的 PDA 接近；(3) K 介子基于领头 Fock 空间的电磁 FF 与已有的实验数据^[48–49] 相符；(4) K 介子基于领头 Fock 空间的电磁半径 0.649 fm 与 PDG 上的数据 $0.560 \pm 0.031 \text{ fm}$ ^[46] 相接近。最后，计算了 K 介子的 PDF，计算结果显示两个价夸克， u 和 \bar{s} 的 PDF 差别较大，这与其它模型^[19,26]的结果相符。同时，计算出的实验能标下 K 介子和 π 介子中价夸克 u 的 PDF 之比与 CERN-NA-003 的实验数据^[7] 在整体趋势上大体相符。我们也给出了 K 介子的结构函数以及 BLFQ-NJL 模型的 K 介子的结构函数，发现两结构函数有显著差异。

未来希望通过采用更真实的相互作用，扩大基矢空间，并在可观测量的计算中包括 $|u\bar{s}g\rangle$ Fock 空间波函数的贡献，以期得到对轻介子系统内部结构更准确的描述。

除此之外, 希望未来我们的结果能在 EicC^[56] 上得到检验。

致谢 感谢王荣副研究员、高翔博士和徐思琦博士提供的启发性建议, 感谢甘肃省超算中心提供的计算资源。

参考文献:

- [1] WOODS M, NISHIKAWA K, PATTERSON J R, et al. *Phys Rev Lett*, 1988, 60: 1695.
- [2] BARR G. D, BUCHHOLZ P, COWARD D H, et al.[NA31Collaboration]. *Phys Lett B*, 1993, 317: 233.
- [3] GIBBONS L K, BARKER A, BRIERE R A, et al. *Phys Rev Lett*, 1993, 70: 1203.
- [4] BORDALO P, BUSSON P, KLUBERG L, et al. *Phys Lett B*, 1987, 193: 368.
- [5] FREUDENREICH K. *Int J Mod Phys A*, 1990, 5: 3643.
- [6] CONWAY J S, ADOLPHSEN C E, ALEXANDER J P, et al. *Phys Rev D*, 1989, 39: 92.
- [7] BADIER J, BOUCROT J, BOUROTTE J, et al. *Z Phys C*, 1983, 18: 281.
- [8] WATANABE A, SANWADA T, KAO C W. *Phys Rev D*, 2018, 97: 074015.
- [9] NAM S I. *Phys Rev D*, 2012, 86: 074005.
- [10] HOLT R J, ROBERTS C D. *Rev Mod Phys*, 2010, 82: 2991.
- [11] PUMPLIN J, STUMP D R, HUSTON J, et al. *JHEP*, 2002, 0207: 012.
- [12] BALL R D, BERTONE V, CARRAZZA S, et al. *Eur Phys J C*, 2017, 77: 663.
- [13] ALEKHIN S, BLUMLEIN J, MOCH S, et al. *Phys Rev D*, 2017, 96: 014011.
- [14] DULAT S, HOU T J, GUZZI M, et al. *Phys Rev D*, 2016, 93: 033006.
- [15] HARLAND-LANG L A, MARTIN A D, MOTYLINSKI P, et al. *Eur Phys J C*, 2015, 75: 204.
- [16] BEDNAR K D, CLOET I C, TANDY P C. *Phys Rev Lett*, 2020, 124: 042002.
- [17] AGUILAR A C, AHMED Z, AIDALA C, et al. *Eur Phys J A*, 2019, 55: 190.
- [18] DAVIDSON R M, RUIZ ARRIOLA E. *Acta Phys Polon B*, 2002, 33: 1791.
- [19] NGUYEN T, BASHIR A, ROBERTS C D, et al. *Phys Rev C*, 2011, 83: 062201.
- [20] XU S S, CHANG L, ROBERTS C D, et al. *Phys Rev D*, 2018, 97: 094014.
- [21] HUTAURUK P T P, CLOET I C, THOMAS A W. *Phys Rev C*, 2016, 94: 035201.
- [22] CHEN C, CHANG L, ROBERTS C D, et al. *Phys Rev D*, 2016, 93: 074021.
- [23] SHI C, MEZRAG C, ZONG H. S. *Phys Rev D*, 2018(5): 054029.
- [24] LAN J, MONDAL C, JIA S, et al. *Phys Rev Lett*, 2019, 122: 172001.
- [25] LAN J, MONDAL C, JIA S, et al. *Phys Rev D*, 2020, 101: 034024.
- [26] LIN H W, CHEN J W, FAN Z, et al. arXiv: 2003.14128 [hep-lat].
- [27] VARY J P, HONKANEN H, LI J, et al. *Phys Rev C*, 2010, 81: 035205.
- [28] WIECKI P, LI Y, ZHAO X, et al. *Phys Rev D*, 2015, 91: 105009.
- [29] LI J. Light-front Hamiltonian and Its Application in QCD[D]. Iowa: Iowa State University, 2009.
- [30] LI Y, MARIS P, ZHAO X, et al. *Phys Lett B*, 2016, 758: 118.
- [31] BRODSKY S J, PAULI H C, PINSKY S S. *Phys Rept*, 1998, 301: 299.
- [32] ZHAO X, HONKANEN H, MARIS P, et al. *Phys Lett B*, 2014, 737: 65.
- [33] LI Y, MARRIS P, VARY J P. *Phys Rev D*, 2017, 96: 016022.
- [34] LEITAO S, LI Y, MARIS P, et al. *Eur Phys J C*, 2017, 77: 696.
- [35] LI M, LI Y, MARIS P, et al. *Phys Rev D*, 2018, 98: 034024.
- [36] TANG S, LI Y, MARIS P, et al. *Phys Rev D*, 2018, 98: 114038.
- [37] JIA S, VARY J P. *Phys Rev C*, 2019, 99: 035206.
- [38] ZHAO H F, LAN J S, ZHAO X B. *Nuclear Physics Review*, 2020, 37(1): 1. (in Chinese)
(赵恒飞, 蓝江山, 赵行波. *原子核物理评论*, 2020, 37(1): 1.)
- [39] LAN J, MONDAL C, LI M, et al. *Phys Rev D*, 2020, 102(1): 014020.
- [40] TANG S, LI Y, MARRIS P, et al. *Eur Phys J C*, 2020, 80(6): 522.
- [41] MONDAL C, XU S, LAN J, et al. *Phys Rev D*, 2020, 102: 016008.
- [42] MONDAL C, XU S, LAN J, et al. *PoS DIS*, 2019, 2019: 190.
- [43] DU W, LI Y, ZHAO X, et al. *Phys Rev C*, 2020, 101: 035202.
- [44] BRODSKY S J, DE TERAMOND G F, ERLICH J, et al. *Phys Rept*, 2015, 584: 1.
- [45] LEPAGE G P, BRODSKY S J. *Phys Rev D*, 1980, 22: 2157.
- [46] TANABASHI M, HAGIWARA K, HIKASA K, et al.[Particle Data Group]. *Phys Rev D*, 2018, 98(3): 030001.
- [47] ADHIKARI L, LI Y, ZHAO X, et al. *Phys Rev C*, 2016, 93(5): 055202.
- [48] AMENDOLIA S R, BATIGNANI G, BECK G A, et al. *Phys Lett B*, 1986, 178: 435.
- [49] DALLY E B, HAUPTMAN J M, KUBIC J, et al. *Phys Rev Lett*, 1980, 45: 232.
- [50] DOKSHITZER Y L. *Sov Phys JETP*, 1997, 46: 641. Erratum: [Zh Eksp Teor Fiz 1977, 73: 1216]. <http://inspirehep.net/record/126153>.
- [51] GRIBOV V N, LIPATOV L N. *Sov J Nucl Phys*, 1972, 15: 438.
- [52] ALTARELLI G, PARISI G. *Nucl Phys B*, 1977, 126: 298.
- [53] SALAM G P, ROJO J. *Comput Phys Commun*, 2009, 180: 120.
- [54] CHEKANOV S, KRAKAUER D, MAGILL S, et al.[ZEUS]. *Nucl Phys B*, 2002, 637: 3.
- [55] AARON F D, ALEXA C, ANDREEV V, et al[H1]. *Eur Phys J C*, 2010, 68: 381.
- [56] CAO X, CHANG L, CHANG N, et al. *Nuclear Techniques*, 2020, 43: 020001.

A Study of the Kaon from the Basis Light-Front Quantization Approach

FU Kaiyu^{1,2,3}, ZHAO Hengfei^{1,2,3}, LAN Jiangshan^{1,2,3,4,†}, ZHAO Xingbo^{1,2,3}

(1. *Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;*

2. *School of Nuclear Science and Technology, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*

3. *CAS Key Laboratory of High Precision Nuclear Spectroscopy, Institute of Modern Physics,
Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;*

4. *School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)*

Abstract: We study the properties of the kaon through the light-front wave function(LFWF) obtained from the Basis Light-front Quantization(BLFQ) approach. Our Hamiltonian contains the kinetic energy terms, a transverse confining potential motivated by the light-front holographic quantum chromodynamics(LFHQCD) model, a complementary longitudinal confining potential, and the quark-gluon interactions based on quantum chromodynamics (QCD). Our basis space includes the lowest two Fock sectors. Based on the previous work, we tune the only additional strange quark mass parameter to match the resulting kaon mass with the experimental data. Based on the obtained leading Fock sector LFWF, we calculate the parton distribution amplitude(PDA) of the kaon which is in reasonable agreement with the one calculated from perturbative QCD in the massless quark limit. The obtained kaon form factor (FF) agrees with results from the Super Proton Synchrotron(SPS) experiment at the European Organization for Nuclear Research (CERN) and the Fermi National Accelerator Laboratory(FNAL) experiment. The electromagnetic radius (at the leading order Fock sector) is comparable to the one from the particle data group(PDG). In addition, the kaon parton distribution function(PDF), after QCD evolution, can be used to calculate the ratio of the kaon up quark PDF to that of the pion whose trend qualitatively agrees with that of the CERN-NA-003 experimental data. The obtained kaon PDF shows that the ratio between longitudinal momentum fractions of valence quarks, $\langle x_{uv} \rangle / \langle x_{sv} \rangle$, is around 2/3, which agrees with results from the Bethe-Salpeter equation(BSE) model and the lattice QCD calculation in the Michigan State University(MSULat). We also calculate the structure function of the kaon which shows disagreement with the one from BLFQ-NJL calculation. This disagreement would be investigated in the future Electron-Ion Collider experiment(EIC).

Key words: kaon; basis light-front quantization; parton distribution function; QCD evolution

Received date: 17 Jul. 2020; **Revised date:** 14 Aug. 2020

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11850410436); New Faculty Startup Funding by Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences(ZDBS-LY-7020); Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences(XDB34000000)

† **Corresponding author:** LAN Jiangshan, E-mail: jiangshanlan@impcas.ac.cn.