

铀同位素链  $\alpha$  衰变的研究

叶小云 王子淳 张双双 王宇婷 王永佳 李庆峰

## Alpha Decay for Uranium Isotopes

YE Xiaoyun, WANG Zichun, ZHANG Shuangshuang, WANG Yuting, WANG Yongjia, LI Qingfeng

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2021083>

## 引用格式:

叶小云, 王子淳, 张双双, 王宇婷, 王永佳, 李庆峰. 铀同位素链  $\alpha$  衰变的研究[J]. 原子核物理评论, 2022, 39(2):154–159. doi: 10.11804/NuclPhysRev.39.2021083

YE Xiaoyun, WANG Zichun, ZHANG Shuangshuang, WANG Yuting, WANG Yongjia, LI Qingfeng. Alpha Decay for Uranium Isotopes[J]. Nuclear Physics Review, 2022, 39(2):154–159. doi: 10.11804/NuclPhysRev.39.2021083

## 您可能感兴趣的其他文章

## Articles you may be interested in

文章编号: 1007-4627(2022)02-0154-06

## 铀同位素链 $\alpha$ 衰变的研究

叶小云<sup>1</sup>, 王子淳<sup>1</sup>, 张双双<sup>1</sup>, 王宇婷<sup>1</sup>, 王永佳<sup>1,†</sup>, 李庆峰<sup>1,2</sup>

(1. 湖州师范学院理学院, 浙江 湖州 313000;  
2. 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

**摘要:** 利用传输矩阵方法计算了铀同位素链 $\alpha$ 衰变的穿透几率, 并且与常用于计算势垒穿透几率的 Wenzel Kramers Brillouin(WKB) 近似方法进行了比较, 发现由 WKB 近似方法得到的穿透几率比精确值小 40% 左右, 而且 WKB 方法带来的误差与 $\alpha$ 衰变的衰变能有很好的抛物线关系。基于结团模型, 利用传输矩阵方法得到 $\alpha$ 粒子穿透势垒的精确几率, 计算了铀同位素链 $\alpha$ 衰变的半衰期。还研究了势阱深度 $V_0$ 、弥散宽度 $a$ 和主量子数 $G$ 对半衰期的影响。结果表明, 考虑一组同位旋依赖的势阱深度和弥散宽度参数, 结团模型能够较好地再现铀同位素链 $\alpha$ 衰变的半衰期。

**关键词:**  $\alpha$ 衰变; 势垒穿透几率; 半衰期

中图分类号: O571.53

文献标志码: A

DOI: [10.11804/NuclPhysRev.39.2021083](https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2021083)

## 1 引言

原子核是由中子和质子组成的复杂量子体系, 然而并不是任意数目的中子和质子的组合都能构成一个原子核。探索原子核里能容纳的质子和中子数的极限是核物理长期以来的重要前沿课题。 $\alpha$ 衰变是重原子核的主要衰变方式之一, 对 $\alpha$ 衰变的研究有助于更好地了解原子核的结构信息, 同时 $\alpha$ 衰变也是实验上鉴别超重原子核的主要手段。众所周知,  $\alpha$ 衰变是一种量子隧道效应, 因此研究 $\alpha$ 衰变时势垒的穿透几率至关重要。目前常用的计算 $\alpha$ 衰变中势垒穿透几率的办法是 Wenzel, Kramers 和 Brillouin 三人早在 20 世纪 20 年代提出的一种求解一维薛定谔方程的准经典近似方法, 简称 WKB 方法, 它适用于势垒变化比较缓慢的情况<sup>[1]</sup>。近年来, WKB 方法在计算各类势垒穿透问题时带来的误差引起了越来越多的重视<sup>[2-5]</sup>。92 号元素铀(U)是自然界中存在的最重的元素, 其同位素<sup>235</sup>U 是众所周知的重要核燃料。最近我国兰州重离子加速器国家实验室中的相关研究人员, 成功地合成了多个铀同位素, 尤其是合成了<sup>214</sup>U、<sup>215</sup>U、<sup>216</sup>U这三个缺中子的新核素, 引起了国内外学者们的广泛关注<sup>[6-7]</sup>, 因此对铀同位素链上原子核的 $\alpha$ 衰变进行研究有重要的意义。

本文主要分以下几个部分: 首先是理论模型部分, 将

介绍 WKB 方法、传输矩阵方法, 以及计算 $\alpha$ 衰变半衰期的结团模型; 其次是结果与讨论部分, 包括: (1) 利用有解析解的 $\cosh^{-2}$ 势, 研究传输矩阵方法和 WKB 近似方法在计算穿透几率时的差异; (2) 探究传输矩阵方法和 WKB 近似方法在计算 $\alpha$ 衰变穿透几率时的差异; (3) 基于结团模型, 研究弥散宽度 $a$ 和主量子数 $G$ 、势阱深度 $V_0$ 对铀同位素链上原子核的 $\alpha$ 衰变半衰期的影响。

## 2 理论模型介绍

### 2.1 WKB 近似方法

运用 WKB 近似方法可以得出粒子在入射能量 $Q$ 下穿透某一势垒 $V(r)$ 的穿透几率:

$$P = \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m[V(r)-Q]} dr\right], \quad (1)$$

其中:  $\hbar$ 是约化的普朗克常量;  $m$ 为粒子质量;  $r_1$ 和 $r_2$ 是 $Q$ 与势垒 $V(r)$ 的两个交点, 即 $r_1$ 和 $r_2$ 可以由 $V(r)=Q$ 计算得到。该近似方法的好坏程度与势垒的形状等因素有关, 在使用上具有一定的局限性, 一般认为势垒变化比较缓慢的情况下 WKB 方法是一个好的近似。

### 2.2 传输矩阵方法

对于任意形状的势垒, 可以划分成许多方势垒, 从

收稿日期: 2021-08-10; 修改日期: 2021-10-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(12147219); 湖州师范学院大学生创新创业训练计划项目

作者简介: 叶小云(2000-), 女, 浙江丽水人, 本科, 从事原子核与粒子物理研究

†通信作者: 王永佳, E-mail: [wangyongjia@zjhu.edu.cn](mailto:wangyongjia@zjhu.edu.cn)

而进行求解, 这是传输矩阵方法的基本思路<sup>[1]</sup>。如图1所示, 当势垒分成的小区域数越多, 每个区域就越薄, 当区域数足够多的时候, 该方法就能合理地描述任意一个连续的势垒。当不考虑穿透粒子的质量因素时, 假设将势垒等分成 $N$ 个区域, 则每个区域的势能表示为

$$V_j = V\left(\frac{r_{j-1} + r_j}{2}\right)。 \quad (2)$$

这里 $r_{j-1} < r < r_j (j = 1, 2, \dots, N, N+1)$ 。运用传输矩阵方法得出的穿透几率 $P$ :

$$P = \frac{k_{N+1}}{k_0} |A_{N+1}|^2, \quad (3)$$

其中 $k_j = \frac{\sqrt{2\mu(Q-V_j)}}{\hbar}$ 和 $A_{N+1} = \frac{k_0}{k_{N+1}} \frac{1}{M_{22}}$ 。这里的 $M_{22}$ 可以由下面的式子计算得到:

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = \prod_{l=1}^N M_l。 \quad (4)$$

其中:

$$M_l = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (1+S_l)e^{-i(k_{l+1}-k_l)r_l} & (1-S_l)e^{-i(k_{l+1}+k_l)r_l} \\ (1-S_l)e^{i(k_{l+1}+k_l)r_l} & (1+S_l)e^{i(k_{l+1}-k_l)r_l} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$S_l = \frac{k_l}{k_{l+1}}。 \quad (6)$$

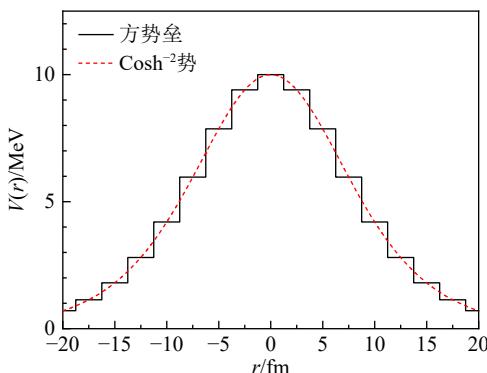


图1 (在线彩图) $\cosh^{-2}$ 势随位置的变化情况  
实线为等效的方势垒。

### 2.3 结团模型

结团模型是由 Buck 等<sup>[8]</sup>在 20 世纪 90 年代提出的基于 WKB 近似计算原子核 $\alpha$ 衰变半衰期的一种理论模型, 它的可调参数少, 计算准确度高, 因此被广泛地用于原子核 $\alpha$ 衰变、质子放射性、以及结团衰变的研究。原子核 $\alpha$ 衰变的势垒由核势 $V_N(r)$ 、库仑势 $V_C(r)$ 和离心势 $V_L(r)$ 三部分组成, 即:  $V(r) = V_N(r) + V_C(r) + V_L(r)$ 。其中核势的表达式为

$$V_N(r) = -V_0 \frac{1 + \cosh \frac{R}{a}}{\cosh \frac{r}{a} + \cosh \frac{R}{a}}, \quad (7)$$

这里 $a$ 为弥散宽度参数、 $V_0$ 为势阱深度参数。库仑势和离心势可以表示为

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R} \left[ 3 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right], & r \leq R \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, & r > R \end{cases} \quad (8)$$

$$V_L(r) = \frac{\hbar^2 \left( L + \frac{1}{2} \right)^2}{2\mu r^2}, \quad (9)$$

其中 $L$ 为 $\alpha$ 粒子携带的角动量, 势阱宽度参数 $R$ 可以由 Bohr-Sommerfeld 量子化条件确定:

$$\int_{r_3}^{r_2} \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} [Q - V(r)]} dr = (G - L + 1) \frac{\pi}{2}。 \quad (10)$$

这里的 $G$ 为主量子数,  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ 由 $V(r) = Q$ 确定, 它们的值依次减小<sup>[8]</sup>。在准经典近似下,  $\alpha$ 衰变的衰变宽度为

$$\Gamma = F P_\alpha \frac{\hbar^2}{4\mu} \exp \left[ -2 \int_{r_2}^{r_1} k(r) dr \right]。 \quad (11)$$

式中 $k(r) = \sqrt{\frac{2\mu(V(r)-Q)}{\hbar^2}}$ 。其中 $\mu = \frac{m_\alpha m_d}{m_\alpha + m_d}$ , 这里 $m_\alpha$ 和 $m_d$ 分别表示 $\alpha$ 粒子和子核的质量。 $P_\alpha$ 为 $\alpha$ 粒子的预形成因子, 为了简化参数, 在此次研究中 $P_\alpha$ 取为 1。 $F$ 为归一化常数, 由 $F \int_{r_3}^{r_2} \frac{dr}{2k(r)} = 1$ 来确定。最后 $\alpha$ 衰变的半衰期表示为 $T_{1/2} = \hbar \frac{\ln 2}{\Gamma}$ 。

## 3 结果与讨论

### 3.1 粒子穿透 $\cosh^{-2}$ 势的几率

考虑到 $\cosh^{-2}$ 势的位垒穿透几率有严格的解析解, 我们以此为标准来检验 WKB 近似和传输矩阵算法在计算势垒穿透几率时的准确程度。 $\cosh^{-2}$ 势具体写为 $V(r) = \frac{V_0}{\cosh^2(\frac{r}{d})}$ 。其中 $V_0$ 表示的是势垒高度,  $d$ 表示宽度参数。粒子穿透该势垒的几率<sup>[4]</sup>为

$$P = \frac{\sinh^2(\pi kd)}{\sinh^2(\pi kd) + \cosh^2 \left( \pi \sqrt{\frac{2mV_0d^2}{\hbar^2} - 0.25} \right)}, \quad (12)$$

其中 $k = \sqrt{\frac{2mQ}{\hbar^2}}$ 。假设入射的粒子是质子,  $m = 938$  MeV/ $c^2$ 。这里取 $V_0 = 10$  MeV,  $d = 10$  fm。这样就可以利用传输矩阵、WKB 方法以及解析公式(12)计算质子

穿透势垒的几率。在本文研究中， $V(r)$ 被划分为50 000个方势垒，因此能够保证计算的精度。相关结果显示在图2中。可以看到，当入射能量较高时，WKB方法、传输矩阵方法给出的结果都与精确的解析公式给出的结果一致。但当能量较低时，WKB方法给出的结果与精确值有较大差异，而传输矩阵方法给出的结果始终与精确解相符合，表明该方法比WKB近似方法更适合计算粒子穿透势垒的几率。WKB方法不能正确地给出入射粒子能量较低时的穿透几率，这与文献[4]中显示的结果相一致。

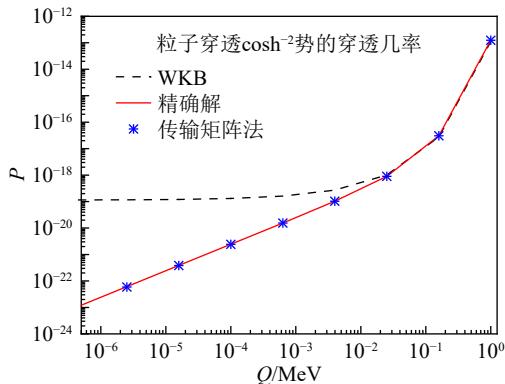


图2 (在线彩图) 粒子穿透cosh<sup>-2</sup>势的穿透几率随入射能量的变化  
虚线表示WKB近似方法得到的结果，实线表示解析解(式12)得到的结果，星号表示传输矩阵计算的结果。

### 3.2 $\alpha$ 粒子穿透势垒的几率

为探究WKB近似方法在计算 $\alpha$ 粒子穿透该势垒几率时的误差，本文采用WKB近似方法以及传输矩阵方法计算了铀同位素链 $\alpha$ 粒子穿透势垒的几率，如图3所示。由图可知， $\alpha$ 粒子穿透势垒的几率与衰变能有关。能量越大，穿透概率越大。对于铀同位素链 $\alpha$ 衰变时的穿透几率大小跨步了30个数量级，WKB近似方法和传输矩阵方法给出的势垒穿透几率都很接近。在图3中还显示了这两种方法给出的穿透几率之比，可以看到WKB近似方法给出的结果低于传输矩阵方法的结果，而且这种低估效应与衰变能有很好的依赖关系。总体上WKB近似方法给出的穿透几率比真实值低40%左右，这一结果与文献[2]中给出的结论也相似。因此在 $\alpha$ 衰变的研究中采用准确度更高的传输矩阵方法计算穿透几率十分有必要。

### 3.3 结团模型中参数对 $\alpha$ 衰变半衰期的影响

利用结团模型计算原子核 $\alpha$ 衰变半衰期时的参数主要有势阱深度 $V_0$ 、弥散宽度 $a$ 以及主量子数 $G$ 。文献[8]考察多个原子核 $\alpha$ 衰变后给出的一组参数设置为 $V_0 =$

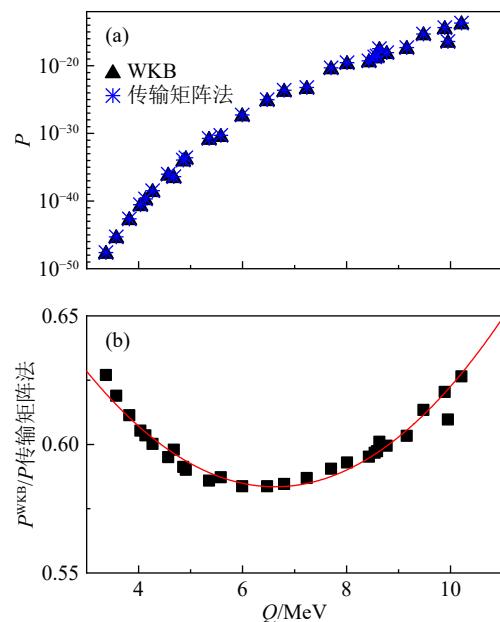


图3 (在线彩图) (a) 铀同位素链上原子核发生 $\alpha$ 衰变时的穿透几率随衰变能 $Q$ 的变化情况。WKB方法和传输矩阵方法得到的结果分别用三角和星号表示。(b) WKB方法和传输矩阵方法得到的势垒穿透几率之比。实线表示对计算结果的抛物线拟合

162.3 MeV， $a = 0.40$  fm， $G = 20$ (当 $N < 126$ )或者 $22(N \geq 126)$ 。我们首先探究主量子数 $G$ 对半衰期的影响，相关结果显示在图4中。可以看到， $G$ 越大计算得到的半衰期就越小； $G$ 值变大2，则半衰期大概减小一个数量级。 $G = 20$ (当 $N < 126$ )或者 $22(N \geq 126)$ 这样的取值得到的计算值与实验值更加靠近，因此本文后面的计算都按照这种方式选取 $G$ 。

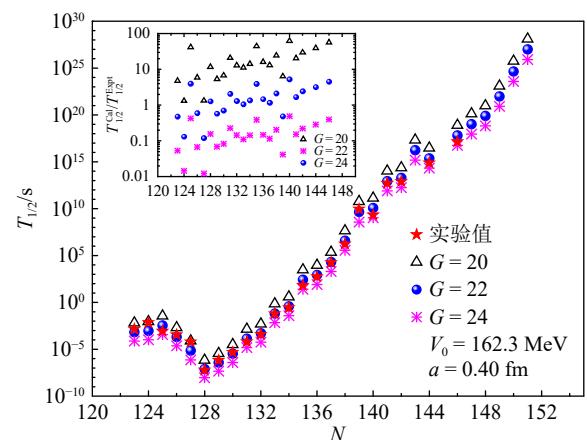


图4 (在线彩图) 主量子数 $G$ 对计算得到的半衰期 $T_{1/2}$ 的影响  
五角星表示实验值，三角形、球形、星形分别表示用结团模型计算时 $G$ 取20、22、24。插入的小图显示的是半衰期计算值与实验值之比。

图5中显示的是半衰期受弥散宽度 $a$ 的影响情况。可以看到随着 $a$ 增大半衰期减小，这与文献[9]中给出

结果一致。整体上, 弥散宽度  $a$  从 0.35 变化到 0.45 fm, 计算的半衰期与实验值都能较好地符合。图 6 中显示的是势阱深度  $V_0$  对半衰期的影响, 随着  $V_0$  的增大, 半衰期增大。这是因为势阱越深,  $\alpha$  粒子就越不容易穿透势垒, 从而导致半衰期增大。

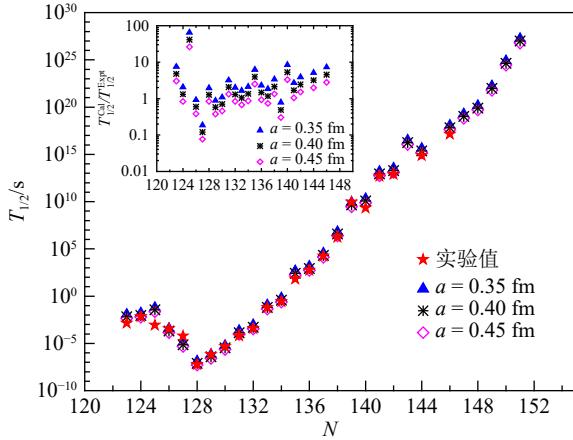


图 5 (在线彩图) 弥散宽度  $a$  对计算得到的半衰期  $T_{1/2}$  的影响

五角星表示实验值, 三角形、星形、菱形分别表示用结团模型计算时  $a$  取 0.35、0.40、0.45 fm。插入的小图显示的是半衰期计算值与实验值之比。

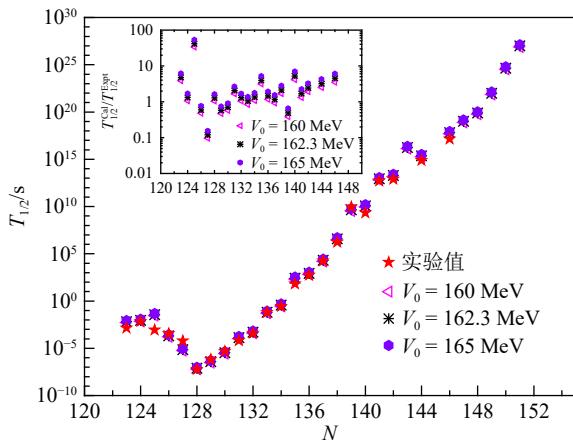


图 6 (在线彩图) 势阱深度  $V_0$  对计算得到的半衰期  $T_{1/2}$  的影响

五角星表示实验值, 三角形、星形、六边形分别表示用结团模型计算时  $V_0$  取 160、162.3、165 MeV。插入的小图显示的是半衰期计算值与实验值之比。

考虑到势阱深度  $V_0$  应该随原子核的同位旋变化<sup>[10]</sup>, 我们引入同位旋依赖的势阱深度参数  $V_0 = 152.5(1 + 0.2 \frac{N-Z}{N+Z})$  MeV, 重新调整了弥散宽度  $a = 0.39$  fm。基于改进的参数计算的半衰期能与实验值更好地符合, 其结果列在表 1 中。可以看到, 大多数计算值与实验值之间的差异都小于 3 倍左右, 表明计算的合理性。理论计算与实验数据有差异的原因可能是: (1) 原子核的形变效

表 1 结团模型计算得到的铀同位素链上原子核  $\alpha$  衰变的半衰期与实验值的比较

$N$	$A$	$Q/\text{MeV}$	$T_{1/2}^{\text{Expt}}$	$T_{1/2}^{\text{Cal}}$	$T_{1/2}^{\text{Cal}}/T_{1/2}^{\text{Expt}}$
122	214	8.696	$0.52^{+0.95}_{-0.21}$ ms <sup>[7]</sup>	1.58 ms	3.04
123	215	8.588	$1.4 \pm 0.9$ ms	3.21 ms	2.29
124	216	8.542	$6.9 \pm 2.9$ ms	4.40 ms	0.64
125	217	8.430	$0.85 \pm 0.71$ ms	17.22 ms	20.26
126	218	8.773	$0.35 \pm 0.09$ ms	0.10 ms	0.30
127	219	9.950	$60 \pm 7$ $\mu\text{s}$	2.34 $\mu\text{s}$	0.04
128	220	10.210	60 ns	41.4 ns	0.69
129	221	9.889	$0.66 \pm 0.14$ $\mu\text{s}$	0.21 $\mu\text{s}$	0.31
130	222	9.481	$4.7 \pm 0.7$ $\mu\text{s}$	1.78 $\mu\text{s}$	0.38
131	223	9.158	$65 \pm 12$ $\mu\text{s}$	19.50 $\mu\text{s}$	0.30
132	224	8.633	$396 \pm 17$ $\mu\text{s}$	273.07 $\mu\text{s}$	0.69
133	225	8.009	$62 \pm 4$ ms	33.89 ms	0.55
134	226	7.702	$269 \pm 6$ ms	189.32 ms	0.70
135	227	7.235	$1.1 \pm 0.1$ min	0.25 min	0.23
136	228	6.799	$9.3 \pm 0.2$ min	6.95 min	0.75
137	229	6.473	$289 \pm 2.5$ min	170.22 min	0.59
138	230	5.993	$20.23 \pm 0.02$ d	21.40 d	1.06
139	231	5.580	$287.5 \pm 6.8$ y	68.22 y	0.24
140	232	5.356	$68.9 \pm 0.4$ y	176.89 y	2.57
141	233	4.908	$1.59 \times 10^5$ y	$1.28 \times 10^5$ y	0.81
142	234	4.858	$2.45 \times 10^5$ y	$2.87 \times 10^5$ y	1.17
144	236	4.571	$2.34 \times 10^7$ y	$3.59 \times 10^7$ y	1.53
146	238	4.270	$4.463 \times 10^9$ y	$9.68 \times 10^9$ y	2.17

实验值取自 AME2020<sup>[11]</sup> 以及最新的文献<sup>[7]</sup>。

应还未被考虑在本次研究中。根据文献<sup>[12]</sup>的研究表明, 考虑原子核的二极形变后计算得到的半衰期会减小; (2) 势阱以及原子核密度分布中的同位旋依赖性考虑得还不细致。文献<sup>[9]</sup>指出, 引入弥散宽度和半径的同位旋依赖性后, 计算得到的半衰期会降低, 并且更加靠近实验值。文献<sup>[10]</sup>表明, 在方势阱基础上考虑势阱深度对原子核质量数和质子数的依赖后, 可以更好地解释实验数据。因此考虑更细致的同位旋依赖信息将对解释铀同位素链  $\alpha$  衰变半衰期产生积极作用; (3)  $\alpha$  粒子的形成因子的影响还没有在本次研究中考虑。通过对上述三方面的改进, 可以预期理论计算将与实验值更加接近。计算结果与实验值差异最大的是  $^{217}\text{U}$  和  $^{219}\text{U}$ , 理论计算值分别是实验值的 20 倍和 0.04 倍。 $^{217}\text{U}$  的计算值高于实验值, 而  $^{219}\text{U}$  的计算值低于实验值的现象在其它理论模型的计算中也常被看到, 如文献<sup>[13–15]</sup>采用机器学习方法以及密度依赖的结团模型 (DDCM) 同样有这一现象。文献<sup>[16]</sup>中采用推广的液滴模型 (GLDM) 也能看到

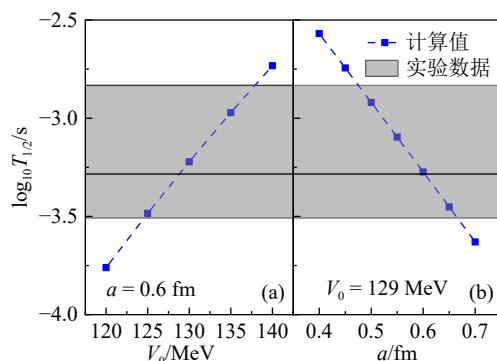


图7 (在线彩图)不同势阱深度 $V_0$ 和弥散宽度 $a$ 下得到的 $^{214}\text{U}$ 的半衰期与实验数据的比较  
实线为实验数据的中心值。左图中弥散宽度 $a = 0.6 \text{ fm}$ , 右图中势阱深度 $V_0 = 129 \text{ MeV}$ 。

这一现象。这两个原子核刚好跨越了 $N = 126$ 的壳层, 因此 $\alpha$ 粒子的形成因子将有较大变化; 而且此时壳效应的贡献也较大, 简单的相互作用势不能完全描述壳层的贡献。当理论模型中考虑的形成因子和量子效应不准确时, 就会导致计算值与实验值有较大差异。此外, 我们注意到AME2020给出的 $^{217}\text{U}$ 半衰期评价值是 $0.85 \pm 0.71 \text{ ms}$ , 而文献[6]中给出的实验值为 $19.3_{-5.6}^{+13.3} \text{ ms}$ , 文献[17]中给出的实验值为 $15.6_{-5.7}^{+21.3} \text{ ms}$ 。这两个实验值与本文计算的理论值 $17.22 \text{ ms}$ 非常接近。还可以明显地看到, 对于偶偶核, 计算的结果与实验符合得更好, 计算的平均偏差 $\Delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\log_{10} T_{1/2}^{\text{Cal},i} - \log_{10} T_{1/2}^{\text{Expt},i})^2} = 0.30$ , 表明计算值与实验值的平均偏差几乎在2倍以内; 而奇 $A$ 核通常相差较大, 平均偏差 $\Delta = 0.73$ , 这是因为目前的研究中 $\alpha$ 粒子的形成因子假定为1, 这一假设对偶偶核的影响较小, 但对奇 $A$ 核的影响较大。考虑形成因子后, 计算结果将与实验值更加靠近, 相关研究正在进行中。

### 3.4 $^{214}\text{U}$ 的 $\alpha$ 衰变半衰期

最近我国科研人员测量到 $^{214}\text{U}$ 的 $\alpha$ 衰变的半衰期为 $0.52_{-0.21}^{+0.95} \text{ ms}$ , 而表1中理论计算的结果为 $1.58 \text{ ms}$ , 此计算值还没有考虑 $\alpha$ 粒子形成因子的影响。文献[18]对 $\alpha$ 粒子形成因子与其衰变能的关联进行了细致研究, 提出了一个计算形成因子的参数化公式, 可以得到 $^{214}\text{U}$ 中 $\alpha$ 粒子形成因子为 $0.0247$ 。在考虑这一形成因子的基础上, 我们对势阱深度 $V_0$ 和弥散宽度 $a$ 对半衰期的影响进行了分析, 相关计算结果显示在图7中。可以看到半衰期随 $V_0$ 和 $a$ 的变化规律与前文一致。在考虑形成因子的基础上, 当 $V_0$ 在 $125$ 到 $137 \text{ MeV}$ ,  $a$ 在 $0.47$ 到 $0.67 \text{ fm}$ 之间计算得到的半衰期都能与实验数据较好地符合。与实验中心值最接近的参数设置为 $V_0 = 129 \text{ MeV}$ 和

$a = 0.6 \text{ fm}$ , 在这组参数设置下得到的式(7)中势阱宽度参数 $R = 7.93 \text{ fm}$ , 这与原子核半径的经验公式 $\sim 1.3 \text{ A}^{1/3}$ 得到的结果接近。文献[9]中给出的弥散宽度 $a$ 的经验公式为 $a = 0.54[1 + 0.78795(N-Z)/(N+Z)]$ , 根据此公式计算得到 $a = 0.59965 \text{ fm}$ , 这也表明我们所选参数的合理性。

## 4 总结

本文首先用有解析解的 $\cosh^{-2}$ 势来检验WKB近似方法和传输矩阵方法给出的势垒穿透几率, 发现传输矩阵方法能够与解析解符合, 而当入射粒子能量较低时WKB近似方法给出的穿透几率与解析解有较大差距。其次, 对比了这两种方法在计算铀同位素链上原子核 $\alpha$ 衰变时给出穿透几率的差异, 发现WKB近似方法给出的穿透几率比传输矩阵方法给出的精确值小40%左右。这表明研究 $\alpha$ 衰变时, 需要采用精度更高的传输矩阵方法来计算穿透几率。最后基于结团模型, 研究了势阱深度 $V_0$ 、弥散宽度 $a$ 以及主量子数 $G$ 对铀同位素链上原子核 $\alpha$ 衰变半衰期的影响, 通过与实验数据的比较, 提出一组依赖于原子核同位旋的势阱深度和弥散宽度参数, 基于新的参数设置, 计算的半衰期值能与实验值较好地符合。进一步在考虑 $\alpha$ 粒子形成因子的基础上, 细致分析了 $V_0$ 和 $a$ 对最新测量的 $^{214}\text{U}$ 半衰期的影响, 发现 $V_0$ 和 $a$ 取值在合理范围内时, 计算值与实验值能够很好地符合。

致谢 感谢张鸿飞教授和董建敏研究员的建议和对文章的修改。

## 参考文献:

- [1] GRIFFITHS D J. Introduction to Quantum Mechanics[M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1995.
- [2] DONG J, WEI Z, SCHEID W. *Nucl Phys A*, 2011, 861: 1.
- [3] QIN Y J, TIAN J L, YANG Y X, et al. *Phys Rev C*, 2012, 85: 054623.
- [4] ELTSCHKA C, FRIEDRICH H, MORITZ M J, et al. *Phys Rev A*, 1998, 58(2): 856.
- [5] WU S X, QIAN Y B, REN Z Z. *Phys Rev C*, 2018, 97: 054316.
- [6] GAN Z G, JIANG J, YANG H B, et al. *Chin Sci Bull*, 2016, 61: 2502. (in Chinese)  
(甘再国, 姜舰, 杨华彬, 等. *科学通报*, 2016, 61: 2502.)
- [7] ZHANG Z Y, YANG H B, HUANG M H, et al. *Phys Rev Lett*, 2021, 126: 152502.
- [8] BUCK B, MERCHANT A C, PEREZ S M. *Phys Rev C*, 1992, 45: 2247.
- [9] DONG W J, WANG Z, BAI D, et al. *Chin Sci Bull*, 2021, 66: 3581. (in Chinese)  
(董文娟, 王震, 柏栋, 等. *科学通报*, 2021, 66: 3581.)

- [10] QIAN Y B, REN Z Z. *J Phys G: Nucl Part Phys*, 2016, 43: 065102.
- [11] KONDEV F G, WANG M, HUANG W J, et al. *Chin Phys C*, 2021, 45(3): 030001.
- [12] QIAN Y B, REN Z Z. *J Phys G: Nucl Part Phys*, 2012, 39: 115106.
- [13] WANG Z, REN Z Z, BAI D. *Phys Rev C*, 2020, 101: 054310.
- [14] YUAN Z Y, BAI D, REN Z Z, et al. *Chin Phys C*, 2022, 46: 024101.
- [15] QIAN Y B, REN Z Z. *Phys Rev C*, 2016, 94: 064321.
- [16] DEND J G, ZHANG H F. *Chin Phys C*, 2021, 45: 024104.
- [17] MALYSHEV O N, BELOZEROV A V, CHELNOKOV M L, et al. *Eur Phys J A*, 2000, 8: 295.
- [18] DENG J G, ZHANG H F. *Phys Lett B*, 2021, 816: 136247.

## Alpha Decay for Uranium Isotopes

YE Xiaoyun<sup>1</sup>, WANG Zichun<sup>1</sup>, ZHANG Shuangshuang<sup>1</sup>, WANG Yuting<sup>1</sup>, WANG Yongjia<sup>1,†</sup>, LI Qingfeng<sup>1,2</sup>

(1. School of Science, Huzhou University, Huzhou 313000, Zhejiang, China;

2. Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Science, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** Both the transfer matrix approach and the Wentzel Kramers Brillouin(WKB) approximation are used to calculate the penetrability of  $\alpha$  decay for uranium isotopes. It is found that the penetrability obtained with WKB approximation is about 40% smaller than the accurate result obtained with the transfer matrix approach, and a parabolic relationship between this underestimation and the decay energy can be observed. Based on the cluster model, the half-lives of  $\alpha$  decay for uranium isotopes are calculated in which the transfer matrix approach is used to obtain the penetrability. In addition, the influences of potential depth  $V_0$ , the diffuseness parameter  $a$ , and the global quantum number  $G$  on the calculated half-life are also investigated. Furthermore, with considering an isospin-dependent potential depth parameter, the  $\alpha$  decay half-lives of uranium isotopes can be fairly well reproduced by the cluster model.

**Key words:**  $\alpha$  decay; penetrability; half-live

Received date: 10 Aug. 2021;    Revised date: 19 Oct. 2021

Foundation item: National Natural Science Foundation of China(12147219); Innovation Training Program for Undergraduates of Huzhou University

† Corresponding author: WANG Yongjia, E-mail: [wangyongjia@zjhu.edu.cn](mailto:wangyongjia@zjhu.edu.cn)